

Ivanca Olivotto

Culegere

de exerciții și probleme de aritmetică

pentru clasele
V-VII

1. Cercetați harta țării noastre și scrieți:

- O mulțime cu 2 elemente — acestea fiind orașe de șes;
- O mulțime cu 3 elemente — fluvii;
- O mulțime cu 5 elemente — lacuri;
- O mulțime cu 4 vîrfuri muntoase cu înălțimea peste 1 500 m;
- O mulțime cu 10 stațiuni balneo-climaterice;
- O mulțime cu 6 mine din care se scot cărbuni;
- O mulțime cu 7 schele petrolifere.

2. Scrieți următoarele mulțimi de numere:

$A = \{x \mid x \text{ număr natural mai mic ca } 8, \text{ deci număr } x \text{ de forma } x \in N \text{ și } x < 8\};$

$B = \{x \mid x \in N, x \text{ par } < 18\};$

$C = \{x \mid x \in N, x : 5; 8 < x < 25\}.$

3. Scrieți mulțimea cifrelor din numerele: 424092; 123736; 330004; 797159; 2222222; 113377; 464617; 874818; 352741; 737164.

4. Scrieți mulțimea literelor cuvintului „popor“.

5. Scrieți mulțimea literelor frazei: „eroi au fost eroi sînt încă“.

6. Sînt corect scrise mulțimile:

$A = \{0, 1, 1, 2, 5, 2\};$

$B = \{0, 1, 2 \times 0, 1 \times 1, 1 - 1, 0 + 0, 1 : 1\};$

$C = \{5 \times 3, 3^2, 9\};$

$D = \{3 + 4, 4 + 3, 7 - 4, 2 + 1\};$

$E = \{r, o, d, i, c, a\};$

$F = \{e, u, g, e, n, i, a\};$

$G = \{c, o, c, o, r\}.$

7. Notînd cu F mulțimea fluviilor Europei, dați 3 exemple de submulțimi ale acestei mulțimi; submulțimile să aibă 1 element, 3 elemente, 4 elemente.

— Mississippi aparține mulțimii F ?

— Dar Dunărea?

8. Notăți cu R mulțimea locuitorilor patriei noastre și cu:

I mulțimea locuitorilor orașului Iași;

C mulțimea locuitorilor orașului Cluj-Napoca;

B mulțimea locuitorilor orașului București inclusiv comunele suburbane;
 S mulțimea locuitorilor comunelor suburbane orașului București.

Ce relații există între mulțimile:

$$I \ R; \ R \ C; \ B \ S; \ S \ R; \ S \ B \ R.$$

9. Se dau mulțimile:

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$C = \{a, b, c\},$$

$$B = \{a, d, e\},$$

$$D = \{a\}.$$

Să se scrie ce relații se pot stabili între mulțimile următoare:

$$A \cap B; \ A \cap C; \ C \cup A;$$

$$D \cup B \cup A;$$

$$D \cup A \ D \cap B;$$

$$D \cap C \cup A.$$

10. Se dau mulțimile:

$$A = \{1, 2, 3, 4\};$$

$$B = \{a\};$$

$$C = \{x \in N; \ x < 7\};$$

$$D = \{\text{șirna de cupru cu diametrul de 10 mm}\};$$

$$E = \{5, 0, 9\};$$

$$F = \{x \text{ elev la Liceul N. Bălcescu din București}\}.$$

Să se scrie mulțimea M a mulțimilor definite prin enumerare și cu N a mulțimilor prin proprietatea caracteristică.

11. Se dau mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in N, \ x < 7\};$$

$$B = \{x \mid x \in N, \ 4 < x < 9\};$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9\}.$$

Să se arate că

$$A \cup B = B \cup A;$$

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$(A \cup B) \cup C = (B \cup A) \cup C; \ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

12. Se dau mulțimile

$$a) \ A = \{x \mid x \in N, \ 5 < x < 8\};$$

$$b) \ B = \{x \mid x \in N, \ 10 < x < 23\};$$

$$c) \ C = \{x \mid x \in N, \ 14 < x < 27\}.$$

Să se scrie mulțimile de numere naturale care:

1) au proprietatea a și proprietatea b și proprietatea c ;

2) au proprietatea a și b , sau c ;

3) au proprietatea a sau b și c ;

4) au proprietatea a sau b sau c .

Pentru fiecare din cazurile 1,2,3,4 să se facă și desenul.

Exemplu:

a)	6,7
b)	11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22
c)	15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26
a sau b sau c	6,7,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26

13. Se dau mulțimile:

$$A = \{x, 2, y, 7\};$$

$$C = \{1, m, n\};$$

$$E = \{a, 2a, 3a\};$$

$$B = \{5, a, 6, l\};$$

$$D = \{a, 5, 10\};$$

$$F = \{x, y, 30\}.$$

Cu ce valori numerice trebuie înlocuite literele pentru ca:

$$A = B; C = D; E = F.$$

14. Să se găsească valorile cu care trebuie înlocuite literele din următoarele relații pentru ca:

$$\{1, a, 3\} \cup \{a, 3, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 5, 6\};$$

$$\{5, x, 7, 8\} \cap \{4, x, y, 9\} = \{6, 7\};$$

$$\{2y, x, 40, 5y\} \cap \{y, 20, 30, 50\} = \{20, 30, 5y\}.$$

15. Să se efectueze:

$$A \cup B; A \cap B;$$

$$C \cup D; C \cap D$$

dacă

$$A = \{a, e, i, o, u\};$$

$$B = \{a, i, o\};$$

$$C = \{d, i, n, u\};$$

$$D = \{d, i, n\}.$$

16. Stabiliți corespondențe biunivoce între elementele mulțimilor:

$$A = \{\text{zilele săptămânii}\} \text{ și}$$

$$B = \{\text{notele gamei de major}\};$$

$$C = \{\text{lunile anului}\} \text{ și}$$

$$D = \{\text{cifrele din sistemul de numerație cu baza 12}\};$$

$$E = \{5 \text{ bilete stal I la circ}\} \text{ și}$$

$$F = \{\text{cei 5 copii ai familiei Dănescu}\}.$$

17. Notați cu F mulțimea elevilor premiați la concursul de fizică, cu M al elevilor premiați la concursul de matematică, cu O al elevilor scriși în tabloul de onoare al școlii și cu I pe elevul Ionel. Scrieți cu ajutorul limbajului mulțimilor următoarele afirmații:

1 — Ionel aparține mulțimii elevilor premiați la concursul de fizică;

2 — Ionel a fost premiat la concursul de matematică;

3 — Ionel a fost premiat la concursul de fizică și numele lui trecut pe tabloul de onoare;

4 — Ionel a fost premiat la concursul de matematică și trecut pe tabloul de onoare;

- 5 — Ionel a fost trecut pe tabloul de onoare fiindcă a fost premiat la cele două concursuri;
 Ce relație este între mulțimea premianților și tabloul de onoare?
- 6 — Anul viitor Ionel se va prezenta sau la concursul de fizică sau la cel de matematică;
- 7 — Anul viitor Ionel se va prezenta și la concursul de fizică și la cel de matematică.

Răspunsuri

Cap. I. Mulțimi

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$; $C = \{10, 15, 20\}$.
3. $\{0, 2, 4, 9\}$; $\{1, 2, 3, 6, 7\}$; $\{0, 3, 4\}$; $\{1, 5, 7, 9\}$; $\{2\}$; $\{1, 3, 7\}$;
 $\{1, 4, 6, 7\}$; $\{1, 4, 7, 8\}$; $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$; $\{1, 3, 4, 6, 7\}$. 4. $\{p, o, r\}$.
5. $\{e, r, o, i, a, u, f, s, t, i, n, c, ă\}$. 8. $I \subset R$; $R \supset C$; $B \supset S$; $S \subset R$; $S \subset B \subset R$.
9. $A \supset B$; $A \supset C$; $C \subset A$; $D \subset A$; $D \subset B$; $D \subset B \subset A$; $D \subset C \subset A$.
10. $M = \{A, B, E\}$; $N = \{C, D, G\}$.
11. $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cup \{5, 6, 7, 8\} \cap \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
13. Dacă $A = B$ $x = 6$; $y = 1$ și $a = 2$; $b = 7$; dacă $E = F$, $a = x = 15$, $y = 45$ și $a = 30$, $x = 60$, $y = 90$.

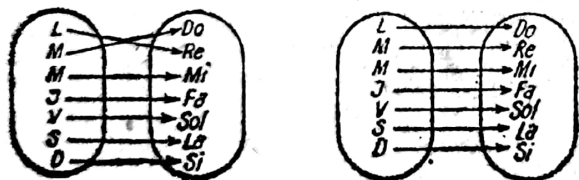
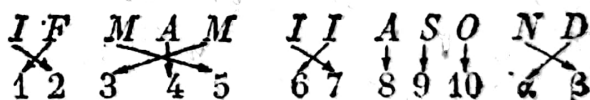


Fig. 1.

14. $a = 2$; $x = 6$; $y = 7$; $y = 10$; $x = 30$.
15. $A \cup B = \{a, e, i, o, u\}$; $C \cap D = \{d, i, n\}$.
16. Vezi figura 1.



17. $I \in F$; $I \in M$; $I \in F \cap O$

Capitolul II

Numerafia

A. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. Numerafia orală

Citiți despărțind în ordine și clase numerele din exercițiile 1 — 7:

1. În patria noastră au fost produse într-un an:

cărbune 32 493 000 000 kg;	anvelope	8 250 000 de bucăți;
țitei 14 285 000 000 kg;	motoare	18 356 de bucăți;
fontă 3 218 000 000 kg;	mașini-unelte	10 236 de bucăți;
oțel 9 404 000 000 kg;	tractoare	49 000 de bucăți;
ciment 14 321 000 000 kg;	autoturisme	60 000 de bucăți;
	autoutilitare	26 000 de bucăți.

2. Prin unitățile comerțului nostru socialist au fost vindute în timpul unui an:

2 356 200 000 kg de pline;
43 000 000 kg de paste făinoase;
64 250 000 kg de orez;
603 295 000 kg de porumb;
514 395 000 kg de cartofi;
1 400 000 000 kg de carne.

3. În țara noastră au fost produse într-un an:

benzină 4 117 000 000 kg;	strunguri	3 875 de bucăți;
petrol 980 000 000 kg;	excavatoare	855 de bucăți;
motorină 5 208 000 000 kg;	rulmenți	18 299 000 de bucăți;
păcură 4 009 000 000 kg;	locomotive electrice și Diesel	310 de bucăți;
	vagoane marfă	8 955 de bucăți;
	autovehicule	36 905 de bucăți;
	combine	5 028 de bucăți.

Cite zeci și cite sute sînt în numerele de mai sus? Da? mii? Dar milioane?

4. De pe 16 000 ha de stufării din Delta Dunării se pot obține 240 000 t de stuf uscat, din care se pot face: 50 000 t de celuloză pentru fibre textile, 60 000 t de celuloză pentru industria hîrtiei, 42 000 t fibre textile, 2 250 t de furfurel, 38 800 t de drojdie furajeră, 2 912 t de plăci de fibre etc.

5. Într-o gămălie de ac pot intra:

10 000 000 000 000 000 000 000 de atomi de fier. Dacă i-am așeza unul lângă altul, s-ar forma un lanț de 10 000 000 000 000 km. Lumina, care are viteza de 300 000 km pe secundă, ar străbate acest drum în timp de 1 an.

6. În anul 218 î.e.n., Hanibal, în fruntea unei armate formate din 50 000 de pedestrași, 9 000 de călăreți și 37 de elefanți, a trecut Munții Pirinei și s-a îndreptat spre Italia.

7. Cei mai înalți munți de pe globul pământesc sînt munții Himalaia, care au lungimea de 2 500 km și lățimea de 220 km. Cel mai înalt vîrf din acest lanț este Everest (Chomolungma), de 8 848 m; pe lângă acesta sînt peste 100 de vîrfuri cu înălțimi mai mari de 7 000 m.

2. Numerația scrisă

Treceți într-un tabel cu ordine și clase numerele din exercițiile 8 — 11:

8. Producția de fructe a țării noastre a fost într-un an:

1 023 600 000 kg de prune;	65 205 000 kg de caise;
914 321 000 kg de mere;	83 003 000 kg de nuci;
93 410 000 kg de pere;	99 998 000 kg de alte fructe.
99 405 000 kg de cireșe	
și vișine;	

9. În țara noastră s-au produs într-un an 39 405 tractoare, 10 012 semănători, 5 180 combine etc.

10. Pămîntul are volumul de

1 082 841 310 000 km³ și masa de

5 977 000 000 000 000 000 000 kg.

Suprafața lui este de 510 101 000 km², din care apele ocupă 361 128 000 km², iar zona caldă 202 240 184 km².

11. Suprafața continentelor este:

Europa	10 501 000 km ² ;
Africa	30 224 000 km ² ;
America	42 035 000 km ² ;
Asia	43 974 000 km ² ;
Oceania	8 910 000 km ² ;
Antarctica	14 100 000 km ² .

Scrieți cu cifre numerele din problemele 12 — 18.

12. Într-un an în țara noastră s-au produs: șapte sute cincizeci și nouă de mii patru aparate de radio, șase sute cincisprezece mii trei zeci și două aparate de televiziune, două sute mii unsprezece mașini de spălat rufe, două sute cinci mii treizeci și trei de frigidere.

13. Într-un an în țara noastră s-au fabricat: una sută douăzeci de milioane de perechi de încălțăminte, două sute de milioane de perechi de ciorapi, una sută douăzeci de milioane patru zeci și două de cămăși.

14. Cele mai mari insule din Oceanul Atlantic sînt:
 Groenlanda, cu o suprafață de două milioane una sută șaptezeci de mii șase sute kilometri pătrați;
 Marea Britanie, cu două sute douăzeci și opt de mii trei sute kilometri pătrați;
 Islanda, cu una sută două mii opt sute kilometri pătrați;
 Novaia Zemlea, cu optzeci și două de mii șase sute kilometri pătrați;
 Irlanda, cu optzeci și două de mii patru sute șizeci kilometri pătrați;
 Arhipelagul Spitzbergen, cu șizeci și patru de mii șase sute kilometri pătrați.
15. Viteza luminii este de trei sute de mii de kilometri pe secundă, distanța dintre Soare și Pămînt este străbătută de o rază de lumină în cinci sute de secunde, deci această distanță este (aproximativ) de o sută cincizeci miliarde de metri.
16. Dintr-un gram de radium s-ar putea produce o sută patruzeci de calorii pe oră, timp de două mii două sute optzeci de ani, deci în total nouăsprezece milioane șase sute nouăzeci și nouă de mii două sute de calorii.
17. În anul 334 î.e.n., Alexandru Macedon se îndreaptă spre Asia cu treizeci de mii de infanteriști și patru mii cinci sute de călăreți. El distruge cavaleria persană și dintre mercenarii greci ia două mii de sclavi și-i trimite la munci grele.
18. Vechii locuitori ai Mesopotamiei, cu o mie de ani î.e.n., au întocmit un calendar în care anul era împărțit în douăsprezece luni, luna în patru săptămîni și săptămîna în șapte zile.
 Plecînd de la constatarea că drumul Soarelui pe bolta cerească este o circumferință de trei sute șizeci de grade, au împărțit gradul în șizeci de minute și minutul în șizeci de secunde.
19. a) De ce în sistemul zecimal de numerație sînt suficiente cifrele 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 pentru a scrie orice număr?
 b) Cîte numere de o cifră există?
 c) Cîte numere de 2 cifre, 3 cifre, 4 cifre, 5 cifre,..... n cifre există?
 d) Cîte numere de două cifre au cifra unităților 2?
- $R_b: 9; R_c: 90, 900, \dots, 9 \cdot 10^n; R_d: 9$ numere
20. Un număr are 17 cifre, din ce ordine și clase fac parte primele două cifre ale acestui număr? Dar dacă are 9, 11, 12, 15 cifre?
- R.** Zeci de catralioane.
21. Cîte cifre are un număr a cărui primă cifră reprezintă unități de trilioane?
- R.** 13 cifre.
22. Afirmațiile următoare sînt identice?
 — număr de două cifre — număr mai mic decît 100;
 — număr de trei cifre — număr mai mic decît 1 000.
23. De cîte ori folosiți cifra 4 dacă scrieți toate numerele naturale de două cifre? Dar toate numerele naturale de 3 cifre?
24. Cum se modifică numărul 65 cînd i se adaugă un zero, două zerouri, trei zero-uri etc.

$$R. 065 = 65; 650 = 65 \times 10; 605 = 60 \times 9 + 65; 6005 = 60 \times 99 + 65; 60005 = 60 \times 999 + 65.$$

25. Dați exemple de numere care nu se schimbă cînd li se permută cifrele.

R. 11, 22, 999, ..., a a a a.

26. Cite cifre sînt necesare pentru a numerota paginile unui dicționar care are 2 874 pagini? 3 000 pagini? 250 pagini?

R. Pentru primele	9 pagini sînt necesare	9 cifre
Pentru următoarele	90 pagini sînt necesare	$90 \times 2 = 180$ cifre
Pentru următoarele	900 pagini sînt necesare	$900 \times 3 = 2\,700$ cifre
Pentru următoarele	1 875 pagini sînt necesare	$1\,875 \times 4 = 7\,500$ cifre
		<u>10 389 cifre</u>

$$2\,874 - 999 = 1\,875.$$

27. Cite pagini are un dicționar pentru paginarea căruia s-au folosit 4 329 cifre? 654 cifre? 5 289 cifre? 3 489 cifre? 12 312 cifre?

R. Pentru primele 999 pagini s-au folosit 2 889 cifre
 $4\,329 - 2\,889 = 1\,440$ cifre
 $1\,440 : 4 = 360$ pagini; $999 + 360$ pagini = 1 359 pagini

28. Citiți următoarele:

Capitolul V, X, XI, XIX, XXIV, XXX, XV.

Anii: 5, 10, 11, 19, 24, 32, 15.

MCMXVII	(1917)
MCMXLIV	(1944)
MCMXLVII	(1947)
MCMLX	(1960)

Scrieți cu cifre romane numerele din problemele nr. 29 și 30.

29. După anul una mie șapte sute optzeci și nouă, cînd a avut loc revoluția franceză, revoluțiile burgheze se țin lanț: una mie opt sute douăzeci și unu, una mie opt sute treizeci, una mie opt sute patruzeci și opt.

30. Cu trei mii de ani înaintea erei noastre, faraonii Egiptului din dinastia a treia și a patra au ridicat temple uriașe. La aceste temple au lucrat anual cîte una sută de mii de sclavi și țărani, din care după un an, din cauza condițiilor de muncă, nu supraviețuiau decît douăzeci — treizeci de mii.

B. Scrierea și citirea numerelor zecimale

Citiți numerele zecimale din exercițiile nr. 1—5.

1. 1,2; 0,02; 0,0031; 45,5; 14,932; 609,543; 0,00099.

2. 493,352 kg; 0,00017 t; 25,2525 ha; 324,6953 m²; 212,999333555 m³; 26,132 m; 352 436,12 lei.

3. Să se citească în două feluri numerele: 3,15; 25,007; 125,12; 179,1791; 5 435,018; 0,294; 10,280; 474,5; 15,0009.

Exemplu: 3,15 $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ întregi } 1 \text{ zecime } 5 \text{ sutimi} \\ 3 \text{ întregi } 15 \text{ sutimi.} \end{array} \right.$



4. În țara noastră s-au produs într-un an:

— țevi de oțel	456,100 mii de tone
— benzină	2 400,200 mii de tone
— păcură	3 946,010 mii de tone
— motorină	2 910,200 mii de tone

5. Regiunile pomicole din țara noastră au produs într-un an următoarele cantități de fructe:

Prune	485 002,106 t;
Mere	231 070,508 t;
Pere	65 200,300 t;
Caise	45 483,006 t;
Nuci	43 009,020 t.

Transformați în tone și apoi în vagoane (10 000 kg) și treceți într-un tabel ca cel de mai jos cantitățile din exercițiile nr. 6 și 7:

Partea întreagă a numărului			Virgula	Partea zecimală a numărului		
etc.	zeci	unități	,	zecimi	sutimi	etc.
			,			

6. Producția de țigări a țării noastre a fost în zece ani:

12 571 000 000 kg;	14 791 000 000 kg;
12 825 000 000 kg;	16 893 000 000 kg;
13 206 000 000 kg;	17 000 000 000 kg;
13 285 000 000 kg;	17 902 000 000 kg;
12 346 000 000 kg;	18 003 000 000 kg.

7. Producția de oțel a țării noastre a fost în zece ani:

3 425 999 999 kg;	6 003 000 000 kg;
3 670 000 012 kg;	7 251 000 000 kg;
4 088 000 005 kg;	7 292 000 000 kg;
4 761 000 000 kg;	7 499 000 000 kg;
5 540 000 000 kg;	8 001 000 000 kg.

8. Transformați în metri cubi și apoi treceți în tabel: în țara noastră s-au produs în zece ani următoarele cantități de gaze naturale:

3 237 999 897 959 dm ³
3 523 819 998 973 dm ³
3 623 919 715 999 dm ³
4 068 999 918 000 dm ³
4 537 000 000 932 dm ³
4 895 000 000 000 dm ³
4 709 000 000 000 dm ³
5 021 000 000 000 dm ³
6 000 393 000 000 dm ³
6 500 743 000 000 dm ³

9. Cu ajutorul următoarelor numere construți un tabel ca cel de la exercițiile 6 și 7:
0,5; 0,07; 2,8; 32,5; 7,451; 12,002; 0,0007; 0,0016; 39,7356;
1 254,0042; 124,00014; 9,0102; 25 493,0007.
10. Să se scrie după dictare numerele:
206,78; 5,071; 8,0606; 13,00012; 800,008; 1,00001; 1,0000001.
11. Să se așeze în ordine crescătoare și apoi să se treacă în tabel:
15,002; 15,020; 15,200;
7,239; 6,543; 11,9986; 6,9999;
16,009; 6,090; 25,1; 1,9999; 2,01;
0,04; 0,0039; 2,315.
12. Să se așeze în ordine descrescătoare, punind între ele semnul $>$, numerele:
1,14579; 26,0001; 10,5208; 100 005,009;
3 506,02; 3 001,009; 3 001,9; 3 009,1;
299,1947; 298,74502; 13,00016; 60 052,2.
13. Să se pună, după caz, semnul $>$, $<$ sau $=$ între numerele:
201,9; 201,90; 201,900; 201,9000;
15,009; 15,999; 16; 26,002; 26,02;
239,4; 214,56; 123,0007; 2 009,007;
65,3; 653,2; 6 532,2; 65 332,2.
14. Între ce numere naturale consecutive se află numerele zecimale:
1,1; 12,3; 175,09; 271,99;
1,999; 4,001; 19,001; 2 004,3;
12 639,009; 797,999; 815,99; 715,23.
15. Ce numere naturale se află între perechile de numere:
11,2 și 24,9; 64,005 și 81,9; 124,69 și 132,4; 2 001,3 și 2 019,64; 32 565,30 și
X 32 570.
16. Să se mărească de 10 ori numerele:
15,06; 13; 325,40; 15 167,2; 19 236,4357.
17. Să se mărească de 100 de ori:
9,003 m; 12,02 a; 132,0007 dl; 2 432,169 km;
24,0056 ha; 0,0035 km²; 0,09 l.
18. Să se mărească de 1 000 de ori:
25,05; 17; 279,005; 132 435,1; 63,0009; 143,11; 169,9.
19. Să se mărească de 1000 de ori:
5,007; 12,0026; 132,75394; 0,007356; 0,000029; 0,00049.
20. Să se mărească de 10 000 de ori:
0,000250 dm²; 0,002757 ha; 12,009 kg; 125,1256 hm²; 10,280 m;
1,9986 t.

21. Să se micșoreze de 10 ori:
5 cm; 1,9 kg; 5,03 l; 24,009 t; 125,69 dl; 1 344,15 km; 2 356,012 kg.
22. Să se micșoreze de 10 ori numerele:
12; 123,5; 1,9986; 25 439,6; 99,52; 0,0013; 0,0147; 0,19; 0,24.
23. Să se micșoreze de 100 de ori:
5,07 a; 25,0040 ha; 17,0034 kg; 129,36 m; 2,81914 km; 3 333,56 l;
4 495,22 dl; 1595,2 dal.
24. Să se micșoreze de 100 de ori numerele:
13; 12,5; 2,495; 0,012; 3,149; 0,3647; 0,59; 0,0198.
25. Să se micșoreze de 1 000 de ori:
4,133 m³; 15,495 kg; 169,03 hl; 539,005 t;
1 459,620 dm³; 25 353,700 dam³; 67 139,6 kg.
26. Să se micșoreze de 1 000 de ori numerele:
3,149; 0,024; 12,435; 7,4949; 0,74; 0,125; 12,43; 17,934.
27. Să se mărească de 10, 100, 1 000 și 10 000 de ori numerele:
0,65; 6,5; 65; 650; 6 500.
28. Să se micșoreze de 10, 100, 1 000 și 10 000 de ori numerele:
235,439; 2 354,39; 23 543,9; 235 439.
29. Să se mărească de 10, 100, 1 000 și 1 000 000 de ori numerele:
0,0000011; 0,000011; 0,00023; 0,23; 0,023.

C. Sisteme de numerație

Necesitatea elaborării unui sistem de numerație s-a născut aproape la toate popoarele încă de la începutul culturii lor, sub influența cerințelor vieții practice. Scrierea numerelor în sistemul zecimal, care permite să se scrie orice număr rațional, oricât de mare, folosind numai 10 semne, s-a folosit prima dată în India.

În istoria culturii popoarelor întâlnim multe sisteme de numerație, adică sisteme cu baze diferite: 2,3,5,7,10,11,12,20,60.

Dintre acestea, cele mai răspândite au fost sistemele cu bazele 5 și 12, găsite la popoarele din America de Nord, America Centrală și de Sud, Siberia de nord și Africa.

Babilonienii au avut sistemul de numerație cu baza 60, adică sexagesimal, dar foloseau și un sistem mixt sexagesimal și zecimal.

Sistemul folosit de noi este sistemul cu baza 10, adică sistemul zecimal.

Sistemul cu baza 2 este folosit azi foarte mult, deoarece stă la baza principiilor de construcție a mașinilor de calcul electronice.

Mașinile de calculat universale (cu cifre), mașinile cu program de dirijare a anumitor procese logice rezolvă probleme complicate, reducându-le la operații cu numere. Aceste mașini lucrează în sistemul binar (cu baza 2), ceea ce dă posi-

bilitatea să se lucreze cu maximum de operativitate, adică să se facă multe operații în timp scurt și cu minimum de greșeli.

Regulile celor patru operații aritmetice sint valabile pentru orice sistem de numerație.

În sistemul binar — cu baza 2:

$$\begin{array}{lll} 0 + 0 = 0; & 1 + 0 = 1; & 1 + 1 = 10 \\ 1 \times 0 = 0 & 1 \times 1 = 1 & \end{array}$$

În sistemul cu baza 5

$$\begin{array}{ll} 1 + 1 = 2; & 1 \times 4 = 4; \\ 1 + 4 = 10; & 2 \times 2 = 4; \\ 2 + 4 = 11; & 2 \times 4 = 13; \\ & 4 \times 4 = 31. \end{array}$$

I. Completați tablourile de mai jos cu încă 10 numere cu baza 10 și corespunzător.

Baza 10	0	1	2	3	4	5.....	10.....	12.....
Baza 2	0	1	10	11	100	101	1010	1100

Baza 10	1	2	3	4	5	6	7	8.....	10.....	15.....	25.....
Baza 5	1	2	3	4	10	11	12	13	20	30	100

Baza 10	1	2	3.....	10	11	13	14...	22	23	24....
Baza 12	1	2	3	α	β	11	12	1α	1β	20

II. Să se efectueze:

$$\begin{array}{ll} \text{X1.} & 1933_{10} = X_2; \\ \text{X2.} & 1944_{10} = X_2; \\ \text{X3.} & 1947_{10} = X_3; \\ \text{X4.} & 786_{10} = X_5; \\ \text{X5.} & 1859_{10} = X_6; \\ \text{X6.} & 52734_{10} = X_{12}; \\ \text{X7.} & 5211_7 = X_{10}; \\ \text{X8.} & 1257_8 = X_{10}; \\ \text{X9.} & 11001010_2 = X_{10}. \end{array}$$

10. Ce se întâmplă cu numărul 11001010_2 dacă i se adaugă un zero la dreapta? Dar dacă i se adaugă un zero la stînga?

Să se efectueze:

$$\begin{array}{ll} \text{X11.} & 233404_5 = X_{10}; \\ \text{X12.} & 2345_7 = X_5; \\ \text{X13.} & 1234_5 = X_2; \\ \text{X14.} & 4536_8 = X_4. \\ & 2334040_5 = X_{10}; \end{array}$$

15. Puneți semnele corespunzătoare $<$, $>$ sau $=$ între numerele

$$\begin{array}{ll} 213230_5 & 11027_9; \\ 25534_8 & 14204_7; \\ 200012_3 & 111101011_2. \end{array}$$

16. a) Completați cifrele care lipsesc din următoarele adunări: (baza fiind 5)

$$\begin{array}{r} 4. + \\ 2 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.3 + \\ 2. \\ \hline \dots 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42. \dots + \\ 34 \\ \hline 4.10 \end{array}$$

b) Completați tablele adunării și înmulțirii în sistemul cu baza 5

+		1	2	3	4
	1	2			
	2		4		
	3				12
	4				13

×		1	2	3	4
	1	1	2		4
	2		4		13
	3				
	4				31

c) Formați table de adunare și înmulțire în baza 6,7,9.

d) Foarte utile sint următoarele table de înmulțire:

$$548_{10} \times 32_{10} = 17\,536_{10}.$$

	5	4	8	
2	1	0	8	6
3	1	5	2	4
	1	7	5	3

$$264_8 \times 53_8 = 17\,074$$

	2	6	4	
3	0	2	1	4
5	1	3	2	4
	1	7	0	7

49 191
28 82
87 73
46 64
55 55

Calculați cu ajutorul unei asemenea table

$$233_6 \times 121_6 =$$

$$414_5 \times 104_5 =$$

$$11\ 011_2 \times 2\ 301_4 =$$

Calculați cu ajutorul tabelor de adunare

$$12\ 012_3 + 12\ 302_4 + 11\ 034_5 + 1\ 555_5 + 1\ 974_{10}.$$

e) Cite cifre sînt necesare pentru a scrie un număr cu baza 2, 7, 9, 12.

De ce?

Să se efectueze:

17. a) $11001101_2 + 10011_2 + 1101_2 =$

b) $1111111_2 + 11111_2 + 1111_2 + 11111_2 =$

c) $3452_7 + 1234_7 + 6543_7 =$

18. $3451_7 + 12563_7 + 214345_7 =$

19. $11000111_2 - 1010111_2 =$

20. $5643_7 - 3054_7 =$

21. $54321_7 - 10011_2 =$

22. $133573_{12} - 8\alpha 356_{12} =$

23. $1100111_2 \cdot 11001_2 =$

24. $3241_5 \cdot 123_5 =$

25. $12734_9 \cdot 5631_9 =$

26. $10010000_2 : 1100_2 =$

27. $123745_8 : 34_8 =$

28. $3421_5 : 132_5 =$

Răspunsuri

Cap. II. Numerația

Sisteme de numerație

Exprimarea unui număr din sistemul zecimal într-un nou sistem de numerație se face prin împărțirea numărului dat la noua bază; resturile succesive și ultimul cit obținut sînt cifrele numărului căutat.

$$1933_{10} = X_2;$$

$$\begin{array}{r} 1933 \overline{) 2} \\ \underline{18} \\ =13 \\ \underline{12} \\ =13 \\ \underline{12} \\ =1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 966 \overline{) 2} \\ \underline{8} \\ 16 \\ \underline{16} \\ =6 \\ \underline{6} \\ =0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 483 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 3 \\ \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 241 & 2 \\ \hline 2 & 120 \\ \hline & 4 \\ & 4 \\ \hline & 1 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 2} \\ 120 \overline{) 60} \\ \hline 0 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 60 \overline{) 2} \\ 60 \overline{) 30} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 2} \\ 60 \overline{) 30} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{30}{30} \frac{2}{15}; \quad \frac{15}{14} \frac{2}{7}; \quad \frac{7}{6} \frac{2}{3}; \quad \frac{3}{2} \frac{2}{1}$$

$$\mathbf{X}_2 = 11110001101.$$

1933 | 2

1 | 966 | 2

0 | 483 | 2

1 | 241 | 2

1 | 120 | 2

0 | 60 | 2

0 | 30 | 2

0 | 15 | 2

1 | 7 | 2

1 | 3 | 2

1 | 1

Deci: $1933_{10} = 11110001101_2$.

Verificarea se poate face punind în evidență puterile bazei:

$$11110001101_2 = 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1933_{10}.$$

2. $1944_{10} = 11110011000_2;$

$$11110011000_2 = 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1944_{10}.$$

3.

$$\begin{array}{r}
 1947 \overline{) 3} \\
 \underline{18} \\
 14 \\
 \underline{12} \\
 27 \\
 \underline{27} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 649 \overline{) 3} \\
 \underline{6} \\
 4 \\
 \underline{3} \\
 19 \\
 \underline{18} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 216 \overline{) 3} \\
 \underline{21} \\
 6 \\
 \underline{6} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 72 \overline{) 3} \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24 \overline{) 3} \\
 \underline{24} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8 \overline{) 3} \\
 \underline{6} \\
 2
 \end{array}$$

Deci: $1947_{10} = 2200010_3$.

$$2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 2200010_3 = 1947_{10}.$$

4. $786_{10} = 11121_5$.

5. $1859_{10} = 12335_6$.

6. $52734_{10} = 26626_{12}$.

Trecerea unui număr dintr-un sistem de numerație cu o bază oarecare în sistemul cu baza 10 se face astfel: înmulțim baza cu numărul unităților de cel mai mare ordin, la produsul obținut adunăm numărul unităților de ordin imediat inferior etc.

7. $5211_7 = 1821_{10}$.

$$\begin{array}{r}
 5 \times \\
 7 \\
 \hline
 35 + \\
 2 \\
 \hline
 37 \times \\
 7 \\
 \hline
 259 + \\
 1 \\
 \hline
 260 \times \\
 7 \\
 \hline
 1820 + \\
 1 \\
 \hline
 1821
 \end{array}$$

8. $1257_8 = 687_{10}$.

$$\begin{array}{r}
 1 \times \\
 8 \\
 \hline
 8 + \\
 2 \\
 \hline
 10 \times \\
 8 \\
 \hline
 80 + \\
 5 \\
 \hline
 85 \times \\
 8 \\
 \hline
 680 + \\
 7 \\
 \hline
 687
 \end{array}$$

$$\text{sau: } 5211_7 = 5 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 1821_{10}.$$

$$\text{sau: } 1257_8 = 1 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 687_{10}.$$

9. $11001010_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 202$.

10. $11001010_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 202$.

Dacă adăugăm un zero la dreapta:

$$110010100_2 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 404.$$

Dacă adăugăm un zero la stînga:

$$011001010_2 = 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 202.$$

11. $233404_5 = 2 \cdot 5^5 + 3 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0;$

$$2334040_5 = 2 \cdot 5^6 + 3 \cdot 5^5 + 3 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 =$$

12. Se scrie numărul 2345 în baza 10 și rezultatul obținut se scrie în baza 5.

$$2345_7 = 2 \cdot 7^3 + 3 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 = 866_{10};$$

$$866_{10} = 11431_5.$$

Deci: $2345_7 = 11431_5$.

13 și 14. Se procedează ca la exercițiul nr. 12.

15. $<; >; :=$

17, a

$$\begin{array}{r} 11001101 + \\ 10011 \\ 1101 \\ \hline 11101101. \end{array}$$

Așezăm numerele unele sub altele și adunăm de la dreapta la stînga $1 + 1 + 1 = 3$, deci $2 + 1$; scriem numai restul 1, iar cele 2 unități le transformăm într-o unitate de ordin imediat superior și continuăm $1 + 1 = 2$, deci nici o unitate de ordinul al doilea și una de ordinul al treilea etc.

Deci adunarea în sistemul binar se face ca și în sistemul zecimal, ținînd seama că două unități de un ordin alcătuiesc o unitate de ordinul imediat superior și trebuie transformate.

17, b.

$$\begin{array}{r} 1111111 + \\ 11111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 11001100 \end{array}$$

17, c.

$$\begin{array}{r} 3452 + \\ 1234 \\ 6543 \\ \hline 14562 \end{array}$$

18.

$$\begin{array}{r} 214345 + \\ 12563 \\ 3451 \\ \hline 234022. \end{array}$$

19.

$$\begin{array}{r} 11000111 - \\ 1010111 \\ \hline 1110000. \end{array}$$

Scăderea se face ca și în sistemul zecimal, ținînd seama însă, dacă trebuie să ne împrumutăm, că o unitate de ordin superior este egală cu două unități de ordin imediat inferior.

20.

$$\begin{array}{r} 5643 - \\ 3054 \\ \hline 2556. \end{array}$$

21. Se trece numărul 10011_2 în baza 7 și apoi se efectuează scăderea. R. 54263_7 .

$$\begin{array}{r} 22. \quad 133573 - \\ \quad 8 \times 356 \\ \hline 65219 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23. \quad 1100111 \times \\ \quad 11001 \\ \hline 1100111 \\ 0000000 \\ 0000000 \\ 1100111 \\ 1100111 \\ \hline 1001000001111. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24. \quad 3241 \times \\ \quad 123 \\ \hline 20323 \\ 12032 \\ 3241 \\ \hline 1020243. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25. \quad 12734 \times \\ \quad 5631 \\ \hline 12734 \\ 38413 \\ 77826 \\ 65082 \\ \hline 74382564. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26. \quad 10010000 : 1100 = 1100. \\ \quad 1100 \\ \hline 1100 \\ 1100 \\ \hline = = = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27. \quad 123745 \mid 34 \\ \quad 70 \mid 2777 \\ \hline 337 \\ 304 \\ \hline = 334 \\ 304 \\ \hline 305 \\ 304 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28. \quad 3421 \mid 132 \\ \quad 314 \mid 21 \\ \hline = 231 \\ 132 \\ \hline = 44 \end{array}$$

Capitolul III

Sistemul metric

Multiplii			Metrul	Submultiplii		
km	hm	dam		dm	cm	mm

1. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai sus, următoarele numere:

124 km 6 hm 3 dam 5 m; 12 m 6 dm 1 mm; 7 m 2 cm; 253 cm 2mm; 127 m 6 cm 8 mm; 3 hm 4 dm 2 mm; 47 hm 3 m 5 cm; 3 km 6 m 2 dm; 326 cm 8 mm; 4 596 dm 2 cm 1 mm; 25,125 m; 64,3005 hm; 10,00010 km; 253,4 dm; 82,16009 dam.

2. Efectuați următoarele transformări:

4 596,3 dam = ? km = ? cm = ? dm;

123 cm = ? m = ? dam = ? mm;

45,002 km = ? dm = ? cm = ? mm = ? m;

239,15 dam = ? hm = ? m = ? dm = ? mm;

123,15 dam + 63,19 hm + 2 435 cm + 5 693 mm = ? dam = ? dm;

4,24 m + 0,037 km + 16,324 dam + 12 439 mm = ? dm = ? km.

Multiplii			Metrul pătrat	Submultiplii		
km ²	hm ²	dam ²		dm ²	cm ²	mm ²

3. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai înainte, următoarele numere:

7 m² 12 cm² 6 mm²; 19 cm² 2 mm²;

129 dm² 13 cm² 11 mm²; 81 km² 5 cm²;

1 081 dm² 9 cm² 17 mm²; 22 km² 6 hm² 9 m² 5 mm²;

3 km² 2 dam² 19 cm²; 1 031 km² 5 dam² 8 dm².

4. Efectuați următoarele transformări:

$$24,093507 \text{ m}^2 = ? \text{ dm}^2 = ? \text{ cm}^2 = ? \text{ hm}^2;$$

$$9,485 \text{ m}^2 = ? \text{ dam}^2 = ? \text{ hm}^2 = ? \text{ cm}^2;$$

$$7\,648 \text{ dm}^2 = ? \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2 = ? \text{ km}^2;$$

$$643,59 \text{ hm}^2 = ? \text{ km}^2 = \text{dam}^2 = ? \text{ m}^2.$$

Transformați în hm^2 :

$$419 \text{ dam}^2; 8\,395 \text{ m}^2; 0,047 \text{ km}^2; 635 \text{ dm}^2.$$

Transformați în dam^2 :

$$579 \text{ m}^2; 9\,325 \text{ dm}^2; 0,0063 \text{ km}^2; 1,005 \text{ hm}^2.$$

5. $8 \text{ m}^2 + 90 \text{ dm}^2 + 25 \text{ m}^2 = ? \text{ dm}^2 = ? \text{ dam}^2;$

$$8\,599 \text{ m}^2 + 3,195 \text{ dam}^2 + 0,125 \text{ hm}^2 = ? \text{ hm}^2;$$

$$85,123 \text{ hm}^2 + 57,39 \text{ dam}^2 + 9,001 \text{ m}^2 = ? \text{ km}^2;$$

$$28 \text{ m}^2 - 1\,357 \text{ dm}^2 = ? \text{ cm}^2;$$

$$475 \text{ dm}^2 - 1\,129 \text{ cm}^2 = ? \text{ m}^2;$$

$$325 \text{ ha} + 525,19 \text{ a} + 14\,932 \text{ a} = ? \text{ a};$$

$$0,125 \text{ ha} + 749,01 \text{ a} + 419,32 \text{ a} = ? \text{ ha}.$$

Multiplii			Metrul cub	Submultiplii		
km^3	hm^3	dam^3		dm^3	cm^3	mm^3

6. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai sus, următoarele numere:

$$2 \text{ m}^3 \ 325 \text{ dm}^3 \ 7 \text{ mm}^3; 129 \text{ dm}^3 \ 43 \text{ cm}^3 \ 325 \text{ mm}^3;$$

$$4\,962 \text{ km}^3 \ 125 \text{ dam}^3 \ 5 \text{ m}^3; 35\,432 \text{ m}^3 \ 12 \text{ cm}^3 \ 129 \text{ mm}^3;$$

$$1\,000\,001 \text{ dam}^3 \ 1 \text{ dm}^3 \ 1 \text{ cm}^3 \ 1 \text{ mm}^3.$$

7. Faceți următoarele transformări:

$$3\,749 \text{ dm}^3 = ? \text{ m}^3 = ? \text{ dam}^3;$$

$$527,29 \text{ dm}^3 = ? \text{ m}^3 = ? \text{ cm}^3;$$

$$9\,347,74 \text{ dm}^3 = ? \text{ cm}^3 = ? \text{ dam}^3;$$

$$59,009 \text{ dam}^3 = ? \text{ m}^3 = ? \text{ km}^3.$$

8. Efectuați calculele:

$$11 \text{ m}^3 \ 48 \text{ dm}^3 \ 843 \text{ mm}^3 + 248 \text{ m}^3 \ 3 \text{ cm}^3 = ? \text{ cm}^3;$$

$$123 \text{ dm}^3 \ 46 \text{ cm}^3 + 1\,569 \text{ cm}^3 \ 3 \text{ mm}^3 + 0,0023 \text{ dam}^3 = ? \text{ m}^3;$$

$$45\,939 \text{ mm}^3 + 1\,200 \text{ dm}^3 + 65 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3;$$

$$24\,659 \text{ cm}^3 - 12 \text{ dm}^3 = ? \text{ m}^3.$$

Multiplii			Litrul	Submultiplii		
kl	hl	dal		dl	cl	ml

9. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai înainte următoarele numere:
 126 l 5 cl 9 ml; 2 056 cl 12 ml; 12 095 ml; 132 l 65 cl; 9 049 l 3 cl 6 ml;
 123,009 l; 506,0042 hl; 39,020 kl; 54 009 cl; 309,305 hl; 139 400 ml.
10. Faceți următoarele transformări:
 3,5 dal = ? l = ? cl = ? ml;
 875 dal = ? kl = ? hl = ? l;
 2 005,12 kl = ? l = ? dal;
 1 200,009 dal = ? kl = ? cl.
11. $3,25 \text{ l} + 0,063 \text{ hl} + 0,014 \text{ kl} = ? \text{ dl}$; $6,009 \text{ dal} + 12,009 \text{ kl} + 26 \text{ l} + 2 600 \text{ dl} = ? \text{ l}$; $43 009 \text{ cl} + 13 000 \text{ dl} + 456 \text{ l} + 12,009 \text{ kl} = ? \text{ dal}$;
 $25,32 \text{ kl} + 6,139 \text{ hl} + 25,3 \text{ l} + 2 542 \text{ cl} = ? \text{ dl}$.

Multiplii			Gram	Submultiplii		
kg	hg	dag		dg	cg	mg

12. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai înainte, următoarele numere:
 25 g 12 dg 6 mg; 106 dag 13 dg 16 mg; 2 009 hg 3 dag 14 dg; 139 dg 5 cg 8 mg; 859 cg 2 mg; 12,325 dag; 672,132 g; 5 043 g; 6 009,14 g; 13,25 dg;
13. Efectuați următoarele calcule:
 $12 \text{ kg} + 632 \text{ g} + 1 500 \text{ dg} + 7 009 \text{ mg} = ? \text{ dg}$;
 $35 \text{ kg} + 329 \text{ dg} + 12 \text{ hg} + 73,15 \text{ dag} = ? \text{ g}$;
 $1 895 \text{ g} + 12,32 \text{ kg} + 672,3 \text{ cg} + 32 004 \text{ dg} = ? \text{ hg}$;
 $1 009 \text{ g} + 2 016 \text{ cg} + 3 109,12 \text{ hg} + 7 104 \text{ mg} = ? \text{ hg}$.

Volum	m ³	dm ³			cm ³		
		s	z	u	s	z	u
capacitate	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml

14. Treceți într-un tablou, cum este cel de mai sus, următoarele numere:
 135 l 4 ml; 5 639 dl 8 cl 9 ml; 4 m³ 129 cm³; 19 dm³ 6 cm³; 13,5 m³;
 6,19 dm³; 3,192 m³; 189 dm³; 100,01 cm³; 70 002 ml.
15. Să se transforme în metri: 0,25 cm; 17,32 hm; 239,047 km; 7 435,25 dm;
 43 446 mm; 235,12 dam; 1 245,19 dm; 15 435,9 cm.
16. Să se transforme în metri pătrați: 25,3256 ha; 432,9499 dm²; 13,29 dam²;
 74,139 a; 25 436,15 ca; 749 836,125 cm².

17. Să se transforme în metri cubi: 323 dm^3 ; $1\,256,353 \text{ cm}^3$; $2,856 \text{ dam}^3$; $65,815 \text{ km}^3$; $0,001250 \text{ km}^3$; $0,001243 \text{ hm}^3$.
18. a) Să se transforme în lei: 24 150 bani; 100 005 bani; 25 bani, 50 bani, 125 bani.
b) Să se transforme în bani: 0,15 lei; 0,30 lei; 1,25 lei; 0,15 lei; 100,05 lei; 0,05 lei.
19. O fabrică de brinzeturi consumă zilnic 29 400 l de lapte pentru fabricarea unui sortiment de brinză, folosind 1,05 l pentru fiecare pachet de brinză. Un pachet de brinză cântărește 125 g. Cite pachete de brinză se fac într-o zi? Dar într-un an?
Cite drumuri face autocamionul de 10 t într-un an (autocamionul transportă brânza de la fabrică la gară)?
20. Trebuie transportată o încărcătură de 10 t de fîn cu 2 care și un camion. Carele goale cântăresc 900 kg și 850 kg, iar camionul 2,5 tone; cele trei vehicule încărcate cântăresc 1 950 kg, 1 700 kg și 5 250 kg. Se poate transporta fînul cu două drumuri de fiecare vehicul? Dacă nu, pentru cel de-al treilea drum este suficient numai carul cel mai mic?
21. Trebuie parașutat dintr-un avion pe un vapor un pachet cu medicamente. Vaporul a plecat la ora 3 și are viteza de 20 noduri ($1 \text{ nod} = 1 \text{ milă marină}$ pe oră; $1 \text{ milă} = 1\,850 \text{ m}$).
Avionul pornește în aceeași direcție la ora 7, cu viteza de 222 km pe oră.
1) Care este distanța dintre vapor și avion în momentul plecării avionului?
2) Cu câți kilometri se micșorează distanța dintre ele într-o oră?
3) La ce oră are loc parașutarea pachetului?
22. Farul de la Constanța este văzut noaptea pe o rază de 60 mile. Un vapor care are viteza de 8 noduri, îl zărește la ora 22³⁰. La ce oră va putea să ajungă vaporul în port?
23. O gospodină face dulceață din 3 kg de prune, 2 kg de zahăr și 1 l apă. La fiert se pierde 500 g. Dulceață se pune în 5 borcane. Câtă dulceață conține fiecare borcan?

Capitolul IV

Cele patru operații cu numere naturale și zecimale

A. Cele patru operații cu numere naturale

1. Adunarea

1. Tabelul de mai jos ne dă lungimea frontierelor țării noastre. Înlocuiți semnele de întrebare prin sumele respective.

State vecine	Lungimea frontierelor			
	Terestră	Fluvială	Maritimă	Totală
U.R.S.S.	272 500 m	1 056 300 m	—	?
R.P. Ungară	410 800 m	31 200 m	—	?
R.S.F. Iugoslavia	248 900 m	297 300 m	—	?
R.P. Bulgaria	137 900 m	453 00 m	—	?
Total.....	?	?	245 000 m	?

- X 2. Casieria unei întreprinderi a făcut următoarele încasări într-o lună:

516 lei	1 001 lei
25 419 lei	31 002 lei
316 310 lei	1 924 519 lei
405 lei	700 213 lei

Care este totalul încasărilor întreprinderii pe această lună?

3. În industria noastră siderurgică s-au produs într-un an:

8 809 000 t de fontă;
9 852 000 t de oțel;
6 800 000 t de laminate;
3 529 000 t de cocs metalurgic.

Care a fost totalul producției siderurgice în acel an?

- X 4. Unul dintre tunelurile dintre Franța și Italia are 13 636 m, cel dintre Bologna și Florența cu 4 872 m mai mult, iar cel dintre Elveția și Italia cu 1 315 m mai mult decât al doilea. Cîți metri are acest ultim tunel?

5. O întreprindere agricolă de stat a primit îngrășăminte chimice în trei rinduri: prima dată 30 800 kg, a doua oară cu 6 050 kg mai mult, iar a treia oară cu 125 kg mai mult decât în primele două transporturi.

Cîte kilograme de îngrășăminte s-au primit a treia oară?

6. Suprafața pustiurilor Australiei este de 400 000 km², a Americii cu 1 200 000 km² mai mare decât a Australiei, a Asiei cu 1 000 000 km² mai mare decât a Australiei și a Americii la un loc, iar a Africii cu 1 400 000 km² mai mare decât a Americii și Asiei la un loc. Cîți kilometri pătrați are suprafața totală a pustiurilor de pe suprafața Pămîntului?
7. Suprafața bazinului fluviului Nipru este de 503 000 km², a Dunării cu 314 000 km² mai mare, iar a Volgăi cu 563 000 km² mai mare decât a Dunării. Care este suprafața bazinului fluviului Volga?
8. Pe un ogor s-a pus îngrășămint natural în trei etape: prima dată 20 005 kg, a doua oară cu 15 010 kg mai mult și a treia oară cu 7 005 kg mai mult decât a doua oară. Cîte kilograme de îngrășămint natural s-au depus în total pe acest ogor?
9. O cooperativă agricolă de producție a realizat 121 568 lei din vînzarea legumelor, cu 28 432 lei mai mult din creșterea animalelor, iar din cultura sfecei cu 128 432 lei mai mult decât legume și animale la un loc. Cîți lei a realizat din sfeclă, legume și vite?
- X 10. Marele nostru poet Mihai Eminescu s-a născut la 15 ianuarie 1850 și a trăit 39 de ani și 5 luni. Cînd a murit Mihai Eminescu?
- X 11. Poetul italian Dante s-a născut în luna mai 1265 și a trăit 56 de ani și 5 luni. Cînd a murit Dante?
12. Veverița poate trăi 7 ani, iepurele cu 3 ani mai mult decât veverița, vulpea încă o dată cît iepurele, cerbul cu 10 ani mai mult decât vulpea, iar ursul cît vulpea și cerbul al un loc. Cît poate trăi un urs?
13. Un grup de excursioniști au mers într-o zi 12 km 22 m, a doua zi 15 km 3 hm 15 m, iar a treia zi 20 km 4 dam 10 m. Care este lungimea drumului parcurs în cele trei zile?
14. Un mobil a parcurs pe un cerc următoarele arce: mai întîi 36°12'36", apoi 125°10'45" și în cele din urmă 198°36'39". Ce drum a parcurs în total acest mobil?
15. Un scafandru a stat sub apă la prima cursă 3^h15^m25^s, la a doua cursă 49^m30^s și la a treia cursă 2^h48^m46^s. Cît timp a stat în apă scafandrul în cele trei curse?
16. Pe un șantier în patru clădiri, sînt cazați 872 de muncitori. În prima clădire sînt cu 20 muncitori mai mulți decât în clădirea a patra, unde sînt cu 16 muncitori mai mulți decât în clădirea a treia iar în clădirea a doua sînt cu 20 muncitori mai mulți ca în a treia. Cîți muncitori sînt în fiecare clădire?
17. Lungimea Argeșului este de 275 km. Siretul este cu 195 km mai lung iar Oltul are cu 55 km mai mult decât Siretul. Să se afle lungimea Oltului.
18. Tata, mama și fiul lor au economisit 2 900 lei la C.E.C. Tata a depus de 6 ori mai mult decât fiul iar mama cu 300 lei mai mult decât fiul. Ce sumă a depus fiecare?

2. Scăderea

- X 19. În anul 1508, meșterul Macarie a tipărit la Tîrgoviște prima carte românească. Cîți ani au trecut de la apariția primei cărți românești și pînă în anul 1976?
- X 20. Într-un an, în țara noastră s-au produs 139 536 frigidere, cu 38 525 mai puține mașini electrice de spălat rufe și cu 34 811 mai puține mașini de cusut decît mașini de spălat rufe. Cîte mașini de spălat s-au produs? Dar mașini de cusut?
21. De pe un hectar de pămînt îngrășat cu nitrocalcar s-au obținut 23 500 kg de sfeclă, pe cînd de pe terenurile neîngrășate s-au obținut 16 300 kg de sfeclă-de-zahăr la hectar. Cîte kilograme de sfeclă s-au recoltat în plus la hectar pe terenul îngrășat?
- X 22. Într-un an s-au produs în țara noastră 31 974 000 de perechi de încălțăminte, adică cu 12 346 000 mai mult ca în anul precedent. Cîte perechi de încălțăminte s-au produs în primul an?
- X 23. Distanța de la București la Cîmpina este de 92 km, iar de la București la Ploiești sint cu 33 km mai puțin. Cîți kilometri sint de la Ploiești la București?
- X 24. Vîrfurile Negoiului are 2 535 m, Ceahlăul cu 624 m mai puțin și Rarăul cu 258 m mai puțin decît Ceahlăul. Care este înălțimea Rarăului?
- X 25. Distanța de la Soare la Pămînt este de 150 000 000 km, iar distanța de la Pămînt la Lună este de 380 000 km. Cu cîți kilometri este mai mică distanța de la Pămînt la Lună decît cea de la Pămînt la Soare?
- X 26. De pe un lot s-au cosit: prima dată 7 660 kg de lucernă, a doua oară cu 1 210 kg mai puțin și a treia oară cu 1 575 kg mai puțin decît a doua oară. Cîte kilograme de lucernă s-au cosit a doua și a treia oară de pe acest lot?
27. Cum s-a reușit să se măsoare 4 l de vin cu ajutorul a 3 vase, unul de 3 l, altul de 5 l și un vas mai mare?
- X 28. Aparatul de marcat al unui automobil arăta la plecare 19 023 km; la prima oprire arăta 19 217 km, iar la a doua oprire 19 408 km. Cîți kilometri a parcurs automobilul în prima etapă? Dar în a doua?
- X 29. Aria suprafeței bazinului fluviului Congo este de 3 822 000 km², a Nilului cu 922 000 km² mai mică, iar a fluviului Niger cu 808 000 km² mai mică decît a Nilului. Care este aria suprafeței bazinului Niger?
- X 30. Să se găsească un număr de două cifre a căror sumă este egală cu 13. Dacă se permută cifrele, numărul se micșorează cu 45.
31. Brigăzile de muncitori de la un combinat textil au dat peste plan într-o lună: 16 271 m de pinză, stambă cu 2 325 m mai puțin și mătase cu 593 m mai puțin decît stambă. Cîți metri de mătase au dat peste plan aceste brigăzi?
- X 32. Diferența a două numere este 82 412 iar cel mai mare dintre ele este 315 213. Care este diferența dintre numărul cel mai mic și 62 417?
- X 33. Înălțimea muntelui vulcanic Kliuciev este de 4 850 m; Erebus are cu 827 m mai puțin, iar Etna are cu 760 m mai puțin decît Erebus. Cîți metri are muntele vulcanic Etna?
- X 34. La 19 august 1967 s-au împlinit 86 de ani de la nașterea marelui muzician român George Enescu. Cînd s-a născut George Enescu?

35. La 10 martie 1837 s-a născut marele povestitor Ion Creangă și a murit la 31 martie 1889. Câți ani, luni și zile a trăit Ion Creangă?

36. La 2 aprilie 1805 s-a născut marele povestitor danez Andersen. Cât timp a trecut de la nașterea lui Andersen până azi?

37. Suma celor două laturi mai lungi ale unei grădini în formă de dreptunghi este de 382 m. Lățimea este cu 86 m mai mică decât lungimea. Să se afle lățimea acestei grădini.

38. a) Suma a două numere naturale a și b este 9. Care sînt cele două numere? Cite perechi de numere alcătuiesc soluția acestei probleme.

b) Diferența a două numere a și b este egală cu 9. Cite perechi alcătuiesc soluția acestei probleme cînd $a < 50$.

3. Adunarea și scăderea

La rezolvarea următoarelor exerciții se vor folosi proprietățile adunării: comutativitatea și asociativitatea, precum și scăderea unei diferențe dintr-un număr.

Calculați oral:

39. $65 + 25 - 14 - 16 =$
 $94 + 6 - 24 - 16 =$

$31 + 15 + 19 - 20 - 11 =$
 $70 - (40 - 16 + 12) =$

40. Completați cifrele lipsă și efectuați

$1 \cdot + \cdot 5 + 1 \cdot = 10;$

$360 \cdot + 2 \cdot 4 + \cdot 69 = \cdot 143;$

$721 \cdot + 43 \cdot 5 + 6 \cdot 09 + \cdot 203 = 22\ 037;$

$\cdot 27 + 513 \cdot + 96 \cdot 3 + 3 \cdot 04 = 16\ 068. (F)$

41. $120 + x = 180;$

$212 + x = 305;$

$1\ 419 + x = 2\ 019;$

$512 + x = 3\ 014;$

$x + 116 = 200.$

42. $x - 120 = 12$

$720 - x = 400$

$8413 - x = 305$

$x - 200 = 5\ 043$

$x - 2\ 103 = 619$

$128 + 30 + x = 68$

$15 + x + 45 = 70$

$x + 16 + 85 = 112$

$87 = 21 + x + 19$

43. $36 - 24 + x = 80$

$30 + 10 + 40 - x = 0$

$42 + 0 + 18 - 0 = x$

$27 = 91 - 56 + 19 - x$

44. $80 + (92 - 43) + 26 =$

$(48 - 29) + (23 + 15) + (17 + 19) =$

$106 - (200 - 130 + 16 - 90) =$

$125 - (25 - 50 + 70 - 15) =$

45. $45 + 90 + 17 + 35 + 10 + 13 =$

$140 - (240 - 260 + 180 + 60 - 80) =$

$(145 + 120 + 55 - 40 - 80) - (325 + 28 - 100 - 225 + 12) =$

$(37 + 81) + (25 - 19 + 8 - 99) =$

- X 46. $(65 + 18 - 12) + (12 + 25 - 68) =$
 $199 - (25 + 30 + 75) - (24 - 101) =$
 $201 + (250 - 125 - 75) + (450 - 190 - 20) =$
 $1\ 921 + 1\ 859 + 1\ 453 + 79 + 547 + 1\ 141 =$
- X 47. La 15 noiembrie 1976 s-au implinit 98 de ani de la nașterea marelui nostru biolog Emil Racoviță, iar după 4 zile s-au implinit 28 ani de la moartea lui. Să se afle anul nașterii și al morții lui Racoviță. Cât a trăit Racoviță?
- X 48. Aparatul de marcat al unui automobil arăta luni dimineața 12 353 km. Acest automobil a mers luni 314 km, marți cu 9 km mai puțin decât luni, miercuri cu 106 km mai mult decât marți, joi cu 205 km mai puțin decât miercuri, vineri cu 112 km mai mult decât joi și sâmbătă cu 94 km mai puțin decât vineri. Câți kilometri a arătat sâmbătă seara aparatul de marcat al automobilului?
- X 49. Vrabia se poate ridica în zbor pînă la înălțimea de 5 000 m, vulturul atinge o înălțime cu 2 000 m mai mică decât a vrabiei, iar cioara cu 200 m mai puțin decât vulturul. Pînă la ce înălțime poate zbura cioara?
- X 50. Într-un an s-au înregistrat următoarele recorduri internaționale de viteză: trenul 331 km pe oră, vasul hidroplan cu 33 km mai mult și automobilul cu 61 km mai puțin decât trenul și hidroplanul la un loc. Ce viteză s-a obținut cu hidroplanul și cu automobilul?
- X 51. După ultimele cercetări, în subsolul pustiului Sahara se găsesc 1.000.000.000 t de cărbune, cu 500 000 000 t mai puțin cupru decât cărbune, cu 100 000 000 t mai puțin petrol decât cupru și cu 150 000 000 t mai puțin fier decât petrol. Cite tone de cupru, fier și petrol se găsesc în subsolul Saharei?
- X 52. Un tată a avut 28 de ani la nașterea fiului său. Câți ani va avea fiul cînd tatăl va avea 50 de ani? Câți ani va avea tatăl cînd fiul va avea 48 de ani?
- X 53. La o întrecere sportivă, clasele a IV-a și a V-a au totalizat 184 de puncte. Diferența de puncte între clase este de 44 de puncte. Cite puncte a totalizat fiecare clasă?
- X 54. În țara, noastră într-un an s-au produs 233 700 t de mere și cu 170 600 t mai puține pere. Cite kilograme de mere și pere s-au produs în acel an?
- X 55. Eugenia, Dinu și Sandu au strins nuci. Cite nuci a strins fiecare dintre ei dacă: adunînd nucile Eugeniei și ale lui Dinu, obținem 30, pe ale lui Dinu cu ale lui Sandu 38, iar ale Eugeniei cu ale lui Sandu 32.
- X 56. Două clase au în bibliotecile lor 181 de cărți. Dacă ar avea însă fiecare clasă un număr de cărți respectiv egal cu răsturnatul numărului pe care-l are, atunci ar avea împreună 505 cărți. Cite cărți are fiecare clasă în bibliotecă?
- X 57. Un automobil a mers de la București pînă la Breaza, adică 97 km, și de la Breaza la Brașov încă 69 km. De la Brașov a mers înapoi spre București 47 km și s-a oprit. Câți kilometri a parcurs acest automobil? La câți kilometri se află de București?

- X 58. Un autocamion cîntărește gol 3 100 kg. De la un depozit s-au încărcat în el 3 250 kg de var, iar de la altul 1 425 kg de ciment; pe drum s-au descărcat 565 kg de var, apoi camionul trebuie să treacă peste un pod, care nu suportă o masă mai mare de 8 t. Va putea oare trece peste pod? Cît se mai poate încărca în acest camion?
- X 59. Viorel îi zice Mariei: dă-mi 6 alune de la tine, ca să am și eu cîte ai tu. Maria răspunde: dă-mi tu 6 alune, ca să am de două ori cît ai tu. Cîte alune are fiecare din cei doi copii?
- X 60. Gheorghită dă următoarea problemă fratelui său: suma a două numere consecutive este 123. Care sînt cele două numere? Fratele răspunde imediat: 61 și 62. Este bun răspunsul? Cum a socotit așa repede?
- X 61. Suma a trei numere consecutive este 108. Care sînt cele trei numere?
- X 62. Arătați prin cîteva exemple numerice că, pentru a aduna la un număr diferența altor două numere, este suficient să adăugăm primului număr descăzutul și din rezultat să scădem pe scăzător.
- X 63. Arătați prin cîteva exemple numerice că pentru a scădea o diferență dintr-un număr este suficient să adunăm numărul cu scăzătorul și din rezultat să scădem pe descăzut.
- X 64. a) Arătați prin cîteva exemple numerice cum se transformă o adunare într-o scădere.
b) Arătați prin cîteva exemple numerice cum se transformă scăderea într-o adunare.
- X 65. Într-un magazin de stat s-au încasat într-o zi: 4 326 lei pentru brînzeturi, cu 1 005 lei mai puțin pentru mezeluri și pentru pîine cu 2 129 lei mai mult decît pentru mezeluri. Cît s-a încasat din vînzarea acestor alimente?

4. Înmulțirea

66. Exerciții orale

$$36 \times 5 =$$

$$123 \times 5 =$$

$$4\,564 \times 5 =$$

$$15\,249 \times 5 =$$

$$17 \times 15 =$$

$$943 \times 15 =$$

$$2\,145 \times 15 =$$

$$15\,650 \times 15 =$$

$$27 \times 50 =$$

$$112 \times 50 =$$

$$1\,349 \times 50 =$$

$$23\,615 \times 50 =$$

$$44 \times 75 =$$

$$241 \times 75 =$$

$$2\,941 \times 75 =$$

$$16\,409 \times 75 =$$

$$28 \times 25 =$$

$$649 \times 25 =$$

$$7\,493 \times 25 =$$

$$22\,468 \times 25 =$$

$$67 \times 125 =$$

$$129 \times 125 =$$

$$8\,756 \times 125 =$$

$$38\,055 \times 125 =$$

- X 67. Musca poate zbura 8 km pe oră, alina de 3 ori mai mult decît musca și porumbelul de 6 ori mai mult decît alina. Cîți metri pe oră poate zbura porumbelul?
- X 68. Fabrica de egrenat bumbac de la Ciulnița produce 12 kg de vată de croitorie într-o oră. Cîte kilograme de vată se vor produce în cele 305 zile lucrătoare ale anului, dacă fabrica va lucra permanent cu 2 schimburi?



69. ~~a)~~ Produsul a două numere este egal cu 3 960. Dacă se scade 5 din înmulțitor, produsul se micșorează cu 1 100. Care sînt cele două numere?
- ~~b)~~ Ce devine produsul 16×30 dacă primul factor se mărește cu 2 și al doilea cu 5?

~~c)~~ Ce devine produsul 35×20 cînd deînmulțitul se micșorează cu 5 și înmulțitorul cu 4? Generalizare.

Indicație. $(a + p)(b + q) = ab + pb + aq + pq$

~~d)~~ Cu cît se micșorează un produs de doi factori dacă primul se mărește cu 2 și al doilea se micșorează cu 2?

70. 50 sticle de vin alb și 156 sticle de vin roșu costă 4 608 lei. O sticlă de vin alb costă cît două sticle de vin roșu. Cît costă o sticlă de vin alb și cît costă o sticlă de vin roșu?

71. Un mestecăn elimină într-o zi 70 găleți de apă. O găleată are 12 l de apă. Cîți litri de apă vor elimina în 7 zile cei 4 mesteceni din curtea școlii noastre?

72. Se prepară ciocolată din 6 kg de zahăr, 4 kg de cacao, 2 kg de feculă (făină de cartofi) și 1 litru apă. Puneți prețurile și aflați cît costă ciocolata care se obține din acest amestec.

73. Ca să crească cu 1 kg, în perioada îngrășării, unui crap i se dau: 6 kg turtă de floarea-soarelui, 4 kg de porumb și 4 kg de lupin. Cîte kilograme din fiecare fel de hrană și cîte în total trebuie date în această perioadă peștilor dintr-un heleșteu dacă trebuie să se realizeze un spor de 170 kg?

74. O fermă piscicolă are o suprafață de heleșteie de 12 ha. Cîți crapi sînt în aceste heleșteie, dacă la un hectar sînt în medie 60 000 de crapi?

75. O piesă cu secțiunea un pătrat cu latura de 8 cm este făcută dintr-un oțel cu rezistența de rupere de 50 kg/mm^2 . Care este sarcina maximă pe care o poate suporta această piesă?

76. O piesă cu secțiunea un dreptunghi cu dimensiunile de 6 cm și 3 cm este făcută din cupru cu rezistența de rupere de 20 kg/mm^2 . La ce sarcină se va rupe această piesă?

77. O bară cilindrică este făcută dintr-un aliaj a cărui rezistență la rupere este de 75 kg/mm^2 . Secțiunea barei este de 20 mm^2 . La ce sarcină se va rupe această bară?

~~78.~~ Dintr-un gram de sămînță de viermi de mătase ies 1 500 de gogoși. O gogoșă dă 900 m fir de mătase. Cîți metri de fir se obțin din 6 g de sămînță?

79. Cunoscînd că fiecare gram de sămînță de viermi de mătase dă 3 kg gogoși, într-un kg intră 300 de gogoși și din fiecare gogoșă se scot 850 m fir de mătase, să se afle cîți metri de fir se pot obține din 25 g de sămînță?

80. Pentru hrana viermilor de mătase rezultați dintr-un gram de sămînță sînt necesare 40 kg de frunze de dud. De la un dud se pöt lua 150 kg de frunze. Vor ajunge 14 duzi pentru creșterea viermilor scoși din 25 g de sămînță?

~~81.~~ O capră dă 3 l de lapte pe zi timp de 10 luni pe an. Ce cantitate de lapte dă anual această capră? Ce cantitate de lapte au dat anual 126 de capre?

82. Cite tone de sămință de in s-au semănat într-un an în țara noastră, dacă la un hectar s-au folosit 150 kg de sămință și suprafața însămînțată a fost de 26 300 ha?
83. S-au cumpărat 2 viței; unul din ei a costat cu 120 lei mai mult decât celălalt. Care este prețul fiecărui vițel dacă se știe că de 4 ori prețul celui mai scump plus de două ori prețul celui alt dă 4680 lei?
84. Roata unei trăsuri are lungimea cercului egală cu 240 cm și face pe un drum 26 800 de învîrtituri. Care este lungimea drumului parcurs?
85. Care sînt dimensiunile unui loc în formă de dreptunghi care pe o hartă cu scara de $\frac{1}{250\,000}$ are lungimea de 12 cm și 3 mm și lățimea de 9 cm 2 mm?

5. Împărțirea

86. Produsul a două numere este egal cu 118 490 și cel mai mare este 578. Să se găsească suma și diferența acestor numere.
87. Izvorul „Republica” din Borsec, vestit pentru tratamentul bolilor de stomac, dă zilnic cite 249 840 l de apă. Cîți litri dă pe oră acest izvor?
88. a) Deîmpărțitul și împărțitorul unei împărțiri pot fi egali? Care este citul și restul în acest caz? Generalizare.

R. Identitatea împărțirii este $D = I \cdot C + r$; $r < I$ deci
 $D = D \times C + r$,
 $C = 1$; $r = 0$.

b) Deîmpărțitul și citul unei împărțiri sînt egali cu 11. Care sînt împărțitorul și restul? R. $11 = I \cdot 11 + r$; $I = 1$; $r = 0$.

c) Împărțitorul și citul unei împărțiri sînt egali cu 4. Care sînt valorile posibile ale restului și deîmpărțitului? Generalizare.

$$D = 4 \cdot 4 + 0; D = 4 \cdot 4 + 1; D = 4 \cdot 4 + 2; D = 4 \cdot 4 + 3.$$

$$D = I \cdot I + 0; D = I \cdot I + 1; \dots D = I \cdot I + (I-1).$$

89. Ruxandra a arătat Mariei că $5 = 6$. Cum?

Rezolvare

Ruxandra a scris

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54$$

ceea ce era foarte corect.

A scos factor comun în ambele părți ale egalității

$$5(7 + 2 - 9) = 6(7 + 2 - 9)$$

A împărțit apoi ambele părți cu

$$7 + 2 - 9 \text{ și a obținut}$$

$$5 = 6$$

Care a fost greșeala? Împărțirea prin 0. Atenție! nu se poate efectua o împărțire cînd împărțitorul este zero.

90. Un kilogram de zahăr dă 4 500 de calorii mari, un kilogram de carne dă de 3 ori mai puține calorii, iar un litru de lapte de 2 ori mai puține calorii decît un kilogram de carne. Cîte calorii dă un litru de lapte?
91. a) Suma a două numere este 319, cîtul lor 23, restul împărțirii 7. Să se găsească cele două numere.
b) Să se găsească două numere a căror sumă este egală cu 6 612 și cîtul împărțirii 75.
92. Rasa de viermi de mătase Adrianopol produce gogoși mari; din fiecare gogoasă se pot scoate 1 000 m de fir de mătase. Cîte gogoși a avut o cooperativă agricolă de producție care a obținut 14 400 000 m de fir?
93. Din 320 000 de gogoși de mătase se scot 1 500 m de țesătură de mătase. O cooperativă agricolă de producție a pus 160 g de sămînță, din care se produc 400 de gogoși la un gram. Cîți metri de țesătură se vor face din mătasea produsă?
94. Pe o distanță de 192 m, o roată face 64 de învîrtituri. Ce lungime are circumferința roții?
- X 95. Leul poate mînca o oaie în 2 ore, lupul în 3 ore, cîinele în 6 ore. În cît timp ar mînca o oaie împreună?
96. Într-o zi au fost expediate de la o fermă piscicolă 360 kg de păstrăvi așezați în 12 lăzi egale. Fiecare păstrăv avea în medie 200 g. Cîte kilograme s-au trimis în fiecare ladă? Cîți păstrăvi erau în fiecare ladă?
97. Restul unei împărțiri este 97, cîtul 665. Împărțitorul întrece cu 91 suma dintre rest și cît. Să se găsească deîmpărțitul.
- X 98. Doi muncitori au primit pentru o lucrare 3 320 lei. Primul muncitor a lucrat 19 zile cîte 8 ore și al doilea 18 zile cîte 10 ore. Ce sumă a primit fiecare muncitor?
- X 99. Trei muncitori au primit pentru o lucrare 3 310 lei. Primul muncitor a lucrat 10 zile cîte 11 ore pe zi, al doilea 12 zile cîte 10 ore pe zi și al treilea 10 zile cîte 9 ore pe zi. Primul muncitor fiind mai calificat, primește 10% mai mult pe oră decît fiecare din ceilalți doi. Cît a încasat fiecare muncitor?
100. Cupa unui excavator ridică o dată 3 t 8 q de pămînt. În cîte cupe s-au încărcat 520 t 6 q de pămînt?
- Y 101. O forță de 80 kgf acționează asupra unei suprafețe cu aria de 4 m². Care este presiunea?
- Y 102. Un om de 80 kg stă încălțat pe gheață. Suprafața de contact cu gheața este de 200 cm². Care este presiunea exercitată de el asupra gheții?
- X 103. O secerătoare secără o suprafață de 7 200 m² pe oră. Care este viteza secerătorii, dacă ea cuprinde fișii de 2 m lățime?

6. Înmulțirea și Împărțirea

104. a) $15\,873 \cdot 7 =$ $111\,111 : 7 =$ $299 \cdot 9 = 299 \cdot 10 - 299$
 $111\,111 \cdot 5 =$ $555\,555 : 15\,873 =$ $719 \cdot 99 =$
 $15\,873 \cdot 35 =$ $111\,111\,111 : 9 =$ $2\,314 \cdot 99 =$

$$12\,345\,679 \cdot 9 = 555\,555\,555 : 45 = 6\,412 \cdot 999 =$$

$$12\,345\,679 \cdot 45 = 555\,555 : 35 = 25\,415 \cdot 999 =$$

$$2 \cdot x = 48; \quad 200 : x = 10; \quad 49 \cdot 11 =$$

$$35 \cdot x = 140; \quad 450 : x = 15; \quad 325 \cdot 11 =$$

$$x \cdot 26 = 520; \quad 980 : x = 49; \quad 1\,417 \cdot 11 =$$

$$x \cdot 22 = 440; \quad 256 : x = 16; \quad 2\,379 \cdot 11 =$$

$$10 \cdot x = 1\,000; \quad x : 14 = 14;$$

$$225 : x + 40 = 49;$$

$$x : 15 + 75 = 95;$$

$$4\,500 : x - 80 : 4 = 80;$$

$$5\,500 - 3\,300 + 100 : x = 2\,250.$$

$$879 \cdot 1\,001\,001 = 315 \cdot 9 =$$

$$215 \cdot 1\,001\,001 = 238 \cdot 19 =$$

$$1\,514 \cdot 1\,001\,001 = 372 \cdot 499 =$$

$$2\,008 \cdot 1\,001\,001 = 1\,275 \cdot 699 =$$

$$965 \cdot 1\,001\,001 = 317 \cdot 899 =$$

$$1\,257 \cdot 999 =$$

$$8\,431 \cdot 100\,010\,001 = 23\,519 \cdot 10\,000\,100\,001 =$$

$$8\,917 \cdot 100\,010\,001 = 7\,413 \cdot 10\,000\,100\,001 =$$

$$1\,009 \cdot 100\,010\,001 = 519 \cdot 10\,000\,100\,001 =$$

$$12\,431 \cdot 100\,010\,001 = 11\,314 \cdot 10\,000\,100\,001 =$$

$$25\,177 \cdot 100\,010\,001 = 78\,517 \cdot 10\,000\,100\,001 =$$

b) Înmulțiți numerele:

72, 120, 48, 480, 96, 144, 2 224, 9 032, 320, 15 200 cu 5; 25; 125 folosind împărțirea prin 2; 4; 8.

c) Împărțiți numerele:

250, 375, 500, 625, 875, 1 625, 2 625, 5 250, 2 875, 3 125 prin 5, 25, 125 folosind înmulțirea cu 2, 4 și 8.

105. Elefantul poate trăi 200 de ani, ursul a patra parte cît elefantul, iepurele a cincea parte din cît poate trăi ursul, iar vulpea de două ori mai mult decît iepurele. Cît poate trăi vulpea?

106. 168 de elevi dintr-un internat consumă în 30 de zile 2 t 520 kg pline, care costă 2 lei kg.

Cît va costa plinea consumată într-un an școlar în acest internat dacă numărul elevilor s-a mărit cu 1 320 și anul școlar are 252 de zile?

107. Un război de țesut are viteza de lucru de 5 cm de pînză pe minut. Cîtă pînză se poate țese într-o oră? Cîtă pînză se țese într-un schimb de 8 ore la cele 12 războaie la care lucrează o muncitoare.

108. Un atelier are lungimea de 16 m, lățimea de 8 m și înălțimea de 5 m și în el lucrează 64 de muncitori. Cîți metri cubi de aer li revin fiecărui muncitor?

109. De pe un teren în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 160 m și 75 m s-au strins 21 t de nutreț verde. Cite chintale de nutreț verde s-au produs la un hectar?
110. Întreitul unui număr mărit cu 2 a fost înmulțit cu 5. Produsul obținut, micșorat cu 4, a fost împărțit la 7 și s-a obținut 18. Care este numărul cu care s-au început operațiile?
111. 2 kg de pere au același preț ca 3 kg de mere. Cu 27 lei s-au cumpărat 6 kg de pere. Cît costă 1 kilogram de mere?
112. La un acoperiș cu dimensiunile de 5 m și 4 m s-au folosit 960 de țigle. Cite țigle se vor folosi la un acoperiș cu dimensiunile de 6 m și 5 m?
113. La o vie, din 360 kg de struguri s-au obținut 225 l de vin. Cite kilograme de struguri sînt necesare pentru a umple 8 butoaie de cîte 2 500 l de vin?
114. Din 25 t de sfeclă-de-zahăr se scot 3 200 kg de zahăr. Ce cantitate de zahăr se va obține din 163 750 t de sfeclă, cît s-a produs într-un an?
115. Știrul este o buruiană dăunătoare (se înmulțește foarte repede); fiecare fir face cîte 500 000 de semințe, pe cînd spanacul sălbatic face de 5 ori mai puține semințe. Cite semințe vor face 12 fire de spanac și 14 fire de știr de pe un strat rămas neplivit?
116. În două biblioteci erau 312 volume. După ce din prima s-au scos 118 cărți și din a doua 82 cărți, în ambele biblioteci a rămas același număr de volume.
 - 1) Cite volume are fiecare bibliotecă?
 - 2) Cite volume avea fiecare bibliotecă?
117. Un dreptunghi are dimensiunile de 18 m și 8 m. Un alt dreptunghi, care are aria egală cu a primului, are lungimea de 4 ori mai mare decît lățimea. Care sînt dimensiunile celui de-al doilea dreptunghi?
118. Într-un atelier al unei fabrici există material pentru fabricarea a 510 căni și 492 de farfurii. S-a primit o comandă urgentă numai de căni. Cite căni se pot face din tot materialul, dacă la 3 farfurii intră tot atît material ca la 4 căni?
119. Un meșter olar și-a pregătit lut pentru 495 de ghivece și 279 de străchini. Dacă din acest material ar face numai ghivece, cîte ghivece poate să facă în total, dacă la 5 ghivece intră tot atît lut cît la 3 străchini?
120. Din stofa care se găsește într-un atelier de confecții se pot face 625 de costume bărbățești, și 488 de costume de copii. Din toată stofa s-au făcut numai costume bărbățești. Cite costume bărbățești s-au putut face dacă la 5 costume bărbățești se folosește tot atîta stofă ca la 8 costume de copii?
121. Dintr-un metru cub de lemn se obțin 150 kg de fibre artificiale. Din 100 kg de fibră se fac 1 200 m de țesături. Cîți metri de țesătură se vor face din 48 m³ de lemn?
122. Din 100 kg de minereu de fier se scot 40 kg de fontă, iar din 100 kg de fontă se obțin 80 kg de oțel. Cite kilograme de minereu sînt necesare pentru producerea a 3 200 kg de oțel?
123. La o fabrică de săpun, săpunul se fabrică astfel: la 150 kg de grăsime se pun 50 kg de sodă. Cite tone de sodă se vor întrebuința la 525 t de grăsime?

124. Dintr-o tonă de secară se obțin 600 kg de amidon, iar dintr-o tonă de cartofi de 4 ori mai puțin. Câte kilograme de amidon se scot din 12 t de cartofi?
125. Într-un camion s-au încărcat 18 saci cu făină și un număr de saci cu țărițe; toți sacii cîntăreau 2 t 640 kg. Un sac cu făină cîntărea 80 kg, iar unul cu țărițe 48 kg. Cîți saci cu țărițe s-au încărcat în camion?
126. Într-un stup sînt 2 000 de albine, care ies din stup de cîte 10 ori pe zi și aduc cîte 30 mg de nectar. În cîte zile string albinele acestui stup 3 kg 600 g de nectar?
127. Înmulțiți numărul 12 345 679 prin 9, 18, 27, 36, ..., 81; cercetați rezultatele și explicați-le.
128. Arătați prin cîteva exemple numerice că în orice împărțire restul e mai mic decît jumătatea deîmpărțitului.
Să se generalizeze.

7. Cele patru operații cu numere naturale

Aceste exerciții se vor face pe cît posibil oral, folosindu-se proprietățile operațiilor: comutativitatea, asociativitatea etc.

129. $(36 + 14) \cdot 8 =$ $(105 + 15) \cdot 11 =$
 $(89 + 11) \cdot 9 =$ $(14 + 106) \cdot 11 =$
130. $(128 + 60 + 12) \cdot 8 =$ 131. $(205 + 25 - 45 + 15) \cdot 6 =$
 $(11 + 35 + 55 + 99) \cdot 7 =$ $(118 + 20 - 9 - 20 - 9) \cdot 4 =$
 $(60 + 11 + 29 + 1 + 9) \cdot 5 =$ $(168 - 32 - 18 - 18) \cdot 8 =$
 $(72 + 13 + 5 + 17 + 28 + 25) \cdot 11 =$ $(191 - 11 - 20 - 35 - 5) \cdot 7 =$
132. $(17 - 4) \cdot 9 =$ 133. $(82 - 6) \cdot (75 - 60 - 5) =$
 $(25 - 11) \cdot 9 =$ $22 + (86 - 49) \cdot (21 - 12) =$
 $8 \cdot (45 - 18) =$ $(23 + 4) \cdot (92 - 83) =$
 $(40 - 28) \cdot (32 - 23) =$ $(32 - 23) \cdot (105 - 95) \cdot (125 - 25) =$
134. $(87 + 13) : (1\ 775 - 1\ 750) =$ 135. $(36 + 24) : 10 + 25 : 5 - 9 =$
 $(99 - 29) : (45 - 35) =$ $(45 - 25) : 4 + 9 \cdot 4 : 3 =$
 $66 : 11 \cdot 40 : 5 =$ $(80 - 64) : 2 + 24 + 12 \cdot 5 =$
 $96 : 3 : 4 \cdot 19 = 48$ $(80 - 52) : 4 + (96 - 80) : 8 =$
136. $(38 - 26) \cdot 4 + (36 - 12) : 8 =$ 137. $84 - 8 \cdot 7 + 3 \cdot 7 - 4 =$
 $(102 - 27) : 3 - (250 - 130) : 12 =$ $13 + 8 \cdot 9 : 4 - 15 + 6 =$
 $(56 + 32) : 44 + (72 - 63) : 9 =$ $7 \cdot 9 - 4 \cdot 9 : 18 + 12 =$
 $49 \cdot 2 : 14 + (64 + 36) : 10 =$ $(90 - 33) : 19 + 19 \cdot (70 - 61) =$
138. $(2\ 000 - 1\ 250) : x = 30$
 $(180 - 72) : (93 - 89) =$
 $52 + 90 \cdot 3 \cdot 2 : 9 - 22 =$
 $(46 - 37) \cdot (103 - 94) \cdot (1\ 148 - 1\ 139) =$
139. $(102 - 498) : 25 \cdot 2 + 70 : 7 =$
 $(342 + 48) : 13 \cdot 1 \cdot 2 + 200 =$
 $(640 + 170) : 3 \cdot 3 + 120 : 3 \cdot 4 =$
 $(216 + 134) : 7 \cdot 2 \cdot 5 + 9 \cdot (106 - 96) =$

$$140. (520 + 180) : 2 \cdot 5 \cdot 10 + 5 \cdot (104 - 93) =$$

$$(266 + 134) : 16 \cdot 5 + (136 + 99) \cdot 22 =$$

$$(600 - 320) : 5 \cdot 8 \cdot 5 - 63 =$$

$$(795 - 55) : 37 + (122 - 82) : 8 =$$

$$141. (540 : 18 - 16) \cdot 50 + 160 : 4 \cdot 4 =$$

$$(216 + 34) : 25 + 356 : 2 : 2 + 27 : 3 : 3 =$$

$$(750 - 726) \cdot 11 + (188 - 100) : 11 =$$

$$570 : 19 + 840 : 7 + (501 + 299) : 40 =$$

$$142. 24 \cdot (38 - 29) + 810 : 90 - (240 + 96) : 6 =$$

$$700 : 2 : 7 + 824 : 8 - 720 : 8 =$$

$$570 : 19 + (680 - 404) : 4 =$$

$$\times 210 : 15 + (20 \cdot 20 - 30 \cdot 10) =$$

Calcul seris:

$$143. \times (499 + 146) : 15 + (292 + 65) : 3 =$$

$$\times (291 + 129) : 7 + 1549 - 39 : 13 =$$

$$\times (950 : 25) - 130 : 2 : 5 + 150 : 5 \cdot 2 =$$

$$\times (290 + 220) : 17 - (210 : 15) =$$

$$144. [(500 + 200) + (500 - 200)] \cdot 5 =$$

$$[(652 + 215) + (625 - 215)] \cdot 3 =$$

$$[(700 + 300) - (700 - 300)] \cdot 8 =$$

$$[(82535 - 16355) - (82535 - 16355)] \cdot 9 =$$

$$145. (1500 + 7500) : 25 - 5 =$$

$$1500 + 7500 : 25 - 5 =$$

$$1500 + 7500 : (25 - 5) =$$

$$146. 500 - 270 : 9 + (570 + 390) : 12 =$$

$$180 \cdot 5 + (445 - 350) : 5 =$$

$$190 \cdot 3 - 195 : 5 + 291 + 126 : 7 =$$

$$190 \cdot 4 : 38 + 116 : 4 + 36 \cdot 2 =$$

$$147. (146 + 499) : (3 \cdot 5) + (898 - 23) : 25 =$$

$$(548 + 352) : 30 + 150 : 5 \cdot 2 =$$

$$(399 - 377) : 11 + (630 : 70) =$$

$$63 + 150 : 5 - 160 : 40 =$$

$$\times 148. 189 : 9 + 129 : 3 - 124 : 4 =$$

$$(86 - 27) \cdot (29 - 19) - (316 - 198) : 59 =$$

$$860 : 43 + 800 \cdot 7 : 4 + 770 : 11 =$$

$$120 : 30 + 567 : 7 - (515 + 335) : 50 =$$

$$\times 149. \times 4800 : 12 - (690 - 60) : 9 =$$

$$\times 20000 - 2000 : 18 - (5000 - 2000) : 25 =$$

$$\times 130 \cdot 10 \cdot 3 - 6900 : 230 =$$

$$\times (3600 + 1400) : 5 : 8 - (1200 - 900) : 3 =$$

- $\times 150. (25\,000 + 75\,000) : 25 : (1\,999 - 1\,000) : 9 =$
 $7\,600 : 4 + 80 \cdot 25 - 76 \cdot 50 =$
 $\times 7\,000 : 25 + 6\,000 : 50 + 4\,400 : 2 =$
 $44 \cdot 25 - 9\,600 : 32 + (7\,000 - 5\,000) : 50 =$
- $\times 151. 1\,000 + 50 \cdot 20 - 1\,700 : 17 =$
 $\times 32 \cdot 50 + 5\,000 : 25 : 10 : 4 =$
 $84 \cdot 25 + 3\,600 : 4 + (189 - 178) \cdot (259 - 248) =$
 $10\,000 - (10\,000 - 4\,000) : 6 =$
- $152. 2\,857 \cdot 9 - (4\,795 - 2\,356 + 0 + 4\,319) =$
 $20\,000 - 15\,259 + 6\,409 - 1\,006 =$
 $12\,057 - (4\,170 + 2\,013) + 0 + 1\,001 =$
 $205\,037 - (1\,958 + 11\,937 - 7\,651) =$
- $153. 109\,452\,671 - (1\,252 + 15\,006 + 239\,415) =$
 $1\,480\,009 + (659\,123 - 499\,111) - 67\,452 =$
 $145\,239\,615 - (102\,000\,000 - 207\,615\,932) - 215\,632 =$
 $\times 639\,431 - 415\,208 - (125\,008 - 88\,888) + 67\,852 =$
- $154. x + 2\,496\,315 = 5\,100\,601$
 $3\,495\,612 + x = 9\,625\,811$
 $x - 22\,615\,893 = 11\,233\,415$
 $63\,419\,609 - x = 105\,002$
- $155. 125\,604 - (165\,508 - 85\,439) =$
 $125\,604 - (165\,608 - 275\,832) =$
 $214\,898 - (32\,765 + x) = 167\,131$
 $(x - 126\,418) - 18\,257 = 25\,619$
- $\times 156. 98 \cdot 12 + 105 \cdot 16 - 102 \cdot 25 =$
 $\times 51\,028 - 460 : 23 + 12 \cdot 13 - 105 : 7 -$
 $- (225 : 15 - 625 : 25) - 1\,260 : 126 =$
 $(1\,800 - 1\,180) \cdot 23 + 21\,580 \cdot 1\,000 - 6\,250 : 25 -$
 $- (850 - 210) : 10 : 4 =$
 $(1\,800 - 1\,250) : 10 + 220 : 11 : (1\,200 : 40 -$
 $- 600 : 15 + 250) + 144 : 12 =$
- $\times 157. 100\,000 : 25 + 0 : 1\,499 + 1 : 1 =$
 $255 : (65 - 50) - (80 : 4 - 256 \cdot 0) : 2 =$
 $\times 760 : 19 + 25 \cdot 13 - 120 : 3 =$
 $(760 : 19 + 25) \cdot 13 - 120 : 3 =$
- $\times 158. 2\,700 + 450 : 15 - 10 =$
 $\times (2\,700 + 450) : 15 - 10 =$
 $\times 2\,700 + 450 + (15 - 10) =$
 $\times (2\,700 + 450) : (15 - 10) =$
- $\times 159. 6\,432 : 2 : 12 - 1\,748 : 2 : 23 + 407 \cdot 2 \cdot 3 =$
 $\times 100\,464 : (101 - 32) + 627\,900 : 8\,050 =$
 $\times 2\,458\,736 : (1\,251 - 1\,048) - (205 : 5 - 312 \cdot 0) =$
 $\times (3\,044 + 2\,056) : 17 + 3\,075 : 15 - 6\,992 : 38 : 23 =$

$$160. 3\,200 + 1\,800 - 4 \cdot x = 2\,000$$

$$(x + 4\,200) : 80 = 81$$

$$(650 + x) : 25 = 100$$

$$161. 5 \cdot x - (2\,000 : 50) - (1\,291 - 1\,091) = 40$$

161. La o crescătorie de animale se consumă zilnic 45 028 l de apă pentru adăpatul animalelor. Unei vaci i se dau 50 l de apă, unui cal cu 10 l mai mult, iar unei oi 8 l. În crescătorie sînt 250 de vaci și 48 de cai. Cîte oi sînt?

162. Două ogoare, unul de 48 ha și altul de 80 ha, au fost cultivate cu sfeclă. De pe primul ogor s-au recoltat cîte 500 q de sfeclă la hectar, iar din al doilea ogor de pe 4 ha s-au recoltat cît de pe 3 ha din primul ogor. Dintr-un chintal de sfeclă se scot 16 kg de zahăr. Cu cîte kilograme de zahăr s-au obținut mai mult din sfecla-de-zahăr de pe un ogor decît de pe celălalt?

163. La cercul de cartonare a cărților, pionierii au preparat clei de lipit hîrtia astfel: au amestecat 100 g de clei de tîmplărie, de 6 ori mai multă făină și de 4 ori mai multă apă decît făină. Ce cantitate totală de clei de lipit au preparat, dacă au folosit 30 g de clei de tîmplărie? Se poate pune cleiul la păstrare într-un borcan de 750 g?

164. Un porc de rasă York se îngrașă zilnic cu 850 g. Cît va cîntări la 1 an și 2 luni, dacă îngrășatul a început la 1 iulie, cînd el avea 6 luni și cîntărea 70 kg?

165. Trei dulgheri trebuia să execute o lucrare în 12 zile. După ce au lucrat 9 zile cîte 8 ore, s-a constatat că nu se va putea termina lucrarea la timp și echipa a fost completată cu încă 2 dulgheri, restul timpului lucrînd toți cîte 10 ore pe zi. Ei au terminat lucrul în termen și au încasat pentru lucrare 2 562 de lei. Cît a încasat fiecare dulgher, dacă plata s-a făcut proporțional cu munca depusă?

166. Într-un an, în țara noastră au rodit 2 203 200 nuci, dînd fiecare cîte 650 kg de nuci (în medie); a zecea parte din acestea s-au transformat în ulei. Din 100 kg de nuci ies 15 kg de miez de nucă, și din 100 kg miez de nucă ies 30 l de ulei. Cît ulei s-a obținut?

167. Într-un an s-au produs în țara noastră 954 100 t de struguri. Dacă jumătate din această cantitate s-ar fi transformat în vin, obținîndu-se 70 l de vin din 100 kg de struguri, cealaltă jumătate s-ar fi consumat ca struguri de masă, 1 l de vin s-ar fi vîndut cu 6 lei, iar 1 kg de struguri cu 3 lei, cît s-ar fi încasat în total din viile noastre?

168. O vie de formă dreptunghiulară, cu dimensiunile de 1 000 m și 300 m, se stropește cu sulfat de cupru pentru a stirpi dăunătorii. Ce cantitate de sulfat de cupru este necesară, dacă la 1 ha se folosesc 175 kg de sulfat?

169. Un teren în formă de dreptunghi are lungimea de 200 m, iar lățimea cu 104 m mai mică decît lungimea. Cîți ari are terenul? Să se afle cîți cooperatori vor prăși în 5 zile un teren de 3 ori mai mare?

170. Într-o familie compusă din părinți și 4 copii, părinții consumă zilnic cîte 300 g de pline și copiii cîte 350 g de pline. Ce rezervă de grîu trebuie să-și facă această familie pentru 325 de zile, dacă din 100 kg de grîu ies 130 kg de pline?

171. O fermă agricolă de stat are 30 de cai și 40 de vaci, pe care le hrănește, între altele, cu trifoi, timp de 6 luni, dindu-le câte 8 kg pe zi. Ce suprafață de pământ trebuie să însămânțeze ferma pentru a asigura hrana necesară animalelor, știind că producția de trifoi este de 27 q la hectar?
172. O cooperativă agricolă de producție are într-o stupină de 3 ori mai mulți stupi decât în alta. Dacă s-ar lua 10 stupi de la a doua și s-ar adăuga la prima, atunci aceasta ar avea de 4 ori mai mulți stupi decât a doua. Câți stupi avea fiecare stupină la început?
173. Într-o fermă agricolă de stat sînt 1 400 de găini, 1 219 găște și 756 de rațe. O găină consumă anual 36 kg de grăunțe, o rață cu 12 kg mai mult, iar o găscă cu 12 kg mai mult decât o rață. Cîte kilograme de grăunțe vor consuma toate găinile, rațele și găștele acestei ferme într-un an?
174. Cît cîntărește o vacă vie se poate afla astfel: lungimea spinării (de la greabăn la coadă) se înmulțește cu perimetrul corpului luat în jurul omoplaților și se împarte la 50. Cît cîntărește o vacă cu lungimea spinării de 136 cm și perimetrul de 175 cm?
175. Izvorul nr. 5 Olănești, vestit și peste hotare pentru tratamentul bolilor de ficat, are un debit de 480 l în 24 de ore. În cît timp se vor umple 800 de sticle de cîte 250 ml?
176. Izvorul nr. 5 Olănești are debitul de 20 l pe oră, iar izvorul nr. 3 un debit de 3 960 l în 24 de ore. Din ambele izvoare se umplu sticle de cîte 250 ml. Cu cît este mai mare numărul sticlelor care se umplu în 5 ore de la izvorul nr. 3 decât de la nr. 5?
177. O familie de lăstuni își hrănește puii timp de 32 de zile. În acest timp părinții ies la vînătoare de cîte 20 de ori pe zi, aducînd fiecare puilor cîte 370 de insecte de fiecare dată (în medie). Cîte insecte aduc în această perioadă părinții lăstuni?
178. Un teren mlăștinos avea forma de dreptunghi cu lungimea de 650 m și lățimea cu 250 m mai mică. Câți hectolitri de apă de var s-au folosit pentru îmbunătățirea lui dacă pentru un hectar s-au consumat 55 hl?
179. La curățirea Dunării în fața portului Giurgiu au lucrat draga nr. 1 timp de 20 ore și draga nr. 2 cu 4 ore mai puțin, scoțînd amîndouă 21 816 m³ de pământ. Câți metri cubi de pământ a scos fiecare dragă, dacă au scos aceeași cantitate pe oră?
180. O familie a cumpărat 5 găște, 2 curcani și 3 găini, cu suma de 452 lei. Un curcan costă cît o găscă și o găină la un loc, iar o găină cu 20 lei mai puțin decât o găscă. Cît s-a plătit pentru fiecare pasăre?
181. O cooperativă de confecții a primit două bucăți egale de mătase de calități diferite, în total 780 m. Un metru de mătase de calitate a doua costă 30 de lei, iar 5 m de mătase de calitate a întâi costă cît 7 m din calitate a doua. Cît s-a plătit pentru toată mătasea?
Scrieți formula numerică a acestei probleme.
182. Găsiți un număr mai mic decât 100 care să aibă următoarele însușiri: suma cifrelor sale să fie 14 și, dacă schimbăm ordinea cifrelor, numărul să se micșoreze cu 18.



183. Un elev care a participat la o tragere la țintă a încercat 63 de lovituri. Pentru fiecare lovitură care atinge ținta a câștigat 4 puncte și pentru fiecare lovitură nereușită a pierdut 5 puncte. În total, el a obținut 144 de puncte. De câte ori a nimerit ținta? Scrieți formula numerică a acestei probleme.
184. Trei elevi au participat la o întrecere sportivă și au tras la țintă de câte 36 de ori fiecare. Pentru fiecare atingere a țintei s-au obținut 5 puncte și pentru fiecare lovitură nereușită s-au pierdut 4 puncte. Rezultatul final a fost următorul:
 Elevul I: 108 puncte câștigate.
 Elevul al II-lea: 0 puncte câștigate.
 Elevul al III-lea: 9 puncte pierdute.
 Cite lovituri reușite a avut fiecare elev?
185. Un biciclist și-a propus să parcurgă 304 km cu viteza de 8 km pe oră. După ce a mers o parte din drum s-a oprit 5 ore să se odihnească și, pornind din nou cu viteza dublată, a reușit să ajungă la destinație în același timp pe care și l-a propus la început. La ce distanță de punctul de sosire s-a oprit să se odihnească?
186. Un motociclist a pornit să parcurgă 600 km cu viteza de 30 km pe oră fără întrerupere. Dar pe drum i s-a stricat motorul și și-a întrerupt călătoria 4 ore ca să-l repare. De la locul accidentului și pînă la destinație a mers cu viteza dublă, reușind să recupereze timpul pierdut. La ce distanță de punctul de pornire și-a întrerupt călătoria?
187. Dintr-o scindură lungă de 185 cm s-au tăiat două scinduri mai mari și trei mai mici și au rămas 17 cm de scindură. Scindurile cele mai mari sînt de 2 ori mai lungi decît cele mici. Ce lungime are fiecare scindură?
188. Dintr-o țeavă de oțel de 458 g s-au tăiat: o țeavă mică, o țeavă de două ori mai mare decît prima și două țevi de trei ori mai mari decît prima și au mai rămas 8 g de țeavă. Cît cîntărește fiecare țeavă?
189. O livadă dreptunghiulară este îngrădită cu un gard lung de 210 m; lățimea livezii este de două ori mai mică decît lungimea. Această livadă trebuie împărțită în două părți astfel încît una să fie cu 450 m² mai mare decît cealaltă. Care va fi aria fiecărei parcele?
190. O livadă dreptunghiulară este împrejmuită cu un gard de 214 m. Lățimea este cu 7 m mai mare decît a treia parte din lungime. Această livadă se împarte în trei părți: două egale și una mai mare decît celelalte două la un loc cu 600 m². Care este aria fiecărei parcele?
191. S-au reparat trei șosele: una de 60 km, a doua de 84 km și a treia de 72 km. Să se afle cît costă reparația fiecărei șosele, dacă pentru a treia șosea s-a plătit cu 10 800 de lei mai puțin decît pentru a doua și prețul unui kilometru reparat este același la oricare dintre șosele?
192. Dintr-un butoi de 225 l de vin s-au umplut 60 de sticle de câte 75 cl și 220 de sticle de altă capacitate. 4 l de vin s-au risipit la turnarea în sticle. Cîți cl avea celălalt fel de sticle?

193. Într-un magazin s-au vîndut într-o zi:

120 m de catifea cu 50 lei metrul, 45 m de stofă și pinză de 12 lei metrul. Pentru toate s-au înscasat 9 966 lei.

Cîți metri de pinză s-au vîndut dacă se știe că metrul de stofă este cu 20 lei mai scump decît metrul de catifea?

194. Un automobilist pleacă la ora 12 din Stoienești și trebuie să sosească la Drobeta-Turnu Severin la ora 17 (fig. 2). Dar pe drum trebuie să-și repare mașina timp de o oră și pentru a recupera timpul pierdut el merge pe restul drumului cu o viteză cu 12 km pe oră mai mare. La ce distanță de Drobeta-Turnu Severin și-a întrerupt călătoria?

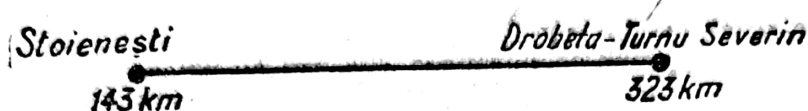


Fig. 2

195. O vită dă pe lună o cantitate de gunoi de grajd egală cu dublul masei sale. O cooperativă agricolă de producție a strîns timp de 5 luni gunoiul de la 12 vaci, 14 boi și 6 juncane. În medie, o vacă are 550 kg, un bou 650 kg și a juncă 350 kg. Cu acest gunoi a îngrășat o parcelă de pămînt punînd cîte 30 t la hectar. Care este aria suprafeței ce s-a pîutut îngrășa cu acest gunoi?

196. De la un berbec s-au obținut într-un an 17 kg 300 g de lînă, iar de la alt berbec cu 3 kg 200 g mai mult. Stofa necesară pentru un costum de haine se face din 4 kg 200 g de lînă. Cîte costume de haine se pot țese din lina de la acești berbeci?

197. De pe un lot de pămînt irigat de 8 ari s-au recoltat 288 q de cartofi și de pe un lot de 52 ari neirigat s-au recoltat 156 q cartofi. De cîte ori a fost mai mare producția de cartofi de pe 1 ar irigat decît de pe 1 ar neirigat?

198. Pentru o tulpină de sfeclă este necesară o suprafață în formă de pătrat cu latura de 30 cm. Cîte tulpini de sfeclă se pot cultiva pe un teren dreptunghiular cu lungimea de 180 m și cu lățimea cu 10 m mai mică decît jumătatea lungimii?

199. Fabrica de sticlă de la Azuga trebuie să execute o comandă de 500 t de sticlă. Sticla se prepară din 69 de părți nisip, 36 de părți sodă și 20 de părți var. Cîte tone sînt necesare din fiecare fel de material?

200. Ghivecele de flori se fac din 7 părți turbă și 3 părți pămînt frămîntat. Dintr-un chintal de amestec se fac 300 de ghivece. Cîtă turbă va folosi fabrica de ghivece din Țigănești, care trebuie să execute o comandă de 600 000 de ghivece?

201. Trebuie executat un zid de cărămidă lung de 12 m, lat de 5 dm și înalt de 24 m. Cîte cărămizi sînt necesare la acest zid, dacă la 1 m³ intră 600 de cărămizi? Ce cantitate de mortar trebuie pregătit, dacă mortarul reprezintă a șasea parte din volumul zidului?

202. La plecarea într-o excursie, un șofer avea în rezervorul mașinii 10 l de benzină și aparatul său de marcat arăta 12 953 km. Pe drum s-au mai cumpărat 70 l de benzină. La întoarcerea din excursie, aparatul de marcat arăta 13 453 km.

și în rezervor mai erau 15 l de benzină. Câți litri de benzină s-au consumat la 100 km?

203. Un vas este plin cu apă; dacă se scoate a patra parte din apă, el cântărește 2 050 g, iar dacă se scoate o jumătate din cantitatea de apă, vasul cu apă cântărește 1 450 g. Care este masa apei și a vasului?
204. Țăranii iobagi din Transilvania, nemaiputând îndura greutatea birurilor și a suferințelor, au căutat să-și facă singuri dreptate prin două răscoale: dacă adunăm anii în care au avut loc cele două răscoale, obținem 2 951. A doua răscoală a avut^{sc} peste 77 de ani de la prima. Aflați în ce ani au avut loc cele două răscoale.
205. O brigadă fruntașă de la Lupeni a scos într-un schimb 240 q de cărbune peste normă; această cantitate este de 4 ori, mai mare decât norma. Cite tone a scos brigada în acest schimb și care este norma?
206. Un acoperiș format din două dreptunghiuri cu dimensiunile de 8 m și 4 m trebuie acoperit cu țiglă. Pe un metru pătrat sînt necesare 15 țigle. O țiglă cântărește 2 kg. Țiglele sînt transportate de la fabrică cu o căruță care goală cântărește 310 kg, iar plină cântărește 790 kg. Cite drumuri va face căruța?
207. În două bidoane se află lapte: în primul de două ori mai mult decât în al doilea. Cînd din primul s-au scos 30 l, iar din al doilea 20 l, în primul a rămas lapte de 3 ori mai mult decât în al doilea. Cît lapte era în fiecare bidon la început?
- X 208. La un concurs literar, o grupă de 3 tineri a cîștigat 200 de lei. Cît a primit fiecare tînr, dacă primii doi au primit 146 de lei, iar ultimii doi 118 lei?
209. La fabrica de zahăr Giurgiu au adus sfeclă-de-zahăr trei cooperative agricole de producție: prima a adus 860 q, a doua de două ori mai mult și a treia jumătate din ceea ce au adus primele două. Cite tone de sfeclă s-au adus în total?
Scrieți formula numerică.
210. Într-un magazin s-a încasat aceeași sumă de bani pentru pinză și pentru mătase. Un metru de mătase costă 18 lei, iar un metru de pinză costă cu 4 lei mai puțin. S-a vîndut mătase cu 40 m mai puțină decât pinză. Cît s-a încasat pentru toată vînzarea?
211. Pentru 26 m de șifon și 19 m de stambă s-au plătit 935 de lei. Altă dată, prețurile fiind aceleași, s-au plătit tot 935 de lei pentru 20 m de șifon și 29 m de stambă. Cît costă 1 m de șifon și cît costă 1 m de stambă?
212. Pe o livadă în formă de dreptunghi s-au plantat 4 950 de meri, socotindu-se cîte 90 de meri la hectar. Lungimea livezii este de 1 100 m. Ce lățime avea această livadă?
213. Două rațe și o găină costă 82 de lei. Două găini și o gîscă costă 109 lei și două gîște și două rațe costă 190 de lei. Cît costă fiecare pasăre în parte?

214. Suma vîrstelor lui Leonardo da Vinci, Galileu și Newton este de 229 de ani. Dacă Leonardo da Vinci ar mai fi trăit încă 14 ani, vîrsta sa ar fi fost jumătate din suma vîrstelor lui Galileu și Newton, dar el a murit la un an după ce a atins de 11 ori diferența dintre vîrstele lui Newton și Galileu. Cît a trăit fiecare dintre ei?
215. Un sportiv a sărit în lungime de 4 ori mai mult decît în înălțime, adică cu 480 cm mai mult. Cîți metri a sărit în lungime și cîți metri în înălțime? Faceți un grafic pentru rezolvarea acestei probleme.
216. O brigadă de la o cooperativă meșteșugărească a lucrat de 5 ori mai mult decît altă brigadă și a produs cu 48 m^2 mai multă țesătură de covoare. Cîți metri pătrați de covoare a lucrat fiecare brigadă? Faceți un grafic pentru rezolvarea acestei probleme.
217. Cupa unui excavator scoate într-o oră $9\,450 \text{ q}$ de pămînt, ridicînd dintr-o dată 15 m^3 de pămînt și descărcîndu-se de 45 de ori pe oră. Cît cîntărește 1 m^3 de pămînt? Cîte tone de pămînt s-au scos în 2 schimburi? Dar în 6 schimburi? (Un schimb are 8 ore.)
218. Din 100 kg de miez de nucă se produc 30 kg de ulei. Cîte tone de ulei de nucă se pot obține din $10\,000\,000$ nuci, care produc cîte 200 kg de miez de nucă pe an?
219. O canea defectă lasă să se scurgă cîte 5 picături de vin pe minut, 20 de picături fac 1 cl de vin. Caneaua a curs de luni de la ora 8 pînă joi la aceeași oră. Vinul costă 8 lei litrul. Ce pagubă s-a făcut din această neglijență?
220. Cărbunele brut este scos la suprafața pămîntului în vagonete care pline cu cărbune cîntăresc 800 kg și goale 250 kg . Într-un transport se aduc 6 vagonete, iar într-o zi se încarcă $1\,435\,500 \text{ kg}$ de cărbune. Cîte kilograme de cărbune brut se aduc într-un transport? Cîte transporturi se fac într-o zi?
221. O librărie a vîndut într-o zi cărți de literatură și știință, în total 150. A doua zi a vîndut de 4 ori mai multe cărți, și anume de 3 ori mai multe cărți de literatură și de 6 ori mai multe cărți de știință ca în ziua precedentă. Cîte cărți de literatură și de știință s-au vîndut în fiecare zi?
222. O platformă de beton armat are 36 m^3 . La fiecare metru cub de beton armat s-au folosit 6 saci de cîte 50 kg de ciment și 110 kg de oțel. Cît costă materialul platformei, dacă 1 kg de ciment costă 1 leu, iar 1 kg de fier 18 lei?
223. a) Diferența a două numere este 100. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic obținem citul 6 și restul 5. Care sînt cele două numere?
 b) Diferența dintre două numere este 202.
 Împărțind pe cel mai mare la cel mai mic obținem citul 12 și restul 15. Care sînt cele două numere?
 c) Să se găsească 2 numere știind că diferența lor este 3 și dacă mărim pe fiecare cu 5 produsul se mărește cu 270.
224. a) Suma a două numere este $5\,400$. Citul împărțirii lor este 71. Care sînt cele două numere?

- b) Suma a două numere este 95, diferența lor este de 3 ori mai mare decât cel mai mic? Care sînt cele două numere?
- c) Suma a două numere este 415. Dacă împărțim numărul mai mare la cel mai mic obținem cîtuș 3 și restul 15. Care sînt cele două numere?
225. O stîină are 860 de oi și hrana care este pregătită le-ar ajunge 110 zile. Cîte zile ar fi ajuns această hrană, dacă numărul oilor s-ar fi redus la jumătate plus 10?
226. Un vapor de 23 000 t pleacă la vînaătoare de balene. Echipamentul și materialele necesare ocupă $4\,800\text{ m}^3$, iar echipajul a șasea parte din echipament și materiale. Ce volum poate ocupa vînatul, dacă 1 t are capacitatea de 283 dm^3 ?
227. Pentru o minge, o păpușă și o tobă s-a plătit 18 lei. Cît costă fiecare din aceste obiecte dacă păpușă și mingea costă 15 lei iar mingea este cu 2 lei mai scumpă decât toba?
228. O rezervă de fîn de 108 q ajunge la trei cai timp de un an. Doi dintre cai au fost înlocuiți cu vaci, care consumă fiecare cîte 18 q de fîn pe an. Cîte vaci se pot hrăni, cu fînul pe care l-ar fi mîncat cei doi cai într-un an?
229. Din 25 000 kg de sfeclă s-au obținut 3 200 kg de zahăr. Din cîte kilograme de sfeclă s-au obținut 35 200 kg de zahăr?
230. Pe un cîmp pătrat cu latura de 360 m s-a pus îngrășămint natural; aceeași cantitate de îngrășămint s-a folosit la un loc dreptunghiular cu lungimea de 540 m. Care e lățimea locului dacă s-a pus aceeași cantitate de îngrășămint la hectar?
231. Într-un depozit se află o cantitate de făină de 4 ori mai mare decât în altul. Dacă din primul depozit se scot 3 000 kg și din al doilea 135 kg, atunci ambele depozite conțin aceeași cantitate de făină. Cîtă făină era în fiecare depozit?
232. Patru muncitori au primit pentru lucrarea efectuată suma de 1945 lei. Ce sumă se cuvine fiecăruia dacă primul a lucrat 10 zile, al doilea 8 zile, al treilea 15 zile, al patrulea 12 zile și dacă pe zi trebuie să primească al doilea cu 5 lei mai mult ca primul, al treilea cu 7 lei mai puțin ca al doilea iar al patrulea cu 5 lei mai puțin decât al doilea?
233. Un grădinar trebuie să toarne cîte 2 găleți de apă la 12 meri, care sînt așezați la cîte 5 m unul de celălalt. Fîntina se află la 5 m de primul pom. Ce drum va parcurge el pînă udă toți pomii, dacă de fiecare dată duce 2 găleți?
234. La o casă de odihnă din Păltiniș, pentru 30 de adulți s-a cheltuit în 20 de zile tot atît cît s-a cheltuit pentru 40 de copii în 18 zile. Cît se va cheltui pentru 45 de adulți în 21 de zile, dacă pentru 15 copii s-au cheltuit 2 700 de lei în 12 zile?
235. Să se găsească două numere naturale astfel ca de 6 ori primul număr înmulțit cu de 4 ori al doilea să se obțină 1 680 și de trei ori primul să fie mai mare cu 1 ca al doilea.

236. Un excursionist vrea să străbată distanța de 1 400 km cu trenul, cu automobilul și cu avionul: cu avionul vrea să parcurgă o distanță egală cu aceea parcursă cu trenul și automobilul la un loc, ultimele două distanțe fiind egale între ele. El vrea să strângă pentru această excursie 5 250 de lei, socotind astfel: cîte un leu pentru fiecare kilometru parcurs cu trenul, 4 lei pentru fiecare kilometru mers cu automobilul. Cît a socotit 1 km de mers cu avionul? Ce distanță voia să meargă cu trenul? Dar cu avionul?

Răspunsuri

Cap. IV. I. Cele patru operații cu numere naturale

1. Adunarea

State vecine	Lungimea frontierelor			
	Terestră	Fluvială	Maritimă	Totală
U.R.S.S.	272 500 m	1 056 300 m	—	1 328 800 m
R.P. Ungară	410 800 m	31 200 m	—	442 000 m
R.S.F. Iugoslavia	248 900 m	297 300 m	—	546 200 m
R.P. Bulgaria	137 900 m	453 000 m	—	590 900 m
Total	1 070 100 m	1 837 800 m	245 000 m	3 152 900 m

2. 2 999 385 lei. 3. 28 990 000 t. 4. 19 823 m. 5. 67 775 kg. 6. 11 000 000 km².
7. 1 380 000 km². 8. 97 040 kg. 9. 671 568 lei. 10. La 15 iunie 1889. 11. În octombrie 1321. 12. 50 de ani. 13. 47 km 3 hm 8 dam 7 m. 14. 360°. 15. 6 h 53 m 41 s. 16. 236 220, 200 216 munc. 17. 525 km. 18. 325, 1950; 625 lei.

2. Scăderea

19. 468 de ani. 20. 101 011; 66 200. 21. 7 200 kg. 22. 19 628 000 perechi.
23. 59 km. 24. 1 653 m. 25. 149 620 000 km. 26. 6 450 kg; 4 875 kg. 27. Se umple vasul cu 5 l, din el se trec 3 l în vasul de 3 l și din acesta în vasul cel mare. După această operație, vasul cel mic este gol, cel de 5 l mai are 2 l și vasul cel mare are 3 l. Apoi din vasul de 5 l se trec cei 2 l în vasul de 3 l; se umple din nou vasul de 5 l, din aceștia 1 l se trece

în vasul de 3 l ca să se umple și rămân 4 l în vasul de 5 l. 28. 194 km
191. 29. 2 092 000 km². 30. 94. 31. 13 353 m. 32. 170 384. 33. 3 263 m.
34. 1 881. 38. (1,8) (2,7) ... b) (10,1) (11,2) ...

3. Adunarea și scăderea

47. 1878; 1948; 70 de ani. 48. 14 131 km. 49. 2 800 m. 50. 364 km/oră;
634 km/oră. 51. 500 000 000 t; 400 000 000 t; 250 000 000 t. 52. 22 de ani;
76 de ani. 53. 114 puncte și 70 de puncte.

54. 296 800 000 kg. 55. 12; 18; 20 de nucii. Scăzând 32 din 38, obținem diferența
dintre nucile lui Dinu și ale Eugeniei, adăugăm aceasta la 30 și obținem
36, adică de 2 ori nucile lui Dinu sau altă rezolvare: $30 + 38 + 32 = 100$;
 $100 : 2 = 50$; $50 - 30 = 20$; $50 - 38 = 12$; $50 - 32 = 18$. 56. Cele două
numere nu pot fi amândouă de trei cifre, fiindcă $2.99 = 198$; $198 > 181$.
Dacă numerele vor fi de forma $s z u$ și $z' u'$, vom avea:

$$\begin{array}{r} s z u + \\ z' u' \\ \hline 181 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} u z s + \\ u' z' \\ \hline 505 \end{array}.$$

Reiese imediat că $s = 1$, iar $z' = 4$;

$$\begin{array}{r} 1 z u + \\ 4 u' \\ \hline 181 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} u z 1 + \\ u' 4 \\ \hline 505 \end{array}.$$

Se deduce că:

$$\begin{array}{r} 184 + \\ 47 \\ \hline 181 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} 431 + \\ 74 \\ \hline 505 \end{array}.$$

57. 213 km; 119 km. 58. Da; 790 kg. 59. 12 alune; 18 alune. 59. Numărul
alunelor Mariei este egal cu numărul alunelor lui Viorel plus 6 sau cu de
2 ori numărul alunelor lui Viorel minus 6. Deci dublul alunelor lui Viorel
minus 6 este egal cu numărul alunelor Mariei. Viorel are deci 12 alune,
iar Maria cu 6 mai mult.

60. Cele două numere, fiind consecutive, diferă printr-o unitate, deci dacă
scădem din suma lor unitatea, obținem de două ori numărul cel mic. În
general, dacă notăm cele două numere cu x și $x + 1$, $x + x + 1 = 123$,
 $x = 61$.

61. Cele trei numere sînt: x , $x + 1$, $x + 2$. Deci dacă scădem 3 unități din
108 obținem de trei ori numărul cel mic. Deci $108 - 3 = 105$; $105 : 3 = 35$.
Celelalte numere sînt 36 și 37.

64. a) O adunare se transformă într-o scădere cu ajutorul complementului aritmetic.
Se numește complement aritmetic al unui număr diferența dintre acest
număr și unitatea de ordin imediat superior; de exemplu: complementul
lui 6 este 4, fiindcă 10 este unitatea de ordin imediat superior; din aceleași
motive complementul aritmetic al lui 73 este 27, iar al lui 5 493 este
4 507, al lui 0,28 este 0,72. Practic, complementul aritmetic se obține scăzînd
cifrele numărului din 9, cu excepția ultimei cifre, care se scade din 10.

Ca să transformăm adunarea în scădere procedăm astfel: presupunem că avem de adunat:

$$2\,436 + 898 = 3\,334$$

$$2\,436 - 102 + 1\,000 = 3\,334.$$

În general, dacă notăm cele două numere cu x și y , relația se scrie:

$$x + y = x - (10^n - y) + 10^n.$$

$$b) x - y = x + (10^n - y) - 10^n.$$

65. 13 097 lei.

4. Înmulțirea

66. Înmulțirea unui număr cu 5 se face înmulțind acest număr cu 10 și apoi împărțind rezultatul la 2:

$$4\,564 \times 5 = 4\,564 \times 10 : 2; 45\,640 : 2 = 22\,820.$$

Înmulțirea unui număr cu 50 se face înmulțind numărul cu 100 și împărțind rezultatul la 2:

$$1\,349 \times 50 = 1\,349 \times 100 : 2; 134\,900 : 2 = 67\,450.$$

Înmulțirea unui număr cu 25 se face înmulțind numărul cu 100 și împărțind rezultatul la 4:

$$22\,468 \times 25 = 22\,468 \times 100 : 4; 2\,246\,800 : 4 = 561\,700.$$

Înmulțirea unui număr prin 15 se face astfel: se înmulțește numărul cu 10 și la rezultat se adaugă jumătatea produsului obținut.

$$2\,145 \times 15 = 21\,450 + 21\,450 : 2; 21\,450 + 10\,725 = 32\,175.$$

Înmulțirea unui număr prin 75 se face înmulțind numărul cu 300 și împărțind rezultatul la 4:

$$2\,941 \times 75 = 2\,941 \times 300 : 4 = 220\,575.$$

Înmulțirea unui număr cu 125 se face înmulțind numărul cu 1 000 și rezultatul împărțindu-l la 8:

$$38\,055 \times 125 = 38\,055 \times 1\,000 : 8; 38\,055\,000 : 8 = 4\,756\,875.$$

67. 144 000 m. 68. 58 560 kg. 69. 220, 18; d) $(a + 2)(b - 2) = ab + 2b - 2a - 4$. 70. 18; 36 lei. 71. 23 520 l. 73. 2 380 kg. 74. 720 000. 75. La executarea pieselor din metal este foarte important să se cunoască ce eforturi (sarcini) pot suporta. Eforturile depind de forma, dimensiunile piesei și de metalul din care este făcută piesa. Pieseile sînt cu atît mai rezistente la rupere cu cît pot suporta eforturi mai mari.

Determinarea rezistenței la rupere se face întinzînd între fălcile unei mașini (mașina de încercat la întindere) o bară cilindrică din metalul respectiv. Greutatea la care se rupe bara cilindrică se împarte la aria secțiunii barei. Secțiunea este figura geometrică care se obține tăind bara perpendicular pe lungime.

$$\text{Rezistența} = \frac{\text{sarcina}}{\text{aria secțiunii}}$$

sarcina = rezistența · aria secțiunii în milimetri pătrați, sarcina = $50 \cdot 80 \cdot 80 = 320\,000$ kg.

76. 36 000 kg. 77. 1 500 kg. 78. 8 100 000 m. 79. 19 125 000 m.
81. 900 l; 113 400 l. 82. 3 945 t. 83. 700; 820 lei. 84. 64 320 m.
85. 30 750 m; 23 000 m.

5. Împărțirea

86. 783; 373. 87. 10 410 l. 90. 760 de calorii. 91. 306; 13; 87; 6 525. 92. 14 400 de gogoși. 93. 300 m. 94. 3 m.

95. Rezolvare	Clinele	în 6 ore	1 oaie
	Leul	în 6 ore	3 oi
	Lupul	în 6 ore	2 oi

toți laolaltă în 6 ore 6 oi, deci o oaie într-o oră.

96. 30 kg; 150. 97. 567 342, 853. 98. 1 520; 1 800 lei.
99. 1 210, 1 200, 900 lei. 100. 137 de cupe. 101. Presiunea = $\frac{\text{forța}}{\text{arie}}$; 20 kg/m².
102. 0,4 kg/cm². 103. 1 m/s.

6. Înmulțirea și împărțirea

105. 20 de ani. 106. 374 976 lei. 107. $S = v \cdot t$; $5 \cdot 60 = 3$ m; $3 \cdot 8 \cdot 12 = 288$ m.
108. 10 m³. 109. 175 q. 110. $[(3x + 2) \cdot 5 - 4] : 7 = 18$; $x = 8$. 111. 3 lei.
112. 1 440 de țigle. 113. 32 000 kg. 114. 20 960 t. 115. 8 200 000. 116. 56 v;
174 v; 138 v; 117. 6 m, 24 m. 118. 1 166 de câni. 119. 960 de ghivece.
120. 930 de costume. 121. 86 400 m. 122. 10 000 kg. 123. 175 t. 124. 1 800 kg.
125. 25 de saci. 126. 6 zile.

127. $12\,345\,679 \cdot 9 = 12\,345\,679 \cdot (10 - 1)$; $123\,456\,790 - 12\,345\,679 =$
 $= 111\,111\,111$.
 $12\,345\,679 \cdot 18 = 12\,345\,679 \cdot 9 \cdot 2$; $111\,111\,111 \cdot 2 =$
 $= 222\,222\,222$.
 $12345\,679 \cdot 27 = 111\,111\,111 \cdot 3 = 333\,333\,333$.

128. În general, $a = b \cdot q + r$, $r < b$.

1) Dacă $b < \frac{a}{2}$, atunci sigur $r < \frac{a}{2}$, deoarece $r < b$.

2) Dacă $b > \frac{a}{2}$, este sigur că $q = 1$ și $r = a - b < a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$.

7. Cele patru operații cu numere naturale

161. 3 706 oi. 162. 96 000 kg. 163. 930 g. 164. 276 kg 550 g. 165. 714 lei și
210 lei. 166. 2 181 168 l. 167. 3 434 760 000 de lei. 168. 5 250 kg. 169.
9 cooperatori. 170. 500 kg. 171. 37 ha. 172. 40 de stupi, 150 de stupi. 173.
159 828 kg. 174. 476 kg. Numărul de centimetri rezultat din calcul repre-

zintă masa vacii în kilograme. 175. 10 ore. 176. 2 900. 177. 473 600 de insecte. 178. 1 430 hl. 179. 12 120 m³; 9 696 m³. 180. 72, 46, 26 de lei. 181. 28 080 de lei. 182. Numerele în care suma cifrelor este 14 nu sînt decît cele formate din 5 și 9 sau 8 și 6 sau 77. Singurul care îndeplinește și a doua condiție este 86. 183. $63 - \{[(63 \cdot 4) - 144] : (5 + 4)\} = 51$ de lovituri la țintă.

184. I. $36 - \{[(36 \cdot 5) - 108] : (5 + 4)\} = 28$ de lovituri la țintă.

II. $36 - \{[(36 \cdot 5) - 0] : (5 + 4)\} = 16$ lovituri la țintă.

III. $36 - \{[(36 \cdot 5) - (-9)] : (5 + 4)\} = 15$ lovituri la țintă.

185. La 80 km. 186. La 360 km. 187. 24 cm; 48 cm. 188. 50 g; 100 g; 150 g. 189. 1 450 m² și 1 000 m². 190. 450 m²; 450 m²; 1 500 m². 191. 54 000 lei; 75 600 lei; 64 800 lei. 192. 80 cl. 193. 68 m. 194. 144 km. 195. ≈ 6 ha. 196. 9 costume. 197. De 12 ori. 198. ≈ 160 000 de sfece. 199. 276 t; 144 t; 80 t. 200. 1 400 q. 201. 86 400 de cărămizi; 24 m³. 202. 13. 203. 2 400 g; 250 g. 204. 1 437 și 1 514. 205. 60 q; 30 t.

206. 4 drumuri. 207. 60 l; 30 l. 208. Toți elevii au primit 200 lei, primii doi 146 lei, $200 - 146 = 54$ lei suma primită de cel de-al treilea; $118 - 54 = 64$ lei suma primită de cel de-al doilea; $200 - 54 - 64 = 82$ lei suma primită de primul.

209. 387 t. 210. $18 - 4 = 14$ lei; $14 \times 40 = 560$; $18 - 14 = 4$; $560 : 4 = 140$ m mătase; $140 + 40 = 180$ m. 211. Se rezolvă prin metoda comparației:

26 m ș	19 m s	935 lei
20 m ș	29 m s	935 lei
260 m ș	190 m s	9 350 lei
260 m ș	377 m s	12 155 lei
$(12\ 155 - 9\ 350) : (377 - 190) = 15$ lei;		

R. 20 lei; 15 lei

212. 500 m. 213. 65 lei; 30 lei; 22 lei. 214. 67 de ani; 78 de ani; 84 de ani. 215. 6 m, 40 cm; 1 m, 60 cm. 216. 12 m²; 60 m²; 217. 14 q; 15 120 t; 45 360 t. 218. 600 000 t.

219. 86 lei 40 bani. 220. 3 300 kg; 435 de transporturi. 221. 100; 50; 300. 222. 82 080 lei. 223. 119; 19. 224. 5 325; 75. 225. 215 zile.

226. 909 m³. 227. 3; 5, 10 lei. 228. 4 vaci. 229. 275 000 kg. 230. 240 m. 231. 3 820 kg, 955 kg. 232. 430 lei; 384 lei; 615 lei; 516 lei. 233. Ca să ude primul măr parcurge $5 + 5 = 10$ m, pentru al doilea $10 + 10 = 20$ m. $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 + 120 = 780$ m. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$. 234. 17 010 lei. 235. 5; 14.

236. $1\ 400 : 2 = 700$ km cu avionul; $700 : 2 = 350$ cu trenul sau automobilul; $350 \times 1 = 350$ de lei pentru tren; $350 \times 4 = 1\ 400$ de lei pentru automobil; $5\ 250 - (350 + 1\ 400) = 3\ 500$ lei; $3\ 500 : 700 = 5$ lei.

B. Cele patru operații cu numere zecimale

1. Adunarea

- X 1. $3,25 \text{ m} + 34,15 \text{ dm} + 0,16 \text{ km} + 9,6 \text{ dam} = ? \text{ m}$
 $15,32 \text{ dm} + 153,153 \text{ cm} + 0,342 \text{ m} + 0,791 \text{ dam} = ? \text{ m}$
 $9,52 \text{ t} + 4,3 \text{ t} + 1\,243 \text{ kg} + 0,12 \text{ hg} = ? \text{ kg}.$
- X 2. $3,000056 \text{ kl} + 24,12 \text{ hl} + 256 \text{ l} = ? \text{ l}$
 $32,17 \text{ ha} + 23,1456 \text{ m}^2 + 243 \text{ dm}^2 = ? \text{ dm}^2$
 $0,00000156 \text{ dam}^3 + 239,176 \text{ m}^3 + 15 \text{ dm}^3 = ? \text{ dm}^3.$
- X 3. Raza Pământului la pol este de 6 356,86 km, iar la ecuator cu 21,383 km mai mare. Care este lungimea razei Pământului la ecuator?
4. Pentru un aliaj s-au topit: 126,324 kg de aramă, 59,003 kg de zinc și 13 kg de plumb. Care este masa totală a metalelor folosite?
5. Calul Haiduc a luat premiul național fiindcă a sărit în înălțime 2,47 m, iar în lungime cu 5,83 m mai mult decât în înălțime. Cât a sărit acest cal în lungime?
6. O cooperativă meșteșugărească a făcut următoarele încasări: 2 545,35 de lei; 17 932,15 lei; 26 000 de lei și 32 000,40 de lei. Cât a încasat în total această cooperativă?
7. În țara noastră producția de brinzeturi în trei ani, a fost următoarea: primul an 73 193,14 t, în anul al doilea cu 6 900,325 t mai mult, iar în al treilea an cu 10 215,002 t mai mult ca în al doilea.
Cite tone de brinzeturi s-au produs în al doilea an?
Dar în al treilea an? Dar în cei trei ani?
8. Într-un coș erau: o rață care cântărea 2,750 kg, un rățoi care avea cu 800 g mai mult decât rața și un curcan care avea cu 5,700 kg mai mult decât rața și rățoiul la un loc. Cite kilograme cântăreau aceste păsări?
9. În adăposturile de păsări se socotesc 0,32 m² pentru o găină, cu 0,08 m² mai mult pentru o rață și cu 60 dm² mai mult pentru o giscă decât pentru o rață. Care este suprafața necesară unei giște?
10. Cantitățile de paie necesare zilnic pentru așternut se socotesc astfel: pentru o oaie 0,2 kg, pentru un porc cu 0,7 kg mai mult, iar pentru un cal cu 2,01 kg mai mult decât pentru un porc. Ce cantitate de paie este necesară zilnic pentru un cal?
- X 11. Un număr zecimal este scris cu 2 cifre separate prin virgulă. Se permută aceste cifre obținând alt număr. Suma dintre primul număr și cel de al doilea este 11.
- X 12. Căști-perechile de numere care satisfac această condiție.
12. O livadă în formă de dreptunghi are lățimea de 75,24 m, iar lungimea cu 38,12 m mai mare. Ce lungime are gardul acestei livezi?
- X 13. Pentru electrificarea a două sate s-a adus sîrmă de trei ori: prima dată 18,260 km, a doua oară 20 000 m și a treia oară cu 26,53 dam mai mult decât s-a adus prima și a doua oară. Cîtă sîrmă s-a adus în total?

14. Într-un an, într-o regiune pomicolă s-au produs 7 100 t de cireșe, cu 29 500 000 kg mai multe mere, iar prune cu 95 300,990 t mai mult decât mere. Cîte tone de mere și prune s-au produs?

15. Completați tabelul de mai jos, în care produsele sînt exprimate în milioane de metri pătrați:

	Trimes- trul I	Trimestrul al doilea	Trimestrul al treilea	Trimestrul al patrulea	Total
Țesături de bumbac	75,02	81,13	80,78	85,87	322,80
Țesături de lînă	10,125	9,237	11,238	11,457	42,057
Țesături de mătase	8,025	9,125	10,02	11,037	
Țesături de în, cînepă	10,314	10,005	11,2	11,805	
Total					

16. Completați tabelul de mai jos, unde produsele sînt exprimate în mii de bucăți.

	Trimes- trul I	Trimestrul al doilea	Trimestrul al treilea	Trimestrul al patrulea	Total
Tricotaje de bumbac	15032,1	12323,5	14000,05	16010,3	
Tricotaje de lînă	4532,15	4800,09	4623,1	5000,4	
Tricotaje de mătase	2500	2419,3	3215,41	3506,4	
Total					

2. Scăderea

$$\begin{aligned}
 17. & 125,2 \text{ km} - (125,32 \text{ hm} - 124,93 \text{ dam}) = \\
 & (13,12 \text{ hl} - 9,25 \text{ dal}) - (4,93 \text{ dal} - 31,5 \text{ l}) = \\
 & (10 \text{ kg} - 3,745 \text{ dag}) - (22,789 \text{ kg} - 227,15 \text{ hg}) =
 \end{aligned}$$

18. $27,10 \text{ ha} - \{6,80 \text{ ha} - [6,21 \text{ a} - (24,35 \text{ ha} - 2\,430 \text{ a})]\} =$
 $20 \text{ m}^3 - \{19 \text{ m}^3 - [17,4 \text{ m}^3 - (36,430 \text{ m}^3 - 20,840 \text{ m}^3)]\} =$
 $10,20 \text{ lei} - [6,7 \text{ lei} - (3,15 \text{ lei} - 2,75 \text{ lei})] =$

19. La un concurs de cai, cei trei cai care au luat premii au stabilit următoarele recorduri: primul a alergat cu viteza de 66,666 km pe oră, la doilea cu 16,316 km mai puțin, iar al treilea cu 0,120 km mai puțin decât al doilea. Cu ce viteză au alergat al doilea și al treilea cal?

20. Să se completeze tabelul de mai jos

Descăzutul	Scăzătorul	Diferența
Se mărește cu 2,5	Rămâne neschimbat	?
Se mărește cu 0,62	Se mărește cu 1,92	?
Se mărește cu 0,11	Se micșorează cu 0,4	?
Se micșorează cu 0,5	Se micșorează cu 23	?
Se mărește cu 2,7	Se micșorează cu 0,4	?
?	Se mărește cu 2,7	Se mărește cu 7
Se mărește cu 3,8	?	Se mărește cu 2,6

21. Din suma de 18 000 de lei pe care o avea în casă, un casier a plătit prima dată 6 365,19 lei, a doua oară cu 4 325,24 de lei mai puțin și a treia oară cu 819,26 de lei mai puțin decât a doua oară. Cât a plătit a treia oară și cât i-a mai rămas în casă?

22. De pe 1 m² de pământ cultivat cu castraveți s-a obținut 1,8 kg de castraveți, iar de pe 1 m² cultivat cu dovlecei s-a obținut cu 600 g mai puțin. Cite kilograme de dovlecei s-au obținut de pe 1 ha de pământ?

23. În adăposturile de păsări, pentru o curcă se rezervă 1 m², pentru o rață cu 0,60 m² mai puțin și pentru o găină cu 0,08 m² mai puțin decât pentru o rață. Câți metri pătrați se rezervă pentru o găină?

24. În țara noastră, în anul al treilea al ultimului cincinal s-au produs 328042,604 t ulei vegetal, în anul al doilea cu 12957,396 t mai puțin, iar în primul an cu 7000,315 t mai puțin ca în anul al doilea.

Ce cantități de ulei s-au produs în anul al doilea și în primul? Cu cât s-a produs mai mult în anul al treilea decât în anul întâi?

25. Pentru electrificarea a două ulițe dintr-un sat s-au folosit 19,296 km de cablu; pentru una din ele s-au folosit 7,034 km, iar restul pentru cealaltă. Câți kilometri de cablu s-au folosit pentru a doua uliță?

26. O brutărie a primit într-o zi 5,256 t de făină, a doua zi cu 1 653 kg mai puțin și a treia zi cu 1,005 t mai puțin decât a doua zi. Cât a primit a treia zi?

27. Dintr-un butoi în care erau 240 l de vin s-au scos o dată 87,5 l, a doua oară cu 9,8 l mai puțin și a treia oară cu 16,32 l mai puțin decât a doua oară. Câți litri de vin au rămas în butoi?

28. Dintr-un siloz în care erau 2 543,563 q de porumb s-a încărcat un camion care plin a cântărit 4 756,25 kg, iar gol 2 515 kg. Cite kilograme de porumb au rămas în siloz?
29. O traversă de stejar cântărește 45,5 kg, iar una de brad cu 22,13 kg mai puțin. Cite kilograme cântăresc 10 traverse de brad?

3. Adunarea și scăderea

30. Într-un siloz în care erau 2 426 q de grâu s-a mai descărcat grâul dintr-un camion care plin a cântărit 12,5 t, iar gol 4 600 kg. Cît grâu se află acum în siloz?
31. Pentru executarea unei statui s-au topit 57,932 kg de aramă, 28,132 kg de zinc și 6,253 kg de plumb. Prin topire s-au pierdut 4 593 g. Cît cântărește aliajul obținut?
32. Într-un an, producția plantelor bostănoase pe 1 m² a fost:
- | | |
|----------------|--|
| castraveți | 1,8 kg |
| dovlecei | cu 0,600 kg mai puțin |
| pepeni-galbeni | cu 300 g mai mult decît dovlecei |
| pepeni-verzi | cu 500 g mai mult decît pepeni-galbeni |
- Care a fost producția de pepeni-verzi?
33. La o moară s-au măcinat următoarele cantități de grâu: 98 kg, 170,4 kg și 139,8 kg; s-au obținut 364,8 kg de făină și 35,45 kg de țărîțe. Cîte kilograme s-au pierdut la măcinat?
34. Dintr-o cantitate de 25,325 kg de tablă s-au trimis o dată 12,125 kg și altă dată 8,325 kg. Ce cantitate de tablă a mai rămas?
35. O cooperativă a încasat următoarele sume: 42 725,15 lei, 25 136,90 lei, 17 000 de lei și a plătit 18 000 de lei, 1 356,45 lei, 43,75 lei, 123,65 lei și 45 000,05 lei. Ce sumă i-a mai rămas după aceste operații?
36. Dintr-o ladă cu mere care plină cîntărea 76,250 kg s-au vîndut: 12,350 kg, 25,075 kg și 25 kg. Cîte kilograme de mere au rămas în ladă, dacă lada goală cîntărea 7,250 kg?
37. O fermă agricolă are o livadă de pruni de 85,29 ha, alta de meri de 125,2590 ha și alta de caiși cu 115,32 ha mai mică decît primele două la un loc. Ce suprafață au aceste livezi?
38. O livadă în formă de patrulater are laturile: prima de 12,56 m, a doua cu 8,12 m mai mare decît prima, a treia cu 3,8 m mai mică decît prima și a doua la un loc, iar a patra cu 3,15 m mai mică decît a treia. Ce lungime are gardul acestei livezi?
39. Într-un an, în țara noastră s-au recoltat: 30 899,99 t de caise, cireșe cu 17 100,01 t mai mult decît caise, pere cu 6 300 t mai puțin decît caise și mere cu 122 300,003 t mai multe decît pere. Ce cantitate de fructe s-a recoltat din fiecare fel? Dar în total?

4. Înmulțirea

40. $36 \times 0,25 =$	$72 \times 0,50 =$	$35,2 \times 10 =$
$28 \times 0,25 =$	$42 \times 0,50 =$	$35,2 \times 100 =$
$48 \times 0,25 =$	$120 \times 0,50 =$	$175,24 \times 12 =$
$84 \times 0,25 =$	$62 \times 0,50 =$	$43,96 \times 145 =$
$60 \times 0,25 =$	$96 \times 0,50 =$	$6\,542,192 \times 21 =$
$62,5 \times 1,6 =$	$28 \times 0,75 =$	$24 \times 0,125 =$
$634,15 \times 2,3 =$	$36 \times 0,75 =$	$56 \times 0,125 =$
$121,41 \times 335,19 =$	$76 \times 0,75 =$	$72 \times 0,125 =$
$4\,300,1 \times 1,001 =$	$88 \times 0,75 =$	$96 \times 0,125 =$
$789\,103,25 \times 41,25 =$	$44 \times 0,75 =$	$280 \times 0,125 =$

41. Un trunchi de arbore are lungimea de 4,10 m. Se știe că 1 m din acest arbore cântărește în medie 114 kg. Cît cântărește acest trunchi? Cît cântăresc 12 trunchiuri la fel?
42. Pe un camion s-au încărcat 65 de saci de cîte 78,5 kg. Cît cântărește încărcătura?
43. La o fabrică de unt se folosește 0,095 kg de sare pentru sărarea unui kilogram de unt. Cîte kilograme de sare se vor folosi timp de o lună (26 de zile lucrătoare), dacă producția zilnică de unt este de 324,50 kg?
44. Un litru de aer cântărește 1,293 g. În plămîinii unui om intră, la fiecare inspirație 0,5 l de aer și omul respiră de 17 ori pe minut. Care este masa aerului care trece prin plămîinii unui om în 24 de ore?
45. O gospodină a făcut o prăjitură din: 5 ouă, 100 g de unt, 250 g de zahăr și 200 g de făină. Această prăjitură se împarte egal la 6 persoane. Puneți prețurile și aflați cît costă materialul pentru o bucată de prăjitură.
46. Un ster de lemne cântărește 0,650 t. Pe un camion s-au încărcat 7 steri de lemne. Cît cântăresc lemnele din camion?
47. Un tren este compus din 27 de vagoane încărcate cu cîte 120 de lăzi de cîte 85,6 kg. Cîte tone cântăresc toate lăzile?
48. a) O gospodină a cumpărat cartofi pentru care a plătit 36 lei. Dacă ar fi cumpărat cu 5 kg mai mult ar fi plătit 45 lei. Cîte kilograme de cartofi a cumpărat și cît costă un kilogram de cartofi?
- b) Un elev a cumpărat caiete de 20 lei. Dacă fiecare caiet ar fi costat cu 1,05 lei mai mult, elevul ar fi plătit pentru același număr de caiete 28,40 lei. Cîte caiete a cumpărat și cît costă un caiet?
- c) Generalizare.
49. Un om nu poate ridica un corp mai mare de 80 kg. Va putea el ridica un vas cu mercur cu volumul de $6,025 \text{ dm}^3$? (Densitatea mercurului este $13,6 \text{ kg/m}^3$.)
50. a) O scîndură de stejar are lungimea de 2 m și secțiunea de 30 cm^2 . Densitatea stejarului este $0,7 \text{ g/cm}^3$. Cît vor cântări 150 de scînduri? Scrieți formula numerică a acestei probleme.

- b) O placă de marmură are lungimea de 70 cm, lăţimea de 40 cm şi grosimea de 4 cm. Să se calculeze cu cât este mai grea această placă decît o altă placă de cărămidă cu aceleaşi dimensiuni. Densitatea marmurei este de 2,7, iar a cărămizii de 1,6 g/cm³.

Scrieţi formula numerică a acestei probleme în două feluri.

5. Împărţirea

51. Completaţi tabelul de mai jos, socotind că restul fiecărei împărţiri este zero.

Deîmpărţitul	Împărţitorul	Cîtul
Se măreşte de 3,7 ori	Neschimbat	?
Se micşorează de 2,5 ori	Se măreşte de 2,5 ori	?
Se măreşte de 1,5 ori	Se măreşte de 2,5 ori	?
Se măreşte de 2,8 ori	Se micşorează de 1,4 ori	?

52. Un automobil a parcurs 292,500 km în 5 ore 25 de minute. Să se afle viteza acestui automobil în metri pe secundă.
53. Un automobil care a mers de la Bucureşti la Curtici 638 km, a consumat 62,524 l de benzină. Cîţi litri de benzină a consumat la 100 km?
54. În anul 1887 viteza de săpare a unei sonde era de 0,5 m pe oră, iar ulterior, folosind tehnica modernă, viteza a devenit de 6,5 m pe oră. De cîte ori s-a mărit această viteză?
55. Zgomotul armei unui vînător situat la 1 320 m distanţă s-a auzit după cîteva secunde de la vederea flăcării. Cîte secunde au trecut, dacă viteza sunetului în aer este de 0,33 km pe secundă?
56. O roată a parcurs 264,5 m, făcînd 115 învîrtituri. Care este lungimea circumferinţei roţii?
57. 1,630 t de grîu s-a aşezat în saci de cîte 65,200 kg. Cîţi saci s-au umplut?
58. Pentru nichelarea unui obiect cu suprafaţa de 5 dm² s-au folosit 8,8 g de nichel. Care este grosimea stratului de nichel? Densitatea nichelului este de 8,8 g/cm³.
59. Un vapor a parcurs 20 de noduri în 5 ore. Ce distanţă a parcurs acest vapor într-o oră, dacă un nod are 1 852 m?

6. Înmulţirea şi împărţirea

60. a) Înmulţirea cu 0,25; 0,50; 0,75; 0,125.

$$24 \times 0,25 =$$

$$164 \times 0,25 =$$

$$2\,560 \times 0,25 =$$

$$13\,444 \times 0,25 =$$

$$52 \times 0,50 =$$

$$163 \times 0,50 =$$

$$1\,864 \times 0,50 =$$

$$93\,005 \times 0,50 =$$

$$28 \times 0,75 =$$

$$136 \times 0,75 =$$

$$4\,000 \times 0,75 =$$

$$396\,408 \times 0,75 =$$

$$96 \times 0,125 =$$

$$144 \times 0,125 =$$

$$2\,408 \times 0,125 =$$

$$68\,008 \times 0,125 =$$

b) Împărțirea la 5; 50; 25; 125.

$$23 : 5 =$$

$$141 : 5 =$$

$$2\,315 : 5 =$$

$$12\,419 : 5 =$$

$$32 : 25 =$$

$$208 : 25 =$$

$$3\,719 : 25 =$$

$$45\,008 : 25 =$$

$$45 : 50 =$$

$$132 : 50 =$$

$$4\,719 : 50 =$$

$$24\,009 : 50 =$$

$$14 : 125 =$$

$$705 : 125 =$$

$$8\,709 : 125 =$$

$$85\,009 : 125 =$$

61. O bară cilindrică de plumb care are lungimea de 16 cm și diametrul bazei de 2,6 cm cântărește 0,95943328 kg. Care este densitatea plumbului?
62. Un vas în care se află 1 l de aer cântărește 300 g. După ce s-a scos 0,9 din volumul de aer, vasul cu aerul care mai rămăsese a cântărit 298,83 g. Care este densitatea aerului?
63. Podeaua unei camere are dimensiunile 6,75 m și 4,80 m. Ce suprafață trebuie să ocupe ferestrele acestei camere, dacă suprafața lor trebuie să fie a patra parte din suprafața podelei?
64. Pentru zidirea unei case s-au adus 250 000 de cărămizi, în camioane care au transportat fiecare câte 3 t. O cărămidă are dimensiunile de 25 cm, 12 cm și 6,5 cm. Densitatea cărămizii este 1,6. Câte camioane au transportat cărămizile?
65. Un elev a primit rest de la librărie 2,80 lei în monede de 5 bani, 15 bani și 25 bani, în total 20 monede. Câte monede a primit din fiecare fel dacă numărul monedelor de 25 bani este de 4 ori mai mare ca al celor de 15 bani?
66. Un cuptor Martin produce într-un schimb 5,5 t de oțel pe metrul pătrat. Suprafața de producere a acestui cuptor este de 35 m². Cât oțel va produce acest cuptor în 315 zile lucrătoare de câte două schimburi?
67. Aerul este de 770 de ori mai ușor decât apa, iar mercurul este de 13,6 ori mai greu decât apa. De câte ori este mai ușor aerul decât mercurul?
68. Masa primului satelit artificial al Pământului lansat în U.R.S.S. a fost de 83,6 kg; al doilea satelit a cântărit cu 424,7 kg mai mult, iar nava cosmică cu care a zburat Gagarin a avut masa de 11 ori mai mare. Cât a cântărit nava cosmică? (aprox.)
69. Masa smintinii reprezintă în medie 0,16 din masa laptelui folosit, iar masa untului este 0,25 din a smintinii. Câte kilograme de unt se pot obține din 75 hl de lapte cu densitatea 1,03?
70. O casă cu dimensiunile de: lungimea 15 m, lățimea 6,5 m și înălțimea 4,5 m este văruiată, plătindu-se 0,40 lei pe metrul pătrat. Casa are 8 ferestre cu dimensiunile de 2,3 m și 1,2 m și o ușă cu dimensiunile de 2,5 m și 1,8 m. Cât costă văruiatul?

71. O greblă trasă de un cal are lăţimea de 2,13 m; viteza acestei greble este de 4 km pe oră. Ce suprafaţă de pământ va grebla în 8 ore?
72. Masa aerului dintr-o cameră este de 27,027 kg. Care este înălţimea camerei, dacă podeaua are dimensiunile de 8,25 m şi 6 m. Densitatea aerului este de 0,1 g/dm³.
73. Consumul de apă al unei locomotive este de 0,75 t pe distanţa de 5 km. În rezervorul ei încăp 16,5 t, dar el conţine numai 0,90 din capacitate. Câţi kilometri va parcurge locomotiva cu această apă?

7. Cele patru operaţii cu numere zecimale

74. La problemele următoare se va scrie pe cât posibil formula numerică:

$$\begin{aligned}
 & \star (17,125 + 8,075) : 1,575 = 14,75 \\
 & \star 32,42 - 2,2 (40 - 25,5) + 7,14 : 1,7 \\
 & \star (2,92 - 2,304 - 0,112 \cdot 0,5) : 0,7 \cdot 100 \\
 & (3,6 + 5,55) \cdot 0,12 + (3 - 0,12) : 0,036 + 0,05 \cdot 0,04 \\
 & [(3,7 + 4,32) \cdot 0,15 + (15 - 0,15) : 0,45] \cdot 100 \\
 & 5,632 : 51,2 + 4,256 : 3,8 - (3 - 0,39 : 0,15) \\
 & \star 12,5 : 100 + 7,5 (0,06 + 3,24) - 4 : 10 \\
 & (11,03 - 0,43855) : (10,8168 : 2,4) - 2,781 : 2,06 \\
 & 7,38 : 4,5 \cdot (15,2 \cdot 0,2) \cdot (65,24 : 13,048) \\
 & (6,39 - 2,1028) : (18 - 5,3408 - 11,3022 : 1,35) \\
 & (0,872 : 2,18 + 4,578 : 3,27) \cdot [(19,035 + 17,89) : 7,385] \\
 & (23,4 \cdot 2,5 - 1,34) : 6,3 : 0,28 + 1,08 : 1,5 \\
 & 4,488 : 0,12 + [(4,3 + 2,8) \cdot (4,3 - 2,8)] : [(3,6 - 0,63) : (4,61 + 7,27)] \\
 & \star 0,7 x = 679 \qquad \star 0,035 x = 10,5 \\
 & 0,0167 x = 21,71 \qquad \star 0,16 x = 0,0381 \\
 & 0,0137 x = 17,81 \qquad \star 0,6 x = 15,18 \\
 & \star 0,78 x = 15,6 \qquad \star 0,018 x = 0,009 \\
 & x : 3,4005 = 7,407 \qquad \star x + 1402,05 = 4502,12 \\
 & \star 3,784 : x = 1,25 \qquad \star 27,5 + x = 13,02 + 47,093 \\
 & 640,1 : x = 3,46 \qquad \star x - 794,12 = 103,041 \\
 & 3,460976 : x = 0,144 \qquad \star 12,69 + x + 18,01 = 42,03
 \end{aligned}$$

75. O placă de fontă cu volumul de 2,51 dm³ cântăreşte 17,5 kg; densitatea fontei este 7 g/cm³. Este plină această placă? Care este volumul părţii goale?

76. Un automobil a făcut în primele două ore 98,5 km şi în următoarele 3 ore 198 km. Cu cât a fost mai mare viteza din ultimele ore decât cea din primele două ore?

77. O piesă este formată din două plăci egale în formă de paralelipiped dreptunghic, una de fier cu densitatea 7,8, iar alta de cupru cu densitatea 8,8. Placa de fier cântăreşte cu 131,040 kg mai puţin decât cea de cupru. Care este grosimea fiecărei plăci, dacă lungimea uneia este de 140 cm, iar lăţimea de 52 cm?

71. O greblă trasă de un cal are lăţimea de 2,13 m; viteza acestei greble este de 4 km pe oră. Ce suprafaţă de pământ va grebla în 8 ore?
72. Masa aerului dintr-o cameră este de 27,027 kg. Care este înălţimea camerei, dacă podeaua are dimensiunile de 8,25 m şi 6 m. Densitatea aerului este de 0,1 g/dm³.
73. Consumul de apă al unei locomotive este de 0,75 t pe distanţa de 5 km. În rezervorul ei încap 16,5 t, dar el conţine numai 0,90 din capacitate. Câţi kilometri va parcurge locomotiva cu această apă?

7. Cele patru operaţii cu numere zecimale

74. La problemele următoare se va scrie pe cât posibil formula numerică:

$$\begin{aligned}
 & \star (17,125 + 8,075) : 1,575 - 14,75 \\
 & \star 32,42 - 2,2 (40 - 25,5) + 7,14 : 1,7 \\
 & \star (2,92 - 2,304 - 0,112 \cdot 0,5) : 0,7 \cdot 100 \\
 & (3,6 + 5,55) \cdot 0,12 + (3 - 0,12) : 0,036 + 0,05 \cdot 0,04 \\
 & [(3,7 + 4,32) \cdot 0,15 + (15 - 0,15) : 0,45] \cdot 100 \\
 & 5,632 : 51,2 + 4,256 : 3,8 - (3 - 0,39 : 0,15) \\
 & \star 12,5 : 100 + 7,5 (0,06 + 3,24) - 4 : 10 \\
 & (11,03 - 0,43855) : (10,8168 : 2,4) - 2,781 : 2,06 \\
 & 7,38 : 4,5 \cdot (15,2 \cdot 0,2) \cdot (65,24 : 13,048) \\
 & (6,39 - 2,1028) : (18 - 5,3408 - 11,3022 : 1,35) \\
 & (0,872 : 2,18 + 4,578 : 3,27) \cdot [(19,035 + 17,89) : 7,385] \\
 & (23,4 \cdot 2,5 - 1,34) : 6,3 : 0,28 + 1,08 : 1,5 \\
 & 4,488 : 0,12 + [(4,3 + 2,8) \cdot (4,3 - 2,8)] : [(3,6 - 0,63) : (4,61 + 7,27)] \\
 & \star 0,7 x = 679 \qquad \qquad \qquad 0,035 x = 10,5 \\
 & 0,0167 x = 21,71 \qquad \qquad \qquad 0,16 x = 0,0381 \\
 & 0,0137 x = 17,81 \qquad \qquad \qquad 0,6 x = 15,18 \\
 & \star 0,78 x = 15,6 \qquad \qquad \qquad 0,018 x = 0,009 \\
 & x : 3,4005 = 7,407 \qquad \qquad \qquad \star x + 1402,05 = 4502,12 \\
 & 3,784 : x = 1,25 \qquad \qquad \qquad \star 27,5 + x = 13,02 + 47,093 \\
 & 640,1 : x = 3,46 \qquad \qquad \qquad \star x - 794,12 = 103,041 \\
 & 3,460976 : x = 0,144 \qquad \qquad \qquad \star 12,69 + x + 18,01 = 42,03
 \end{aligned}$$

75. O placă de fontă cu volumul de 2,51 dm³ cântăreşte 17,5 kg; densitatea fontei este 7 g/cm³. Este plină această placă? Care este volumul părţii goale?
76. Un automobil a făcut în primele două ore 98,5 km şi în următoarele 3 ore 198 km. Cu cât a fost mai mare viteza din ultimele ore decât cea din primele două ore?
77. O piesă este formată din două plăci egale în formă de paralelipiped dreptunghic, una de fier cu densitatea 7,8, iar alta de cupru cu densitatea 8,8. Placa de fier cântăreşte cu 131,040 kg mai puţin decât cea de cupru. Care este grosimea fiecărei plăci, dacă lungimea uneia este de 140 cm, iar lăţimea de 52 cm?

78. Cîte vagoane de (10 000 kg) au fost necesare pentru încărcarea oțelului, care s-a extras din 2 680 992 t minereu de fier, dacă o treime din minereu se transformă în oțel și oțelul reprezintă 0,90 din masa minereului?
79. O livadă are 480 de meri, care au produs cîte 200 kg de mere pe an. A treia parte din merele produse s-au vîndut cu cîte 2,20 lei/kg, iar restul s-au transformat în suc de mere. Dintr-o tonă de mere s-au scos 6 hl de suc, care s-a vîndut cu 3 lei/litrul. Ce venit a adus livada?
80. Doi motocicliști își lăudau motocicletele: — A mea e mai economică, fiindcă am plecat cu 12 l de benzină în rezervor, am mers 72 km și cînd m-am întors mai aveam în rezervor 3 l. — Ba a mea e mai economică, căci am plecat cu 7,25 l de benzină, am mers 85 km, am mai cumpărat 5 l pe drum, iar cînd m-am întors în București mai aveam 3 l. Care era mai economică?
81. Trebuie transportate bare de fier cu lungimea de 4 m, lățimea de 0,15 m și grosimea 30 mm. Densitatea fierului este $7,8 \text{ g/cm}^3$. Cîte bare se pot transporta la un drum, dacă încărcătura nu poate trece de 3 t?
82. Pentru un zid lung de 25 m, înalt de 1,80 m și lat de 20 cm s-au folosit 5 850 de cărămizi. Cîte cărămizi s-au folosit la 1 m^3 de zid?
83. Un bazin paralelipipedic de înot este umplut în 16 ore 40 de minute de trei robinete, care dau: primul 328 l pe minut, al doilea cu 0,87 l pe minut mai mult decît primul și al treilea cu 158 l mai puțin decît al doilea. Dimensiunile dreptunghiului de bază sînt: lungimea de 25 m, iar lățimea egală cu 0,8 din lungime. Ce înălțime are bazinul?
84. În țara noastră, în anul 1975 s-au produs: autocamioane 35 900, tractoare 50 000 și 330 locomotive Diesel. În anul 1980 producția de autocamioane va fi de 1,4 ori mai mare, cea de locomotive de 1,03 ori mai mare și cea de tractoare de 1,3 ori mai mare. Cîte autocamioane, locomotive și tractoare se vor produce în 1980?
85. Un acoperiș e format din două dreptunghiuri cu dimensiunile de 12 m și 7 m și este acoperit cu țigle. Jumătate din ele trebuie înlocuite, socotindu-se cîte 22 țigle pe metru pătrat. Fiecare țiglă cîntărește 1,700 kg. Cîte transporturi va face o căruță în care se pot încărca 450 kg?
86. O gospodină cumpără o bucată de carne de 2,5 kg și o pune la cuptor. 0,5 kg de carne se coace în 15 minute. La ce oră trebuie pusă carnea la cuptor, ca să se poată minca friptura la ora 13 și 30 de minute?
87. Pe un teren sub formă de dreptunghi cu dimensiunile de 175 m și 126 m se așterne un strat de nisip cu grosimea de 1,5 cm. Cîte căruțe de cîte $1,750 \text{ m}^3$ sînt necesare pentru transportul nisipului?
88. Prășitul manual al unui loc în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 185 m și 124 m a costat 858,80 de lei, iar prășitul mecanic al unui loc tot în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 2 856,2 m și 1 325,4 m a costat 7 571,22 de lei. De cîte ori este mai mare costul prășitului manual al unui hectar decît costul prășitului mecanic?

89. Capacitatea unei cisterne de benzină este de $18,5 \text{ m}^3$. Câți hectolitri de benzină conține când e plină pe trei sferturi?
90. O cooperativă agricolă de producție a cultivat cu grâu un loc dreptunghiular lung de 680 m și lat de 425 m. Tratând fiecare hectar cu 100 kg de superfosfat, s-a obținut un spor de 400 kg de boabe la hectar. 1 kg de superfosfat costă 0,46 lei, iar 1 kg de grâu 1,20 lei. Ce beneficiu a avut cooperativa folosind acest procedeu?
91. Prin folosirea nitrocalcarului la culturile de sfeclă s-a obținut o recoltă de 23 500 kg la hectar, în loc de 16 300 kg la hectar. În mai multe întreprinderi agricole de stat 8 500 ha au fost îngrășate cu nitrocalcar. La câte persoane a ajuns sporul acesta de zahăr timp de un an, dacă se știe că un om consumă 1,2 kg de zahăr pe lună și că randamentul sfeclei este 0,12?
92. Folosind îngrășăminte azotoase la culturile de cartofi, se obține un spor de 4 000 kg la hectar. Ce venit s-a realizat în plus dacă s-au îngrășat 16 400 ha și s-au vândut cartofii cu 0,65 lei kilogramul?
93. Într-un an, într-o regiune viticolă s-au produs 229 200 t de struguri; din 100 kg de struguri se obțin 70 l de vin. Dacă toți acești struguri s-ar fi transformat în vin, câte sticle de 0,5 l s-ar fi putut umple?
94. Se construiește o platformă paralelipipedică cu dimensiunile de 5 m, 3 m și 20 cm, la care se folosește ciment câte 300 kg la 1 m^3 de beton și armătură de oțel 140 kg la 1 m^3 . Oțelul folosit are secțiunea circulară cu diametrul de 12 mm. Densitatea oțelului este $7,8 \text{ g/cm}^3$.
- a) Ce lungime de oțel se va folosi?
- b) Cât va costa materialul folosit, dacă cimentul se vinde cu 1 leu kilogramul și oțelul cu 7 lei kilogramul?
95. Din 0,5 g de argint s-au făcut 130 m de fir pentru filigran. Câți metri măsoară firul din care s-a făcut o brățară de 50 g?
96. Pentru a cosi un teren dreptunghiular lung de 250 m și lat de 1,2 hm 5 muncitori au lucrat 3 zile câte 10 ore pe zi. În câte zile va cosi această echipă un teren în formă de pătrat a cărui latură este egală cu 0,8 din lungimea terenului dreptunghiular și că de data aceasta muncitorii lucrează numai 8 ore pe zi?
97. Un grădinar cumpără pentru seră foi de sticlă cu dimensiunile de 0,75 m și 0,58 m, pentru a scoate din ele geamuri cu dimensiunile de 28 cm și 15 cm. Faceți un desen la scara 0,1 și arătați cum este mai economic să fie tăiat geamul.
- Cât au costat cele 40 de geamuri de care are nevoie grădinarul, știind că foaia de sticlă s-a plătit 10 lei metrul pătrat, lucrul geamgiului 6 lei ora, iar tăiatul foilor a durat 1,5 ore?
98. Un țăran a mers la piață cu 300 lei. A vândut 195 kg prune cu 2,50 lei kilogramul și a cumpărat 325 kg var cu 1,70 lei kilogramul. Ce sumă i-a rămas țăranului după această cumpărătură?
99. O masă are forma de dreptunghi terminat cu două semicercuri egale fig. 3. Lățimea mesei este de 1,25 m, iar lungimea totală de 3,50 m. Care este perimetrul acestei mese?

100. De pe o vie s-au obținut 1 400 l de vin. Care a fost aria suprafeței de vie de pe care s-au strins strugurii, dacă se știe că producția de strugurii la hectar a fost de 48,5 q și că din 100 kg de struguri s-au scos 70 l de vin?

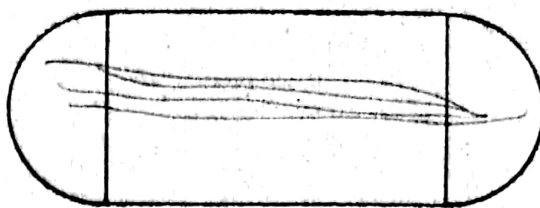


Fig. 3.

101. Un autobuz face zilnic două curse și transportă de fiecare dată cîte 25 persoane; 4 persoane plătesc cîte 4,70 lei, 5 plătesc cîte 3,80 lei și restul cîte 3,20 lei, pentru fiecare cursă. Cîți lei se încasează pe zi? Dar într-o lună?
102. Într-un an, într-o regiune viticolă producția medie de struguri la hectar a fost de 48,3 q. Ce arie a avut via din care s-au cules strugurii, dacă din ei s-au obținut 150 l vin? (Din 100 kg de struguri s-au scos 75 l de vin).
103. Platforma unui autocamion are forma de dreptunghi cu dimensiunile de 2,10 m și 3,25 m. În camion se așază piese cubice cu latura de 65 cm pînă la înălțimea de 2,6 m. Cîte piese sînt în acest camion? Ce masă are încărcătura dacă fiecare piesă cîntărește 75 kg?
104. Distanța dintre București și Copșa Mică este de 345 km. Un motociclist a plecat din București cu 16,54 l de benzină și cînd a ajuns la Copșa Mică a constatat că în rezervor mai avea 4,260 l. Cîți litri de benzină a consumat pe 100 km?
105. Într-o cramă, vinul dintr-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 4 m, 2m și 1,50 m este pus în sticle de 80 cl de o mașină care umple 250 de sticle pe oră. În cît timp va fi pus vinul din vas în sticle?
106. Cei 748 de muncitori dintr-o mină au scos într-o zi 2 152 de vagonete de cărbuni, care cîntăresc în total 1 721,600 t. Fiecare vagonet gol cîntărește 250 kg.
- Cîte kilograme de cărbune scoate în medie fiecare muncitor?
 - Cărbunele acestei mine pierde prin alegere și spălare 15 kg la un chintal. Cîte kilograme de cărbune curat s-au scos în această zi și cîte kilograme de deșeuri au rămas?
107. Dintr-un puț de mină se extrag zilnic 1 500 t de cărbune brut. Cărbunele brut pierde prin alegere 0,10 din masa sa, iar cărbunele ales pierde prin spălare 0,2. Cîte chintale de cărbune curat se vor scoate în 6 zile din acest puț?
108. O cameră lungă de 5,60 m și lată de 2,70 m trebuie pardosită cu dale dreptunghiulare de mozaic, cu dimensiunile de 15 cm și 10 cm. O dală costă 80 de bani.
- Cum trebuie așezate dalele, ca să nu fie deșeuri?
 - Cît costă pardosirea, dacă lucrul va fi socotit la 4 ore și ora este plătită 5,20 lei?
109. Trebuie pardosită o bucătărie cu dimensiunile de 3,75 m și 3 m. Dalele sînt de 25 cm/25 cm și se vind cu 46 de lei la 1 m² sau 20cm/20 cm cu 32,50 lei la 1 m². Ce fel de dale se vor întrebuița, pentru a se folosi un număr întreg? Cît costă toate dalele?

110. Într-o tabără se dădeau zilnic 15 kg de carne la 80 de copii. Cite kilograme de carne trebuie să se dea în ziua cînd numărul copiilor s-a micșorat cu 20?
111. Două bucăți de catifea de 75 m și 82,50 m s-au vîndut cu 11 250 lei. Cît s-a încasat pentru fiecare bucată dacă un metru din prima bucată este de 2,5 ori mai ieftin decît un metru din cealaltă?
112. Un bazin circular cu raza 5,20 m și adîncimea de 1,65 m este plin cu apă pînă la jumătate din înălțime. Cîți hectolitri de apă sînt în bazin?
113. O brigadă de 16 muncitori a primit 7 308,75 lei pentru o lucrare pe care a executat-o în 15 zile.
4 muncitori din această brigadă au lucrat cîte 5 zile mai puțin. Responsabilul brigăzii a primit 6,25 lei în plus pe zi. Cît a primit un muncitor pe zi?
114. Un lot de 1,6 ha poate fi cosit manual de 2 muncitori în 2 zile, iar altul de 30 de ori mai mare poate fi cosit de cositoarea mecanică în 16 zile. De cîte ori cosește mai mult pe zi cositoarea mecanică?
115. Un loc în formă de pătrat cu latura de 5 m, fiind îngrășat chimic, a produs 61,5 kg de cartofi. Un alt loc cu aceleași dimensiuni, dar fără îngrășămintă, a produs 31 kg. Cu cît a fost mai mare producția de cartofi la hectar pe pămîntul îngrășat?
116. Prin caneaua unui butoi de vin care n-a fost bine închisă a curs la fiecare două secunde cîte o picătură; în 20 de minute s-a umplut un pahar de 9,6 cl. Ce volum are picătura de vin? Cît vin s-a pierdut în 24 de ore?
117. Într-un siloz erau 1825 q de grîu și s-a mai descărcat un camion care gol cîntărea 4 600 kg și plin 11,5 t. Cite kilograme de grîu sînt acum în siloz?
118. Un vagon poate transporta 12,5 t de sfeclă. Într-un vagon s-a descărcat conținutul a 8 căruțe. O căruță plină cîntărește 15 q, iar goală, 550 kg.
a) Cite kilograme de sfeclă mai pot fi puse în vagon?
b) Cite drumuri trebuie să mai facă o căruță ca să umple vagonul?
c) Cît va transporta ultima căruță?
119. La Odobești s-au înlocuit într-o vie 72 de rînduri de viță-de-vie lungi de cîte 96 m. Pentru a susține plantele s-au instalat cîte 4 rînduri de sîrmă pe un rînd. Cît costă sîrma, dacă 4 m cîntăresc 30 g și 1 kg costă 27,50 lei?
120. O gospodină își face socoteala că dacă ar cumpăra 20 kg de varză i-ar rămîne 2,50 lei, iar dacă ar cumpăra 25 kg de varză nu i-ar ajunge 0,50 lei. Ce sumă de bani avea gospodina și cît costă 1 kg de varză?
121. Într-un atelier școlar s-au confecționat din tablă 120 tăvi mari de cîte 3,2 kg și 20 tăvi mici. Pentru tăvile mari s-au folosit 0,96 din cantitatea totală a tablei.
Să se afle cît cîntărește o tăvă mică.
122. Într-un an, într-o regiune viticolă s-au produs 95 200 t de struguri, iar în alta cu 27 900 t mai puțin. În prima regiune, din 100 kg de struguri s-au obținut 65 l de vin, iar în a doua 70 l. Cu cîte sticle de 0,5 l a produs mai mult în regiunea I decît într-a II-a, dacă în fiecare regiune 0,5 din cantitatea de struguri s-a transformat în vin?

123. O gospodină a făcut dulceață din 4,150 kg de căpșuni și 3 550 g de zahăr. Câte borcane de câte 595 g de dulceață a făcut, dacă prin fierbere se pierde 0,15?
124. O placă de cupru cu lungimea de 80 cm, lățimea de două ori mai mică și grosimea de 10 ori mai mică decît lățimea cîntărește 92 kg. Densitatea cuprului este 8,8 g/cm³.
- a) Este masivă (plină) această placă?
- b) Cu cîte kilograme ar cîntări mai mult dacă ar fi masivă?
125. O sîrmă lungă de 56,4 m a fost tăiată în 8 bucăți: o parte lungă de 8,75 m, două de cîte 5,7 m, una de 9,15 m și restul — 4 bucăți egale. Ce lungime a avut fiecare din ultimele 4 bucăți?
126. O șină lungă de 8,8 m a fost tăiată în 4 părți. Prima parte este lungă de 2,1 m, partea a doua este de 1,2 ori mai lungă decît prima, iar lungimea părții a treia reprezintă 0,75 din a doua. Să se determine lungimea fiecărei părți.
127. 8 muncitori au terminat o lucrare în 15 zile și au primit 3 957,50 lei. Doi din ei au lucrat cîte 4 zile mai puțin. Responsabilul brigăzii a primit în plus pe zi, 2,50 lei. Cît a primit fiecare muncitor pe zi?
128. Cîte scinduri lungi de 4 m, late de 26 cm și groase de 5 cm se pot încărca într-un vagon-platformă lung de 6,4 m și lat de 2,6 m, dacă scindurile se pot încărca pînă la înălțimea de 3,8 m? (Spațiul dintre scinduri nu se socotește.)
129. Într-un magazin erau 28,90 m de catifea. Prima dată s-au vîndut 2,85 m, a doua oară 3,75 m, a treia oară 8,50 m și a patra oară 5 m, iar pentru ultima parte s-au încasat 369,60 lei. Cu cît s-a vîndut metrul de catifea?
130. Albușul unui ou reprezintă în medie 0,5 din masa oului, gălbenușul 0,6 din masa albușului, iar restul din masa oului este coaja. Cîte ouă de cîte 63 g au fost într-o ladă, dacă cojile rămase de la aceste ouă au cîntărit 10,08 kg?
131. O foaie de plumb are lungimea de 1,25 m, lățimea de 0,80 m și grosimea de 6 mm. Cît cîntărește o foaie de plumb dacă 1 dm³ de plumb cîntărește 11,35 kg?
132. În două schimburi, o mașină dă de trei ori mai multe produse decît o altă mașină într-un schimb, iar aceasta din urmă dă în două schimburi cu 20,75 kg de produse mai mult decît prima într-un schimb. Cîte kilograme de produse dă fiecare mașină într-un schimb?
133. O foaie de tablă lungă de 1,25 m și lată de 0,8 m cîntărește 17 900 g. 1 dm³ de tablă cîntărește 8 950 g. Să se afle grosimea foi de tablă și cît costă 150 de foi, dacă 1 kg costă 7,60 lei.
134. Într-un bazin de înot cu o capacitate de 900 hl, apa intră prin două țevi și se scurge prin a treia. Prin țeava a doua curge de două ori mai puțină apă decît prin prima țeavă, iar prin a treia se scurge jumătate din ceea ce vine în bazin prin primele două țevi. Cîtă apă vine într-o oră prin prima

și a doua țeavă și câtă apă se scurge prin a treia țeavă, dacă, funcționind deodată, bazinul poate fi umplut în 6 ore?

Se presupune că apa vine și se scurge în mod uniform.

- 135.** 2,3 t de fragi și zmeură au fost așezate în 340 de coșuri, fragii fiind așezați câte 8 kg în coș, iar zmeura câte 6 kg. S-a vândut toată cantitatea: zmeura cu câte 6 lei kilogramul, iar fragii cu câte 7 lei kilogramul. Cât s-a încasat pentru întreaga cantitate de fructe?
- 136.** Într-o grădină de zarzavat erau 48 de straturi. Primăvara, aceste straturi au fost săpate și în locul fiecărui grup de 4 straturi s-au făcut 3 straturi? Pe noile straturi s-au semănat cartofi și s-a strîns o recoltă de 196 kg la fiecare pereche de straturi. Cîte kilograme de cartofi s-au strîns din întreaga grădină și care a fost aria fiecărui ștrat știind că recolta de cartofi a fost de 2 kg la metrul pătrat?
- 137.** Două roți sînt legate printr-o curea de transmisie. Circumferința unei roți este de 0,98 m, iar a celeilalte de 1,75 m. Să se determine cîte învîrtituri pe minut va face a doua roată, dacă prima face 75 de învîrtituri pe minut?
- 138.** Două roți sînt legate printr-o curea de transmisie. Circumferința unei roți este de 0,65 m. Să se determine lungimea circumferinței roții a doua, dacă prima face 154 de învîrtituri, iar a doua 110 învîrtituri pe minut?
- 139.** La o fabrică de var se folosesc 200 kg de cărbune pentru a calcina 2,25 t de piatră de var, din care se obține 1 t de var. Fabrica produce 48 t de var pe zi. Cu ce cantitate de piatră de var și de cărbune trebuie să se aprovizioneze fabrica pentru 30 de zile?
Din 100 kg de var se obțin 130 kg de var stins.
Cîte kilograme de var stins se vor obține în 30 de zile?
- 140.** Pentru a încălzi o cameră cu dimensiunile de 6,5 m, 5,20 m și 3,18 m, s-au consumat într-o iarnă 4,25 steri de lemne. Cîți steri de lemne sînt necesari pentru a încălzi 2 camere cu dimensiunile de 7,20 m, 6,75 m și 3,18 m?
- 141.** 5 săpători de pămînt, lucrînd câte 6 ore pe zi, pot săpa în 3,5 zile un șanț lung de 35 m, lat de 1,2 m și adînc de 1,5 m. Cîte ore pe zi trebuie să lucreze 4 săpători, ca în 3 zile să sape un șanț a cărui lungime, lățime și adîncime reprezintă împreună 28,2 m și sînt proporționale cu numerele 4; 0,5 și 0,2 (cu aceeași productivitate medie a muncii).
- 142.** Un vislaș poate străbate într-o apă stătătoare 7,2 km pe oră; mergînd după cursul apei unui rîu, el străbate într-o oră cu 3,2 km mai mult decît vîslînd în sus, împotriva cursului apei. Să se determine viteza cursului apei rîului și viteza mișcării vislașului după cursul apei.
- 143.** Un sac cu griu a fost transformat în făină, iar pierderea din timpul măcinatului a constituit 0,2 din masa griului. După coptul plinii s-a constatat un surplus de pline egal cu 0,35 din masa făinii. Cît a cîntărit un sac cu griu dacă din făina obținută din acest sac au fost făcute 86,4 kg de pîine?
- 144.** Ce cantitate de feculă se va scoate din cartofii recoltați de pe o parcelă dreptunghiulară lungă de 208 m și lată de 76,8 m, dacă se știe că de pe o arie

de 4 ari se recoltează 12 hl de cartofi cu masa hectolitrică de 65 kg și că fecula reprezintă 0,16 din masa cartofului?

145. În trei lăzi se află 54,8 q de cartofi. În prima ladă se află cu 1,9 q mai puțin decît în lada a doua, iar în lada a doua cu 12,9 q mai puțin decît în lada a treia. Cîți cartofi se află în fiecare ladă?
146. Un lot are forma de dreptunghi cu dimensiunile de 172,75 m și 80,25 m. În mijloc se află o fîntînă care ocupă un loc în formă de cerc, cu raza de 5,5 m. Să se afle aria lotului fără fîntînă.
147. O gospodină își propune să cumpere 1,5 kg unt dar observă că nu-i ajung 11,50 lei; atunci cumpără numai 1 kg de unt și-i rămîn 8,50 lei.
Cît costa 1 kg unt?
Ce sumă de bani avusese gospodina înainte de cumpărare?
148. La un depozit, chereșteaua de brad era cu 82,5 m³ mai multă decît chereșteaua de stejar. Pentru ambele feluri de lemne s-au cheltuit sume egale. Cît s-a cheltuit pentru lemne, dacă 1 m³ de stejar costă 437,65 lei, iar 1 m³ de brad 396,40 lei?
149. Un bloc de locuințe este încălzit cu păcură. Păcura este păstrată într-un rezervor cilindric cu diametrul de 2,20 m și înălțimea de 3 m. Care este capacitatea rezervorului? Cînd mai sînt 720 l de păcură în rezervor trebuie făcută comanda de aprovizionare. Cîți m³ de păcură trebuie comandați?
Un dispozitiv de securitate nu permite să se folosească ultimii 162 l de păcură. Încălzirea blocului se face timp de 8 ore zilnic și pe oră se consumă 30 l. Pentru cîte zile este aprovizionat blocul cu un rezervor plin?
150. Într-o foaie de aramă dreptunghiulară, cu dimensiunile de 2,5 m lungime, 1,5 m lățime și 0,03 m grosime, s-au perforat 50 de găuri cu diametrul de 0,04 m. Cît cîntărește foaia perforată dacă densitatea aramei este de 8,8?
151. O foaie de tablă pentru acoperiș, cu dimensiunile de 1,25 m lungime și 0,21 m lățime, cîntărește 4,095 kg. Să se calculeze grosimea acestei foi, dacă densitatea tablei este 7,8.
152. Din două locuri, între care distanța este 650 km, pleacă în același moment unul spre altul două trenuri și se întîlnesc după 5 ore de la plecare. Viteza unuia din trenuri este cu 7,75 km mai mare decît a celuilalt. Să se afle vitezele lor.
153. O barcă cu motor parcurge în apă stătătoare 16,5 km pe oră. În sensul curentului unui riu, această barcă a parcurs 180 km în 9 ore. În cîte ore va parcurge aceeași distanță la înapoiere?
154. Pentru 400 de bilete vindute, un teatru a încasat 2 286 de lei. O parte din bilete aveau prețul de 4,50 lei fiecare, iar restul avea un preț cu 1,8 lei mai mare. Cîte bilete de fiecare fel au fost vindute?
155. O roată face pe o distanță 50 de învîrtituri, iar altă roată 40 de învîrtituri. Să se afle această distanță, știind că lungimea circumferinței uneia din roți este cu 4,4 dm mai mare decît a celeilalte.

156. a) Faceți un deviz pentru tencuirea unui zid lung de 6,20 m și înalt de 3,80 m, ținând seamă că la 1 m² de tencuială sînt necesare:

— var pastă	0,0075 m ³
— ciment	2,500 kg
— nisip	0,024 m ³
— apă	0,008 m ³
— mină de lucru	3,93 ore

b) Faceți un deviz pentru zugrăvirea unei camere cu lungimea de 4 m, lățimea de 3,20 m și înălțimea de 2,20 m, ținând seamă că pentru 1 m² de zugrăveală sînt necesare:

— var bulgări	0,050 kg
— humă	0,200 kg
— săpun	0,015 kg
— clei	0,015 kg
— ipsos	0,050 kg
— coloranți	0,010 kg
— glaspapir	0,05 coli
— mină de lucru	1,34 ore

157. 15 m³ de lemn de brad și 17,5 m³ de lemn de mesteacăn cîntăresc la un loc 18,4 t. Cît cîntăresc lemnele de brad și de mesteacăn separat, dacă se știe că masa unui metru cub de lemn de brad formează 0,75 din masa unui metru cub de lemn de mesteacăn?

158. O fată trebuia să meargă de 58 ori la fîntînă cu două găleți de 11,5 litri și 13,5 litri pentru a uda zarzavaturile. După ce a mers de 32 de ori a preluat serviciul fratele său care a dus apă cu două găleți de cîte 13 litri. Cîți litri de apă sînt necesari pentru stropit grădina? De cîte ori a mai mers fratele la fîntînă?

159. Pentru transportul unei încărcături s-au trimis 16 autocamioane de 5 t și 3 t. Cîte mașini de 5 t și cîte de 3 t au fost, dacă se știe că cele de 5 t au transportat aceeași cantitate ca și cele de 3 t?

160. Cărțile primite pentru clasele V—VII au fost împărțite astfel: clasa a V-a 0,49 din numărul total, clasa a VI-a, 0,7 din ceea ce a luat clasa a V-a, și clasa a VII-a restul de 167 de cărți. Cîte cărți s-au luat pentru fiecare clasă?

161. Un kilogram de coacăze costă 3,60 lei și un kilogram de zahăr costă 9 lei. S-a făcut dulceață de coacăze. Coacăzele prin curățire și spălare au pierdut 0,25 din masa lor. S-au pus cantități egale de coacăze spălate și de zahăr. Dulceața obținută reprezintă 0,8 din cantitatea coacăzelor și a zahărului. Cît costă 10 kg de dulceață?

8. Puteri

1. Să se calculeze:

5 ² =	20 ² =	121 ² =	10 ² =
7 ² =	17 ² =	101 ² =	100 ² =

- | | | | | |
|---|------------------------------|---|--------------------------|----------------|
| | $11^2 =$ | $13^3 =$ | $305^2 =$ | $1\ 000^2 =$ |
| | $10^2 =$ | $26^2 =$ | $617^2 =$ | $10\ 000^2 =$ |
| | $15^2 =$ | $30^2 =$ | $133^2 =$ | $100\ 000^2 =$ |
| 2. | $0,4^2 =$ | $1,7^2 =$ | $1,21^2 =$ | $0,1^2 =$ |
| | $0,5^2 = 1$ | $1,3^2 =$ | $2,32^2 =$ | $0,01^2 =$ |
| | $0,7^2 =$ | $2,6^2 =$ | $4,16^2 =$ | $0,001^2 =$ |
| | $1,1^2 =$ | $3,5^2 =$ | $5,01^2 =$ | $0,0001^2 =$ |
| | $1,5^2 =$ | $2,0^2 =$ | $2,03^2 =$ | $0,00001^2 =$ |
| 3. | $32,15^2 =$ | $321,5^2 =$ | $0,02^2 =$ | |
| | $10,02^2 =$ | $100,1^2 =$ | $0,12^2 =$ | |
| | $25,11^2 =$ | $243,5^2 =$ | $0,009^2 =$ | |
| | $6,09^2 =$ | $100,15^2 =$ | $0,061^2 =$ | |
| | $15,01^2 =$ | $700,09^2 =$ | $0,0014^2 =$ | |
| 4. | $2^2 \times 2^3 = 2^5 = 32$ | $10^3 \times 10 =$ | $0,2^3 \times 0,2 =$ | |
| | $3 \times 3^3 =$ | $10^4 \times 10^2 =$ | $0,03^4 \times 0,03^2 =$ | |
| | $7^2 \times 7^4 =$ | $100^2 \times 100^2 =$ | $1,12^3 \times 1,12 =$ | |
| | $8^5 \times 8^2 =$ | $20^2 \times 20 =$ | $6,5^4 \times 6,5^3 =$ | |
| | $9^6 \times 9^2 =$ | $12^3 \times 12^2 =$ | $0,01^2 \times 0,01 =$ | |
| 5. | $2^8 : 2^4 =$ | $10^8 : 10^2 =$ | $12,5^3 : 12,5^2 =$ | |
| | $3^5 : 3 =$ | $10^9 : 10^7 =$ | $10,02^4 : 10,02^3 =$ | |
| | $4^6 : 4^2 =$ | $10^{15} : 10^{12} =$ | $26,05^3 : 26,05 =$ | |
| | $5^3 : 5^2 =$ | $10^6 : 10^6 =$ | $0,11^4 : 0,11^2 =$ | |
| | $6^{10} : 6^9 =$ | $10^3 : 10^2 =$ | $0,24^5 : 0,25^4 =$ | |
| 6. | $(2^2)^3 + (3^3)^2 - 5^2 =$ | $(4^3)^2 \cdot (3^2)^3 : (3)^3 \cdot 4^5 =$ | | |
| | $(3^2)^3 + (2^3)^2 + 10^3 =$ | $(3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^5) : (3^7 : 3^3 \cdot 3^6) \cdot 2^3 =$ | | |
| | $(5^2)^3 + (5^3)^2 - 5^6 =$ | $(2 - 1)^2 \cdot (5 - 3)^4 \cdot (1\ 000 - 95)^0 : 625^0 \cdot 2^3 =$ | | |
| | $1^2 + 0^2 + 2^2 =$ | $25 \cdot 625 \cdot (5)^2 : 125 \cdot 25 : 5 =$ | | |
| 7. Să se efectueze: | | c) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 6^4 \cdot 12^4 =$ | | |
| a) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} =$ | | d) $32^5 \cdot 64^2 \cdot 128 =$ | | |
| b) $3^{10} \cdot 3^9 \cdot 3^8 \cdot 3^2 \cdot 3 =$ | | 10. a) $(5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4) \cdot (5 \cdot 5^5) =$ | | |
| c) $5^6 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 5 =$ | | b) $(2 \cdot 2^3 \cdot 2^{10}) \cdot (2 \cdot 2) =$ | | |
| d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) =$ | | c) $(7 \cdot 7^5 \cdot 7^{12}) \cdot (7^{10} \cdot 7^{20}) =$ | | |
| e) $\left(\frac{7}{11}\right) \cdot \left(\frac{7}{11}\right)^{10} \cdot \left(\frac{7}{11}\right)^{20} \cdot \left(\frac{7}{11}\right)^{30} =$ | | d) $[(10 \cdot 10^2 \cdot 10^3) \cdot (10^5 \cdot 10^6)]^2 =$ | | |
| f) $(0,3)^3 \cdot (0,3)^5 \cdot (0,3)^7 \cdot (0,3)^{10} =$ | | e) $(4 \cdot 4^2 \cdot 4^5)^2 \cdot (4^3 \cdot 4^4)^3 =$ | | |
| g) $[2,06]^4 \cdot [2,06]^4 \cdot [2,06]^8 =$ | | 11. a) $(3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4) : (3 \cdot 3^2 \cdot 3^3) =$ | | |
| 8. $(3^2)^3; (4^3)^4; (5^6)^{10}; [(7^8)^9]^{10};$ | | b) $(11^2 \cdot 11^3 \cdot 11^5 \cdot 11^6) : (11 \cdot 11 \cdot 11^6 \cdot 11^5) =$ | | |
| $[(10)^2]^5; \left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^2; \left[\left(\frac{11}{13}\right)^4\right]^5; [(0,6)^3]^{20};$ | | c) $[8^3 \cdot 8^4 \cdot 8^{10} \cdot 8^{20}]^2 : [8^2 \cdot 8^9 \cdot 8^3 \cdot 8^{19}]^2 =$ | | |
| 9. a) $10 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^{10} =$ | | d) $[11^2 \cdot 11^5 \cdot 11^6 \cdot 11^{12}] : [11^{11} \cdot 11^6 \cdot 11^3] \cdot (11 \cdot 11^3) =$ | | |
| b) $14^2 \cdot 14^{20} \cdot 14 \cdot 14^5 \cdot 14 =$ | | | | |

1989-
1899

12. a) $[(5 \cdot 5^4 \cdot 5^5 \cdot 5^6) : (5^5 \cdot 5^5 \cdot 5^3)] - [(2^{10} \cdot 2^{20} \cdot 2^{30}) : (2^{40} \cdot 20^{20})]$;
 b) $(100^2 \cdot 100^5 \cdot 100^{10}) : (100^8)^2$;
 c) $[(7^4 \cdot 7 \cdot 7^8 \cdot 7) : (7^6 \cdot 7^7)] - [(8^{10} \cdot 8^{20} \cdot 8^{30}) : (8^{20})^3]$.
13. a) $49^2 \cdot 343^3 \cdot 7$;
 b) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 6^4 \cdot 12^4$;
 c) $14^3 \cdot 28^4 \cdot 98^3$.
14. Să se verifice egalitățile:
 1) $(6,5 + 1,1)(6,5 - 1,1) = 6,5^2 - 1,1^2$;
 2) $(2,8 + 3,3)^2 = 2,8^2 + 2 \cdot 2,8 \cdot 3,3 + 3,3^2$;
 3) $(3,1 - 2,5)^2 = 3,1^2 - 2 \cdot 3,1 \cdot 2,5 + 2,5^2$;
 4) $(1,2 + 0,5)^2 = 1,2^2 + 2 \cdot 1,2 \cdot 0,5 + 0,5^2$;
 5) $(3 + 2,5) \cdot (3 - 2,5) = 3^2 - 2,5^2$;
 6) $(3,4 - 2)(3,4 + 2) = 3,4^2 - 2^2$;
 7) $(0,2 - 0,02)^2 = 0,2^2 - 2 \cdot 0,2 \cdot 0,02 + 0,02^2$;
 8) $(3 + 1,5)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 1,5 + 1,5^2$.

Răspunsuri

Cap. IV. Cele patru operații cu numere zecimale

1. Adunarea

3. 6 378,243 km. 4. 198,327 kg. 5. 8,30 m. 6. 78 477,90 de lei. 7. 80 093,465;
 90 308,467; 243 595,072 t. 8. 18,300 kg. 9. 1 m². 10. 2,91 kg. 11. (4,6; 6,4);
 (5,5; 5,5); (1,9; 9,1). 12. 377,20 m. 13. 7 678,53 dam. 14. 36 600 t; 131 900,990 t.

2. Scăderea

19. 50,350 km; 50,230 km. 21. 1 220,69 de lei; 8 374,17 lei. 22. 12 000 kg.
 23. 0,32 m². 24. 316 085,208 t; 308 084,893 t; 199 57,711 t. 27. 13,42 l.
 28. 252 115,05 kg. 29. 233,70 kg.

3. Adunarea și scăderea

30. 2 505 q. 31. 87,724 kg. 32. 2 kg. 33. 7,95 kg. 34. 4,875 kg. 35. 20 338,15 de lei.
 36. 6,575 kg. 37. 305,7780 ha. 38. 88,97 m. 39. 48 000 t; 41 700 t; 164 000,003 t;
 284 599,993 t.

4. Înmulțirea

41. 467,4 kg; 5 608,8 kg. 42. 5 102,5 kg; 43. 801,515 kg. 44. 15 826,32 g. 46. 4,55 t.
 47. 277,344 t.
 48. 20 kg; 1,80 lei; 8 caiete; 2,50 lei
 $x(y + a) = xy + ax$; $(x + a)y = xy + ay$.
 49. $M = D \times V$; $6,025 \times 13,6 = 81,94$ kg; nu. 50. a) $M = D \times V$; $2 \times 100 \times 30 \times 0,7$;
 $1\,000 \times 150 = 630$ kg. 50. b) 12,32 kg.

5. Împărțirea

52. 15 m/s. 53. 9,8 l. 54. De 13 ori. 55. 4 s. 56. 2,3 m. 57. 25 saci. 58. 0,002 cm.
59. 74,08 km.

6. Înmulțirea și împărțirea

60. a Rezolvare.

$$24 \times 0,25 = 24 \times (1 : 4) = 24 : 4 = 6.$$

Deci se ia sfertul numărului respectiv.

$$52 \times 0,50 = 52 \times (1 : 2) = 52 : 2 = 26.$$

Deci se ia jumătatea numărului respectiv.

$$28 \times 0,75 = 28 \times (0,25 \cdot 3) = 28 : 4 \cdot 3 = 21.$$

Deci numărul respectiv se împarte la 4 și rezultatul se înmulțește cu 3.

$$96 \times 0,125 = 96 \times (0,25 : 2) = 96 : 4 : 2 = 96 : 8 = 12.$$

Deci se ia o optime din numărul respectiv.

60. b Rezolvare.

$$23 : 5 = 23 : (10 : 2) = 23 : 10 \cdot 2 = 4,6.$$

$$45 : 50 = 45 : (100 : 2) = 45 : 100 \cdot 2 = 0,9.$$

$$32 : 25 = 32 : (100 : 4) = 32 : 100 \cdot 4 = 1,28.$$

$$14 : 125 = 14 : (1\,000 : 8) = 14 : 1\,000 \cdot 8.$$

62. $0,0013 \text{ kg/m}^3$. 63. $8,10 \text{ m}^2$.

64. $(25 \times 12 \times 6,5 \times 1,6 \times 250\,00) : 3\,000\,000 = 260$ de camioane.

65. $10; 2; 8$.

66. 181 912,5 t. 67. 10 472 ori. 68. $\approx 5\,591,30 \text{ kg}$.

69. 309 kg. 70. 66,77 lei. 71. 68 160 m^2 . 72. 4,20. 73. 99 km.

7. Probleme cu cele patru operații

75. $2,51 \times 7 = 17,57 \text{ kg}$; $17,57 - 17,50 = 0,07 \text{ kg}$; $0,07 \text{ kg} \dots 70 \text{ cm}^3$; $70 \text{ cm}^3 : 7 = 10 \text{ cm}^3$. 76. 16,75 km. 77. grosimea $131\,040 : (140 \times 52 \times 8,8 - 140 \times 52 \times 7,8) = 18 \text{ cm}$. 78. 8,043 vagoane.

79. $(480 \times 200 : 3 \times 2,20 + 480 \times 200 \times 2 : 3 \times 0,6 \times 3) = 185\,600$ de lei.

80. $72 \times 2 : (12 - 3)$; $85 \times 2 : (7,25 + 5 - 3)$; a doua.

81. $3 : (4 \times 0,15 \times 0,03 \times 7,8)$. 82. $5\,850 : (25 \times 1,80 \times 0,20)$.

83. $[(328 + 328 + 0,87 + 328 + 0,87 - 158) \times (16 \times 60 + 40)] : (25 \times 25 \times 0,8 \times 1\,000)$. 84. 50 260; 65 000; 339,9.

87. $V = (175 \times 126 \times 0,015) : 1,75 = 189$. 88. ≈ 10 ori.

89. $18,5 \times 10 \times 0,75 = 138,75 \text{ hl}$. 90. $(400 \times 1,20 - 100 \times 0,46) \times 680 \times 425 : 10\,000 = 12\,542,60 \text{ lei}$. 91. $(23\,500 - 16\,300) \times 8\,500 \times 0,12 : (1,2 \times 12) = 510\,000 \text{ pers}$. 92. 42 640 000 de lei.

93. $229\,200 \times 1\,000 \times 0,70 : 0,5 = 320\,880\,000$ de sticle.

94. a) $(5 \times 3 \times 0,2 \times 140 \times 1\,000) : (0,6^2 \times 3,14 \times 7,8) = 476,34 \text{ m}$.

b) $(300 \times 1 + 140 \times 7) \times 5 \times 3 \times 0,2$.

95. $50 : 0,5 \times 130 = 13\,000 \text{ m}$. 96. 5 z. 97. $17,40 + 9 = 26,40$ de lei.

98. 235 lei. 99. Lung. dreptungh. = $(3,50 - 1,25) \text{ m}$; Perim. = $(3,50 - 1,25) \times 2 + (1,25 \times 3,14) = 8,425 \text{ m}$.

100. $(1\,400 : 70) \times 100 : (48,5 \times 100) = 0,41 \text{ ha}$. 101. 178; 5 340 lei. 102. $(150 : 75) \times 100 : (48,3 \times 100) = 0,0414 \text{ ha}$. 103. 60 piese; 4,5 t. 104. $(16,510 - 4,260) : 345 \times 100 = 3,5 \text{ l}$.

105. 60 ore.

106. a) $(1\,721,600 \times 1\,000 - 2\,152 \times 250) : 748$;
 b) $1\,721,600 \times 10 \times 15$ kg deșeurii. 107. $(1 - 0,1) \times (1 - 0,2) \times 1\,500 \times 6 \times 10 = 64\,800$ q. 108. a) 18×56 dale; b) $18 \times 56 \times 0,80 + 4 \times 5,20 = 827,20$ lei.
109. $[375 \times 300 : (25 \times 25)] \times 25 \times 25 : 10\,000 \times 46 = 517,50$ lei.
 110. $(15 : 80) \times (80 - 20) = 11,250$ kg. 111. 3 000; 8 250 lei. 113. 32,75 lei.
 114. $1,6 \times 100 \times 30 : 16 : [1,6 \times 100 : (2 \times 2)] = 7,5$ ori.
 115. 12 200 kg. 116. $9,6 : (60 : 2 \times 20) = 0,016$ cl;
 $24 \times 60 : 20 \times 9,6 = 691,2$ cl. 117. 189 400 kg.
 118. a) $12,5 \times 1\,000 - (15 \times 100 - 550) \times 8 = 4\,900$ kg;
 b) 6 drumuri; c) 150 kg.
 119. $72 : 96 \times 4 \times (7,5 \times 1\,000 \times 27,50) = 5\,702,40$ lei.
 120. $(2,50 + 0,50) : 5 = 0,60$ lei. $20 \times 0,60 + 2,50 = 14,50$ lei.
 121. 0,8 kg. 122. 12 770 000 sticle.
 123. $(4\,150 + 3\,550) \times 0,85 : 595 = 11$. 124. Nu; 20,64 kg.
 125. $[56,4 - (8,75 + 2 \times 5,7 + 9,15)] : 4 = 6,775$ m.
 126. 2,52 m; 1,89 m; 2,29 m. 127. 35 lei. 128. 1 216. 129. 42 lei.
 130. 800 ouă. 132. 62,25 kg; 41,50 kg. 134. 200 hl; 100 hl.
 135. 14 840 lei. 136. 3,528 t; 49 m².
 137. 42. 138. 91 cm. 140. $4,25 : (6,5 \times 5,2 \times 3,18) \times (2 \times 7,2 \times 6,75 \times 3,18)$.
 142. 1,6 km; 8,8 km. 143. $[86,4 : (1 + 0,35)] : (1 - 0,2) = 80$ kg.
 145. 12,7 q; 14,6 q; 27,5 q. 146. $172,75 \times 80,25 - 3,14 \times 5,5 \times 5,5$.
 147. 40 lei; 48,50 lei. 148. $82,5 \times 396,40 : (437,65 - 396,40) \times 437,65 = 693\,937,84$ lei. 150. 973,42 kg. 151. $4,095 : 7,7 : (12,5 \times 2,1) = 0,02$ dm.
 152. $(650 : 5 - 7,75) : 2 = 61,125$ km/oră.
 153. $180 : [(16,5 - (180 : 9 - 16,5))] \approx 14$ ore. 154. $2\,286 - (4,5 \times 400) : 1,8 = 270$ bilete mai scumpe. 155. $40 \times 4,4 : (50 - 40) \times 50 = 880$ dm.
 157. 1 m³ mestecăn cîntărește 18,4 : $(15 \times 0,75 + 17,5) \cong 0,6$ t. 158. 1 450 l; 25 ori. 159. 6; 10. 160. 490; 343. 161. 162,5 lei.

8. Puteri

7. a) 2^{55} ; b. 3^{30} ; c. 5^{10} ; d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$; e) $\left(\frac{7}{11}\right)^{61}$; f) $(0,3)^{25}$; g) $(206)^{16}$.
 8. 3^6 ; 4^{12} ; 5^{60} ; 7^{720} ; 10^{10} ; $\left(\frac{1}{5}\right)^6$; $\left(\frac{11}{13}\right)^{20}$; $(0,6)^{40}$.
 9. a) $10^{25} = 2^{25} \cdot 5^{25}$; b) $2^{29} \cdot 7^{29}$; c) $2^{12} \cdot 3^{11}$; d) 2^{44} .
 10. a) 5^{15} ; b) 2^{16} ; c) 7^{48} ; d) 10^{34} ; e) 4^{37} ; 11. a) 3^3 ; b) 11^3 ; c) 8^3 ; d) 11^9 .
 12. a) 124; b) 10^2 ; c) 6. 13. a) 7^{11} ; b) $2^6 \cdot 3^8$; c) $2^{13} \cdot 7^{13}$.

Divizibilitatea numerelor

1. Scrieți o mulțime formată din trei multipli ai lui 17.
2. Scrieți mulțimea multiplilor lui 12 cuprinși între 70 și 100.
3. Scrieți mulțimea multiplilor lui 50 cuprinși între 320 și 460.
4. Într-o magazie se găsește o cantitate de zahăr în lăzi de câte 50 kg. Cantitatea de zahăr este mai mare decât 1 320 kg și mai mică decât 1 400 kg. Câte kilograme de zahăr sînt în magazie?
5. Un muncitor avea un plic cu bani. În drum spre casă a cheltuit 17 lei și cînd a venit acasă a avut numai bancnote de câte 25 de lei. La început în plic erau mai mult ca 480 de lei, dar mai puțin ca 500 de lei. Cîți bani erau în plic?
6. Într-o școală sînt 387 de elevi. Dacă elevii se vor așeza în rînduri de câte 15, vor ieși rînduri pline sau rămîn cîțiva elevi răsleți?
7. La o fabrică de creioane se găsesc 3 873 de creioane. Ele se împachetează în pachete de câte o duzină. Se va obține un număr întreg de pachete sau rămîn creioane răslețe?
8. Perimetrul unui teren sportiv este de 350 m. Un biciclist a făcut de multe ori în șir ocolul terenului, parcurgînd în total 10 km. S-a oprit la punctul de plecare sau nu?
9. Un parc este luminat cu lămpi cu 7 becuri. S-au adus 138 de becuri. Se vor putea monta becuri la un număr întreg de lămpi?
10. Dintr-o sîrmă lungă de 380 m se taie bucăți de câte 11 m. Se va obține un număr întreg de bucăți?

A. Reguli de divizibilitate

1. Se dă mulțimea $A = \{183; 52; 134; 253; 281; 758; 291; 18\ 356\}$. Să se scrie mulțimea $B \subset A$, care cuprinde numai numere divizibile cu 2.
2. În numerele următoare, să se înlocuiască litera x printr-o cifră astfel ca fiecare număr să fie divizibil cu 2:

$$\overline{38x}, \overline{15x6}, \overline{73x8}.$$

13. Într-o secție a fabricii de autoturisme Dacia sînt 249 de roți de automobil. Se vor putea folosi toate la montarea mașinilor sau rămîn roți răslețe?

$$\begin{array}{r} 5+ \\ 10 \\ 9 \\ \hline 24 \\ -8 \\ \hline \end{array}$$

14. La fabrica I.O.R. s-au tăiat într-o săptămână 135 de lentile de ochelari. Se va putea face cu ele un număr întreg de ochelari sau rămâne o lentilă despercheată?
15. Cind împărțim un număr la 2, ce rest poate rămâne înainte de a cobori ultima cifră? Dacă acest rest este zero, care trebuie să fie ultima cifră, ca împărțirea să iasă exact? Dar dacă acest rest este 1? Să se deducă pe această cale regula de divizibilitate cu 2.
16. Se dă mulțimea $E = \{148; 3\,516; 49\,835; 295\,720; 385; 12\}$. Să se scrie mulțimea F formată din numerele divizibile cu 5 astfel ca $F \subset E$.
17. Să se înlocuiască litera x din numerele următoare astfel ca ele să fie divizibile cu 5:
- $$372x, 189\,47x, 35\,9x0, 18\,6x5.$$
18. Suma de 4 385 de lei se poate plăti numai cu bancnote de cîte 5 lei? Dar suma de 18 954 de lei?
19. Am un pachet gros de bancnote de cîte 5 lei și o monedă de 3 lei. Care este ultima cifră a numărului, care arată cîți bani am?
20. 3 854 kg de zahăr se pun în saci de cîte 25 kg. Se va scoate un număr întreg de saci? Dacă nu, cîte kilograme de zahăr rămîn?
21. În atelierul unei școli, elevii au făcut 228 de roți pentru camioane-jucării. Fiecare camion trebuie să aibă 4 roți și una de rezervă. Trei roți au fost găsite prea subțiri și n-au putut fi folosite. Rămîn roți răzlețe?
22. Care este condiția ca un număr să fie divizibil atât prin 5 cît și prin 3?
23. Se dă mulțimea $E = \{348; 560; 1\,933; 7\,318; 1\,848; 3\,571\,624; 851\,328\}$. Să se formeze submulțimea compusă din numerele divizibile cu 4.
24. Să se înlocuiască în fiecare dintre numerele următoare litera x printr-o cifră, astfel ca numărul să fie divizibil cu 4:

$$581x, 3\,579\,8x2, 624\,32x, 8\,5796x2.$$

25. a) Se dă mulțimea $E = \{38, 45, 60, 36, 40, 95, 100, 122, 315, 420, 820\}$. Să se scrie submulțimile formate din numerele divizibile cu 2, cu 5, cu 2 și cu 5. Formulați regula de divizibilitate cu 10.
- b) Se dă mulțimea $\{30, 45, 60, 12, 1\,250, 145, 999, 201, 1\,005\}$. Să se scrie submulțimile formate din numerele divizibile cu 3, cu 5 cu 3 și 5. Formulați regula de divizibilitate cu 15.
- c) Fără a face operațiile să se aleagă din numerele următoare care este divizibil cu 2; 4; 5; 25:

$$3 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8,$$

$$7 \cdot 100\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 0,$$

$$24 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5,$$

$$4 \cdot 1\,000\,000 + 9 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 10 + 4,$$

$$3 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100,$$

$$4 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10.$$

d) Să se aleagă dintre produsele următoare cele divizibile cu 2, 3, 5, 19

$$\begin{array}{lll} 6 \cdot 23 \cdot 75, & 55 \cdot 32 \cdot 27, & 64 \cdot 128 \cdot 32, \\ 175 \cdot 22 \cdot 33 & 225 \cdot 75 \cdot 17, & 175 \cdot 16 \cdot 57, \\ 24 \cdot 36 \cdot 53, & 60 \cdot 25 \cdot 17, & 61 \cdot 44 \cdot 70. \end{array}$$

26. Dintr-o fișie de postav lată de 6 cm și lungă de 7,48 m se taie pătrate cu latura de 6 cm, pentru matricolele elevilor. Se va putea folosi tot materialul sau rămâne un rest?

27. Un vânător se întoarce de la vânătoare de iepuri și spune: „Iepurii pe care i-am împușcat au în total 182 de picioare”. După ce se poate cunoaște că nu spune adevărul?

28. Într-o școală sînt 573 de elevi. Toți elevii ies la o manifestație în rînduri de cîte 4. Se vor forma rînduri complete? Cîți elevi rămîn răsleți?

29. Un număr divizibil cu 4 este divizibil cu 2? Invers, un număr divizibil cu 2 este divizibil cu 4? Dați exemple de fiecare fel.

30. Care trebuie să fie ultimile două cifre ale unui număr, ca el să fie divizibil prin 4 și prin 5? Dați exemple.

31. Cum trebuie să fie ultima cifră a unui număr divizibil cu 4?

32. Care trebuie să fie penultima cifră a unui număr divizibil cu 4, dacă ultima cifră este: a) 2; b) 4; c) 6; d) 8; e) 0? În care dintre aceste

cazuri penultima cifră este cu soț, și în care fără soț?

Se dă mulțimea

$$\{71\,850, 31\,295, 384\,550, 831\,643, 1\,815, 51\,970\}.$$

Să se scrie o submulțime a acestei mulțimi formată din numere divizibile cu 25.

34. Suma de 357 815 lei se poate plăti numai cu bancnote de 25 de lei?

35. Care este anul cel mai apropiat, divizibil cu 25?

36. Care trebuie să fie ultima cifră a unui număr divizibil cu 25? În cazul cînd ultima cifră este zero, care trebuie să fie penultima cifră? Dar cînd ultima cifră este 5?

37. Se dă mulțimea:

$$\{58\,329, 5\,418, 316\,203, 987\,123, 4\,016\,254, 351\,743\}.$$

Să se scrie submulțimile formate din numerele divizibile cu 3, cu 9, cu 3 și cu 9.

38. Suma a două numere naturale este 10; primul număr este divizibil cu diferența lor. Care sînt cele două numere?

39. Dintr-o bucată de pînză de 184 m se fac cămași. Pentru o cămașă trebuie 3 m. Va rămîne un rest?

40. Să se înlocuiască în fiecare dintre numerele următoare litera x printr-o cifră, astfel ca numărul să fie divizibil cu 9:

$$2\,8x3\,659, 45\,962\,13x, x\,314\,205.$$

41. Un număr de 3 cifre, cu toate cifrele egale între ele, este divizibil cu 3? Dați exemple. Cîte astfel de numere există?

42. Înlocuiți litera x din numerele următoare astfel ca numărul obținut să fie divizibil cu 6:

$$831\,69x, 10\,897\,43x, 316\,x74, 8\,x14.$$

43. Se dă mulțimea de numere
 $A = \{ 831, 124, 1\,350, 4\,182, 1\,735, 642, 360, 512, 93\,816, 492, 1\,848, 1\,944, 673, 129, 370, 2\,151 \}$.
 Să se scrie submulțimile de numere divizibile cu 2, cu 3, cu 4, cu 5, cu 6, cu 9.
44. Să se recunoască, fără a face adunarea, dacă sumele sau diferențele următoare sînt divizibile cu numerele scrise în dreptul lor:
- | | | | | |
|----|---------------------|-------|---|-----------|
| a) | $79\,512 + 357$ | | 2 | <i>Se</i> |
| b) | $5\,859 + 670\,185$ | | 9 | <i>Mo</i> |
| c) | $38\,649 - 4\,385$ | | 5 | |
| d) | $27\,964 - 3\,924$ | | 4 | <i>ba</i> |
45. Ce număr cuprins între 10 și 20 trebuie să adăugăm la 8 356 ca să obținem un număr divizibil cu 5?
46. Ce număr cuprins între 20 și 30 trebuie să scădem din 85 912 ca să obținem un număr divizibil cu 4?
47. Să se recunoască, fără a face înmulțirea, dacă produsele următoare sînt divizibile cu numerele scrise în dreptul lor:
- | | | | | |
|----|-----------------|-------|---|-----|
| a) | $953 \cdot 164$ | | 4 | (A) |
| b) | $395 \cdot 17$ | | 5 | (A) |

B. Numere prime

48. Să se afle, cu ajutorul ciurului lui Eratostene, mulțimea numerelor prime pînă la 200.
49. Se dă mulțimea
 $\{ 183, 187, 119, 143, 259, 457, 289 \}$.
 Să se scrie submulțimea numerelor prime a mulțimii date.
50. Să se descompună în factori primi numerele următoare:
 285, 110, 1 330, 520, 1 820, 3 190, 4 070, 820, 655, 1 120, 2 590, 1 660.
51. Cunoșcînd descompunerile următoare, să se scrie direct rezultatele la celelalte exerciții:
- | | | | | |
|----|------------------------------------|-----------|--------------|--------------|
| a) | $75 = 3 \cdot 5^2;$ | $750 = ?$ | $150 = ?$ | $300 = ?$ |
| b) | $135 = 3^3 \cdot 5;$ | $270 = ?$ | $1\,350 = ?$ | |
| c) | $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7;$ | $420 = ?$ | $630 = ?$ | $2\,100 = ?$ |
| d) | $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2;$ | $60 = ?$ | $300 = ?$ | |
52. Să se descompună oral în factori primi: 20, 30, 12, 15, 18, 24, 36, 40, 50, 60.
53. Se dă mulțimea:
 $\{ 18, 50, 30, 40, 75 \}$.
 Să se afle mulțimea divizorilor fiecărui element în parte.
54. Găsiți numărul divizorilor numerelor: 140; 1 845; 100 800; 1 389 150.
55. Fără a efectua împărțirea, să se arate dacă numerele din stînga se împart exact prin cele din dreapta și să se afle citul:
- | | | |
|---------|-------|-------|
| 108 900 | | 2 475 |
| 2 160 | | 432 |
| 2 205 | | 105 |

C. Cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al mai multor numere

Notăți cu $D(a)$ mulțimea divizorilor unui număr a , cu $D(b)$ mulțimea divizorilor altui număr b și $D(a,b) = D(a) \cap D(b)$ și (a,b) cel mai mare divizor comun. Cu $M(a)$ mulțimea multiplilor unui număr. $M(a) \cap M(b) = M(a,b)$ mulțimea multiplilor comuni cu $[a,b]$ cel mai mic multiplu comun.

56. Să se calculeze $D(a)$, $D(b)$, $D(a) \cap D(b)$ și (a,b) ai numerelor.

1) $(8,12)$; 2) $(20 \text{ și } 30)$; 3) $(24 \text{ și } 32)$.

57. Să se afle c.m.m.d.c. al numerelor:

a) 60, 80, 100; b) 105, 350, 245; c) 300, 875, 1 750, 1 925; d) 280, 560, 840, 1 120.

58. Să se afle c.m.m.d.c. al numerelor 42 și 70, apoi al numerelor 84 și 140 (care sînt de două ori mai mari) și să se compare rezultatele obținute. Să se explice rezultatul. Cum se schimbă c.m.m.d.c. a două numere cînd le înmulțim pe amindouă cu același număr?

59. a) Să se afle mulțimea divizorilor comuni ai numerelor: 210 și 240; 120 și 135; 54,90 și 126.

b) Numerele 3 625; 4 523; 7 440 împărțite la același număr dau resturile 25, 23, 240. Să se afle numărul la care au fost împărțite.

60. Trebuie confecționată o ladă cu capacele în formă de pătrat, în care se poate împacheta cutii paralelipipedice cu dimensiunile bazei de 24 cm și 18 cm. Care trebuie să fie latura pătratului de la baza lăzii, astfel ca să cuprindă exact un număr de cutii și să fie cit mai mic?

61. Să se calculeze:

a) $D(48)$
 $(48,72)$

$D(72)$
 $D(48) \subset D(72)?$

$D(48) \cap D(72)$

b) $D(32)$
 $(32,24)$

$D(24)$

$D(32) \cap D(24)$

62. Vrem să facem o ladă în formă de cub, în care să putem așeza cutii cu dimensiunile de 36 cm, 24 cm și 18 cm. Cit de mare trebuie să fie latura cubului pentru a așeza un număr întreg de cutii?

63. a) Să se scrie 3 multipli comuni diferiți de zero ai numerelor 4 și 5 ca în tabloul:

$M(3)$ $M(4) = \{4 \ 8 \ 12 \ 16 \ \boxed{20} \ 24 \ 28 \ 32 \ 36 \ \boxed{40} \ \dots\}$
 $M(5) = \{5 \ 10 \ 15 \ \boxed{20} \ 25 \ 30 \ 35 \ \boxed{40} \ \dots\}$

Explicați de ce nu putem găsi cel mai mare multiplu comun.

b) Din desenul alăturat calculați $M(2) \cap M(3)$ (fig. 4),

$M(2) \cap M(5)$ și

$M(2) \cap M(3) \cap M(5)$.

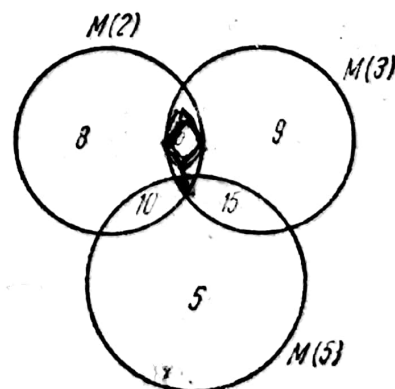


Fig. 4

64. Să se afle oral c.m.m.m.c. al numerelor: 8 și 16; 15 și 30; 10, 15 și 30; 10, 25 și 50; 12, 16 și 32; 5, 10, 15 și 20; 7, 14 și 21.

65. a) Să se afle c.m.m.m.c. al numerelor: 27, 24, 15; 12, 51, 68; 24, 48, 64, 192.

b) Să se afle c.m.m.m.c. al numerelor: 319 și 407; 6 327 și 23 907; 15 863 și 21 489.

66. a) Puneți semnul $\subset$, $\supset$ între mulțimile

$$M(7) \subset M(14)$$

$$M(3) \subset M(6) \subset M(18)$$

$$M(3) \subset M(15)$$

$$M(7) \subset M(21)$$

$$M(15) \supset M(5)$$

$$M(27) \supset M(9)$$

b) $M(8) \supset M(4) \supset M(2)$.

c) Completați diagramele cu valorile necunoscutele x și y în figura 5.

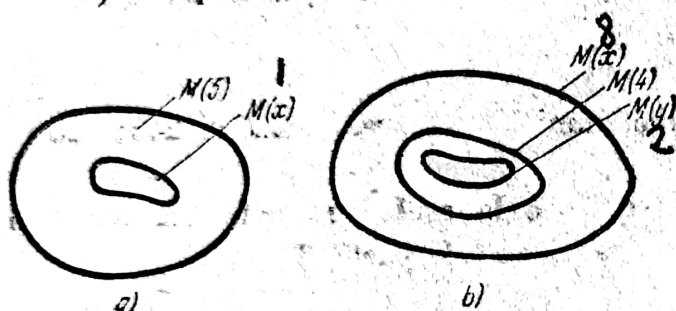


Fig. 5

67. Lungimea pasului unui copil este de 70 cm, a altui copil de 50 cm. Ei pornesc în același timp. Care este cea mai mică distanță între urmele pașilor care se găsesc una în dreptul celeilalte?

68. Un muncitor fruntaș își îndeplinește norma în 5 ore, alt

muncitor și-o îndeplinește în 8 ore. Peste cite ore, de la data înregistrării muncii lor, ei vor îndeplini un număr întreg de norme? Cite norme întregi va îndeplini fiecare?

69. Un biciclist a parcurs un drum în trei zile; în prima zi 72 km, a doua zi 108 km și a treia zi 120 km. Cite ore a mers în total dacă a avut aceeași viteză și maximă în toate trei zilele? (Numărul orelor $\in N$).

70. Una din roțile unei trăsuri are lungimea de 260 cm, iar cealaltă lungime de 390 cm. Care este cea mai mică distanță pe care trebuie s-o parcurgă trăsura pentru ca fiecare roată să facă un număr întreg de învîrtituri?

71. Trei vapoare pleacă dintr-un port: primul la fiecare 3 zile, al doilea la fiecare 4 zile și al treilea la fiecare 5 zile. La început vapoarele pleacă în aceeași zi. Cînd vor mai pleca o dată: primul cu al doilea, al doilea cu al treilea, primul cu al treilea, toate o dată?

72. În fiecare dimineață de vară, la ora 5, din orașul Constanța pleacă pe litoral patru autobuze ale căror curse dus și întors împreună cu opririle durează:

primul: trei sferturi de oră

al doilea: o jumătate de oră

al treilea: 36 de minute și

al patrulea: o oră.

La ce oră pleacă din nou toate o dată din Constanța?

Cite curse a făcut fiecare autobuz pînă la această oră?



73. Dacă dintr-un număr de 3 cifre scădem 7, rezultatul este divizibil cu 7; dacă scădem din același număr 8, rezultatul este divizibil cu 8, și dacă scădem 9, rezultatul este divizibil cu 9. Care este numărul?
74. Întrebată cite mere are într-un coș, o femeie a răspuns: „Nu știu cite am, dar pot să vă spun că dacă le număr cite 2, cite 3, cite 4, cite 5, cite 6, imi rămâne cite un măr în coș, dar dacă le număr cite 7, nu-mi rămâne nici un măr. Cite mere avea în coș?”
75. Pionierii unei unități, care sînt mai mulți ca 100, dar mai puțini ca 150, se puteau așeza în rînd cite 2, cite 3, cite 4, cite 5 și formau un număr întreg de rînduri, dar ei s-au așezat cite 6 și tot un număr întreg de rînduri s-a obținut. Cîți pionieri erau în această unitate?
76. C.m.m.d.c. a două numere este 24. Cele două numere sînt cuprinse între 50 și 100. Care sînt aceste numere?
77. C.m.m.m.c. a două numere este 60; ambele numere sînt cuprinse între 10 și 20. Să se afle cele două numere.
78. Considerăm două numere, de exemplu, 36 și 48, aflăm c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.
 a) Împărțim fiecare din cele două numere prin c.m.m.d.c., folosind forma descompusă a numerelor, și scriem citurile tot sub formă descompusă. E posibil ca un același factor prim să se găsească în ambele cituri? Să se deducă de aici faptul următor: citurile care se obțin împărțind două numere prin c.m.m.d.c. al lor sînt prime între ele.
 b) Să se deducă pe o cale analogă faptul următor: citurile care se obțin împărțind c.m.m.m.c. a două numere prin fiecare din aceste numere sînt prime între ele.
 Să se verifice aceste propoziții și prin alte exemple.
79. Să se afle c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al numerelor 30 și 105. Să se taie factorii din care se formează c.m.m.d.c. și să se compare factorii rămași cu factorii din care se formează c.m.m.m.c. Să se facă aceeași lucrare cu numerele: a) 60 și 225; b) 24 și 99. Să se deducă de aici, că: produsul dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două numere este egal cu produsul numerelor.
80. Să se stabilească pe o cale analogă cu cea din exercițiul precedent, că: c.m.m.m.c. a două numere este egal cu produsul dintre unul din cele două numere și citul dintre celălalt număr și c.m.m.d.c.
- Verificați prin exemple numerice proprietățile din problemele nr. 81—87:
81. Două numere consecutive sînt totdeauna prime între ele.
82. Două numere impare consecutive sînt totdeauna prime între ele.
83. Dacă două numere sînt prime între ele, atunci suma și diferența lor sînt prime cu produsul lor.
84. Produsul a trei numere consecutive este totdeauna divizibil cu 6. Explicație.
85. Produsul a patru numere consecutive este totdeauna divizibil cu 24.
86. Orice număr par mai mare decît 2 poate fi scris sub forma de sumă a două numere prime.

87. Orice număr mai mare decât 5 poate fi scris sub forma de sumă a trei numere prime.

Să se verifice proprietățile din problemele nr. 88—92.

88. Un număr este divizibil cu 6 când cifra unităților adunată cu suma celorlalte, mărită de 4 ori, dă un număr divizibil cu 6.

89. Un număr e divizibil cu 4 când cifra unităților adunată cu cifra zecilor, mărită de două ori, dă o sumă divizibilă cu 4.

90. Un număr e divizibil cu 8 când cifra unităților adunată cu dublul cifrei zecilor și cu cifra sutelor mărită de 4 ori dă o sumă divizibilă cu 8.

91. Orice număr divizibil cu 4 este suma a două numere impare consecutive.

92. Dacă într-un număr de șase cifre sînt respectiv egale cifra I cu a IV-a, a II-a cu a V-a și a III-a cu a VI-a atunci acest număr este divizibil cu 7, 11, 13 și 1001.

93. De cîte ori este mai mare sau mai mic cel mai mare divizor comun al numerelor 7 317; 4 336; 3 523 decât cel mai mare divizor comun al numerelor 14 634; 7 046; 18 970.

94. Calculați oral (prin descompunere) următoarele împărțiri:

$549 : 9 = 540 : 9 + 9 : 9$	$1\,435 : 7$
$6\,356 : 7$	$981 : 9$
$693 : 7$	$1\,176 : 12$
$728 : 7$	$8\,064 : 8$
$612 : 6$	$1\,248 : 12$
$891 : 9$	$5\,940 : 6$

95. a) Verificați prin exemple

— Un număr este divizibil cu 9, 11, 33 dacă suma tranșelor de cîte două cifre formează un număr divizibil cu 9, 11, 33.

Exemplu:

$$\begin{aligned} 196\,020 : 11 \\ 19 + 60 + 20 = 99 \\ 99 : 9, 11, 33 \end{aligned}$$

b) Un număr este divizibil cu 7, 11 dacă suma cifrelor de ordin impar minus suma cifrelor de ordin par (pornind de la dreapta) ne dă un număr divizibil cu 7 sau cu 11.

Exemplu: $1\,749 : 7$ $(9 + 7) - (1 + 4)$

c) Să se arate că x, y, z, t fiind cifrele numărului $\overline{xyzt}$ scris în baza 10.

$N = \overline{xyzt} + \overline{tzyx}$ este multiplu de 11

Rezolvare:

$$\begin{aligned} 1\,000x + 100y + 10z + t + 1\,000t + 100z + 10y + x = \\ = 1\,001x + 110y + 110z + 1\,001t; \quad 1\,001x + 110y + 110z + 1\,001t = \\ = 11(91x + 10y + 10z + 1\,001t). \end{aligned}$$

96. a) Care sînt numerele care împărțite la 7, 9, 12 etc., dau un cît egal cu restul?

Rezolvare:

1) $a = 7b + b$ pentru	$b = 1$	$a = 8$
$a = 8b$	$b = 2$	$a = 16$
	$b = 3$	$a = 24$

$$2) \quad \begin{aligned} a &= 9b + b \\ a &= 10b \\ a &= 13b \end{aligned}$$

b) Care sînt numerele care împărțite cu 9 dau un rest *egal cu dublul citului*?

Rezolvare: $a = 9b + 2b$ $a = 11b$

c) Care sînt numerele care împărțite la 5 dau un cit *egal cu triplul restului*?

Rezolvare: $a = 5 \cdot 3r + r$.

97. a) Să se afle numerele x, y astfel ca $\overline{3x5y}$ să fie divizibil cu 5 și 9.

b) $\overline{7x3y}$ să fie divizibil cu 3 și 5.

c) $\overline{3x7y5}$ să fie divizibil cu 3 și 25.

98. a) Împărțind numerele $a = 427$ și $b = 519$ prin același număr d se obțin resturile 7 și 3. Să se determine numărul d .

b) Împărțind numerele $a = 363$, $b = 415$ și $c = 748$ prin același număr d se obțin resturile 3, 7 și 4. Să se afle numărul d .

99. Să se afle numerele A și B cînd

~~x~~ 1) c.m.m.c.d. = 20,

c.m.m.m.c = 420;

~~x~~ 2) produsul = 840,

c.m.m.d.c. = 2;

~~x~~ 3) produsul = 12 600,

c.m.m.m.c. = 6 300;

~~x~~ 4) c.m.m.d.c. = 21,

raportul = $\frac{5}{3}$;

5) raportul = $\frac{7}{15}$ și

c.m.m.m.c. = 1 260;

6) suma = 168 și

c.m.m.d.c. = 24;

suma = 112 și

c.m.m.d.c. = 14;

7) diferența = 525 și

citul 6;

8) diferența = 75 și

c.m.m.d.c. = 15

100. Să se arate că:

a) Două numere naturale consecutive sînt totdeauna prime între ele.

Rezolvare:

Numerele sînt de forma $2n$ și $2n + 1$.

Dacă ar avea un divizor comun acesta ar divide și diferența lor, dar diferența lor este 1.

b) Două numere impare consecutive sînt prime între ele.

Rezolvare:

Diferența lor este 2. Deci cele două numere ar trebui să fie divizibile cu 2, dar ele fiind impare, nu admit pe 2 ca divizor.

c) a și b sînt două numere prime între ele, suma și diferența lor sînt prime cu produsul.

Rezolvare:

Presupunem că $a + b$ și ab nu sînt prime, ei au un divizor comun. Acest divizor comun dacă divide produsul $a \cdot b$ înseamnă că divide cel puțin un factor spre exemplu a , dar divizînd și suma înseamnă că divide și pe b , deci a și b nu ar mai fi prime.

101) Trei numere naturale a , $3a$, $6a$ satisfac condiția că produsul lor P se divide prin suma lor. Să se arate că:

- a) Suma celor trei numere este divizibilă cu 50.
b) Cîtlul dintre produsul P și suma S este un număr natural divizibil cu 45.

Rezolvare:

$$S = a + 3a + 6a = 10a,$$

$$P = a \cdot 3a \cdot 6a = 18a^3,$$

$$\frac{P}{S} = \frac{18a^3}{10a} = \frac{9a^2}{5}$$

- a) $\frac{9a^2}{5}$ = număr natural, deci $9a^2$ este multiplu de 5. Cum 9 nu se divide cu 5, atunci $a = 5k$, deci suma va fi $S = 10a = 10 \cdot 5k = 50k$, deci fiind multiplu de 50 se divide cu 50.

În mod analog

$$b) \frac{P}{S} = \frac{9a^2}{5} = \frac{9 \cdot 25k^2}{5} = 45k^2.$$

102) Se dau numerele

$$A = [(20 \cdot 625) \cdot (2^3 \cdot 10)] : (2 \cdot 5^2 \cdot 250)$$

$$B = 2[(3 \cdot 5^2 - 2^3 + 3 \cdot 11) : 2^2] + 6$$

- 1) Să se calculeze A și B .
- 2) Să se calculeze media lor aritmetică.
- 3) Să se afle c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al lor.
- 4) Se notează cu $D(a)$ și $D(b)$ mulțimea divizorilor lui A și B , să se calculeze $D(a) \cup D(b)$, $D(a) \cap D(b)$ și $D(a) - D(b)$.
- 5) Dacă se împart numerele A și B la un număr dau același rest. Să se afle acel număr.

Rezolvare:

$$1) A = [(2^2 \cdot 5 \cdot 5^4) \cdot (2^3 \cdot 2 \cdot 5)] : [2 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5^2]$$

$$A = [2^6 \cdot 5^6] : [2^4 \cdot 5^5] = 2^4 \cdot 5 = 80$$

$$B = 2[(3 \cdot 5^2 - 2^3 + 33) : 2^2] + 6$$

$$B = 2 \cdot 25 + 6 = 56$$

$$2) \frac{80 + 56}{2} = \frac{136}{2} = 68$$

$$3) 8; 560; 5) 3.$$

$$80 = 26 \cdot 3 + 2$$

$$56 = 18 \cdot 3 + 2$$

103. Trei numere naturale îndeplinesc condițiile: B este egal cu $\frac{2}{3}$ din A ; C este egal cu $\frac{4}{7}$ din suma celorlalte două; iar produsul P al celor trei numere se divide prin suma lor.

Să se arate că:

- a) Suma acestor numere se divide prin 605.
- b) Frația $\frac{P}{S}$ este multiplu de 12 936.
- c) Care pot fi cele mai mici numere posibile A , B , C ?

Rezolvare:

primul număr A

al doilea număr $B = \frac{2}{3} A$,

al treilea număr $C = \frac{4}{7} \left(A + \frac{2}{3} A \right) = \frac{4}{7} \left(\frac{5A}{3} \right) = \frac{20}{21} A$.

Notăm $A = 21k$ în acest caz

$$B = \frac{2}{3} 21k = 14k$$

$$C = \frac{4}{7} (21k + 14k) = \frac{4}{7} 35k = 20k,$$

$$A = 21k,$$

$$B = 14k,$$

$$C = 20k,$$

$$S = (21 + 14 + 20)k = 55k,$$

$$P = 21k \cdot 14k \cdot 20k$$

$$\frac{21k \cdot 14k \cdot 20k}{55k} = \frac{84 \times 14k^2}{11}$$

$$k = 11m,$$

$$S = 55 \cdot 11m = 605m,$$

$$P = 84 \cdot 14 \cdot 11m^2$$

$$P = 12\,936m^2.$$

104. Sînt corecte afirmațiile? Verificați-le prin exemple.

— Orice număr natural admite doi divizori: 1 și el însuși;

— Identitatea împărțirii este

$$D = I \times C + r$$

$$r > I;$$

— Orice număr (diferit de zero) este divizibil prin el însuși și cîtlul este egal cu 1;

— Numărul zero este divizibil prin orice număr natural și cîtlul lor este zero;

— Împărțirea la zero este o operație fără înțeles — imposibilă.

Un produs de mai mulți factori este divizibil prin fiecare din factori și cîtlul este egal cu produsul celorlalți factori.

Exemplu: $(5abc) : (ac) = 5ab$.

— Dacă termenii unei sume sau diferențe sînt divizibili cu un număr p , suma și diferența sînt divizibile cu p ;

— Un număr divizibil prin 3 este totdeauna divizibil prin 9;

— Un număr divizibil prin 9 este totdeauna divizibil prin 3;

— Un număr divizibil prin 4 este totdeauna divizibil prin 100;

— Zero este multiplul căror numere?

— Zero este divizorul căror numere?

— Cîturile împărțirii a două numere prin c.m.m.c.d. sînt numere prime?

Orice multiplu comun a două numere este un multiplu al celui mai mic multiplu comun al acestora.

Exemplu: $a = 10$, $b = 15$ multiplii lui 30 sînt multiplii lui 30, 60, 90.

105. Numărul elevilor unei clase e cuprins între 35 și 45.

Așezîndu-i cite 2 în bancă, un elev rămîne stingher.

Așezându-i la ora de educație fizică câte 5 în rând, în ultimul rând sint 6. Câți elevi sint în clasă?

106. 1) Completați exercițiul următor:

a multiplu de 9;

$a + b$ este multiplu de ...

b multiplu de 3;

$a - b$ este multiplu de ...

$a > b$

ab multiplu de ...

2) $a + b$ este divizibil prin 5; dacă a este divizibil prin 10, atunci b este divizibil prin

107. Găsiți operațiile imposibile din șirul de operații

3×9 , $5 \times 3 - 16$, $7 : (a - a)$

$9 \times 8 \times 0$; $0 : 12$; $123 : 0$

$(4 - 2 - 2) : (8 - 5 - 3)$.

Răspunsuri

Cap. V. Divizibilitatea numerelor

1. $M(17) = \{34, 51, 68, \dots\}$ 2. $M(12) = \{\dots, 72, 84, 96, \dots\}$ 3. $M(50) = \{\dots, 350, 400, 450, \dots\}$ 4. 1 350 kg. 11. $B = \{52, 134, 758, 18\,356\}$. 13. Rămîne o roată răzleață.

17. Pentru $372x$, $x \in \{0, 5\}$; pentru $3\,59x0$ $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ etc.

23. $F = \{348, 560, 1848, 3571624, 851328\}$.

25. $F = \{38, 60, 36, 40, 100, 122, 420, 820\}$;

$G = \{45, 60, 40, 95, 100, 315, 420, 820\}$;

$F \cap G = \{40, 60, 100, 420, 820\}$. 30. 20, 40, 60, 80, 00.

33. $A = \{71850, 384550, 51975\}$.

64. $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

$N = (2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$;

$1\,845 = 3^2 \cdot 5 \cdot 41$

$N = (2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$;

$1\,389\,150 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^3$

$N = (1 + 1)(4 + 1)(2 + 1)(3 + 1) = 120$.

În general, dacă un număr se descompune în factori de forma

$a^m \cdot b^n \cdot c^p \dots$

$N = \text{numărul divizorilor} = (m + 1)(n + 1)(p + 1) \dots$

59. b) $900 \cdot 60 \cdot 72$ cm. 65. 1080; 204; 192; 11803; 50419863; 11754483.

67. 3.5 m. 68. 40; 8; 5. 69. 25 ore. 72. La ora 8; 4; 6; 5; 3. 73. 504. 74. 301 min. 75. 120.

84. Exemplu:

$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ care este divizibil cu 6; $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ care este divizibil cu 6.

În general, dacă primul număr este n , al doilea va fi $n + 1$, iar al treilea $n + 2$, atunci produsul $n(n + 1)(n + 2) = \text{multiplu de } 6$, deoarece cel puțin unul dintre numere este par, iar altul este divizibil cu 3, deci produsul numerelor va fi divizibil cu $2 \cdot 3$. 85. $n(n + 1)(n + 2)(n + 3) = \text{multiplu de } 24$, deoarece: acest produs, după rezultatele exercițiului precedent, este divizibil cu 3; de asemenea, în acest produs sint două numere pare consecutive, deci produsul este divizibil cu 8.

Exemple:

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = M(24) \quad 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = M(24). \quad 97. \quad x = 1, y = 0; \quad x = 5, y = 6.$$

98. 8; 12; 24.

99. 1) Generalizare. Să se afle două numere A și B cînd se cunosc D cel mai mare divizor comun și M cel mai mic comun multiplu.

$$A = D \times Q;$$

$$B = D \times Q';$$

$$A \times B = D^2 \times Q \times Q'. \quad \text{Dar } M = \frac{A \times B}{D}, \text{ deci } M \times D = A \times B;$$

$$M \times D = D \times Q \times D \times Q';$$

$$M = D \times Q \times Q'.$$

Deci problema revine la a descompune un număr într-un produs de doi factori primi.

Exemplu:

$$\text{Dacă } D = 20; M = 420 \text{ atunci } Q \times Q' = \frac{420}{20};$$

$$Q \times Q' = 21$$

$$\text{deci } \begin{cases} Q = 3 & Q' = 7; \\ Q = 7 & Q' = 3; \end{cases}$$

$$A = 20 \times 3 \quad A = 60;$$

$$B = 20 \times 7 \quad B = 140;$$

.....
2) Generalizare. Să se afle două numere A și B cunoscînd produsul lor și D cel mai mare divizor comun.

$$A = Q \times D; \quad B = Q' \times D$$

$$A \times B = D^2 \times Q \times Q'$$

$$Q \times Q' = \frac{A \times B}{D^2}. \quad \text{Deci } \frac{A \times B}{D^2} \text{ trebuie descompus într-un produs de doi factori primi.}$$
Exemplu:

$$A \times B = 840 \quad D = 2;$$

$$Q \times Q' = \frac{840}{2^2} = 2 \times 3 \times 5 \times 7.$$

Sînt 8 soluții:

$$1 \quad \begin{cases} Q = 2; & A = 4 \\ Q' = 105; & B = 210, \end{cases} \quad 2 \quad \begin{cases} Q = 6; & A = 12 \\ Q' = 35; & B = 70. \end{cases}$$

3) Generalizare. Să se afle două numere A și B cunoscînd produsul lor și M cel mai mic comun multiplu.

$$A = Q \times D; \quad B = Q' \times D; \quad A \times B = D^2 \times Q \times Q'.$$

$$\text{Dar } D \times Q \times Q' = M \quad \text{deci } D = \frac{A \times B}{M}.$$

Deci problema s-a redus la aflarea numerelor cînd cunoaștem cel mai mare divizor comun și cel mai mic comun multiplu.

$$\text{Exemplu: } A \times B = 12\,600; M = 6\,300; D = \frac{12\,600}{6\,300} = 2$$

$$Q \times Q' = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7.$$

Sînt 8 soluții

$$1 \quad \begin{cases} A = 4 \\ B = 3\,150 \end{cases} \quad 2 \quad \begin{cases} A = 20 \\ B = 630 \end{cases}$$

105. 41 elevi.

Capitolul VI

Fracții ordinare

A. Scrierea și citirea fracțiilor ordinare

1. Citiți:

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{4}{7}; \frac{7}{8}; \frac{15}{2}; \frac{125}{3}; \frac{219}{179}; \frac{1\,000}{25};$$

$$3\frac{1}{2}; 4\frac{2}{3}; 15\frac{1}{6}; 13\frac{19}{25}; 69\frac{4}{127};$$

$$1\,129\frac{5}{9}; 3\,419\frac{2}{17}.$$

2. Să se arate, cu ajutorul unui segment, o fracție subunitară, echiunitară și supraunitară (fig. 6).

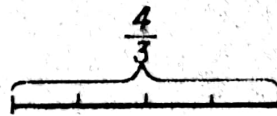
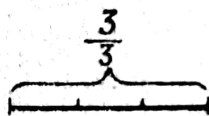
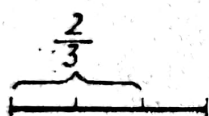


Fig. 6.

3. Scrieți sub formă de fracție ordinară:

- o doime de litru; trei sferturi de litru; o zecime de litru; 7 zecimi de litru;
- o treime de kilogram; o șeptime de kilogram; 5 zecimi de tonă; 7 douăzecimi de chintal;
- 2 zile dintr-o săptămână; 3 zile dintr-o săptămână;
- 3 ore dintr-o zi; 1 oră dintr-o zi; 8 ore dintr-o zi;
- 5 minute dintr-o oră; 15 minute dintr-o oră; 18 minute dintr-o oră;
- 12 secunde dintr-o oră; 24 de secunde dintr-o oră; 30 de secunde dintr-o oră; 45 de secunde dintr-o oră;
- 24 de secunde dintr-un minut; 45 de secunde dintr-un minut; 8 secunde dintr-un minut.

4. Scrieți sub formă de fracție ordinară:

Ce parte din an este luna ianuarie? Dar februarie? Dar iunie?

Ce parte din luna februarie este o săptămână? Dar o săptămână din luna martie?

Dar o săptămână din luna septembrie?

Ce parte din zi este ora? Dar minutul? Dar secunda?

5. Ce parte dintr-o duzină reprezintă:
 - a) 3 pahare; 6 pahare; 9 pahare; 10 pahare.
 - b) 4 farfurii; 5 farfurii; 8 farfurii; 11 farfurii.
 - c) 1 batistă; 2 batiste; 6 batiste; 12 batiste.
6. Ce parte din cerc reprezintă:

30° ; 60° ; 90° ; 120° ; 150° ; 160° ; 180° ; 270° .
7. Din 100 kg de făină se fac 125 kg de pline. Ce parte reprezintă:
 - a) masa făinii din masa plinii?
 - b) masa plinii din masa făinii?
8. Din 20 kg de smântină se obțin 5 kg de unt. Ce parte reprezintă:
 - a) masa smântinii din masa untului?
 - b) masa untului din aceea a smântinii?
9. Cu ajutorul mașinii centrifuge, din 100 kg de lapte se scot 12 kg de smântină. Ce parte reprezintă:
 - a) masa laptelui din masa smântinii?
 - b) masa smântinii din masa laptelui?
10. Din 100 kg de struguri se obțin 70 kg de vin. Ce parte reprezintă masa vinului din masa strugurilor?
11. Prin smântinirea obișnuită a laptelui se obțin din 100 kg de lapte 3 kg de smântină. Prin smântinirea cu mașina centrifugă, din 100 kg de lapte se obțin 12 kg de smântină.
Scrieți sub formă de fracție ordinară masa smântinii față de masa laptelui în cele două cazuri. Comparați cele două fracții ordinare. Care este mai mare și de ce?
12. Cidrul se obține prin fermentarea merelor. Dintr-o tonă de mere se obțin 6 q de cidru. Scrieți sub formă de fracție ordinară masa cidrului față de masa merelor.
13. Din 7 t de pietre de calcar se obțin 9 t de var stins. Ce parte reprezintă:
 - a) masa pietrei de calcar din masa varului stins?
 - b) masa varului stins din aceea a pietrei de calcar?
14. Din 100 kg de minereu de fier se scot 30 kg de fontă. Ce parte reprezintă:
 - a) masa minereului față de masa fontei?
 - b) masa fontei față de aceea a minereului de fier?
15. Din 24 kg de sfeclă se obțin 3 kg de zahăr. Ce parte reprezintă:
 - a) masa zahărului din aceea a sfecei?
 - b) masa sfecei din masa zahărului?
16. Grosimea a 5 spire de sîrmă este egală cu 2 mm. Care este grosimea unei spire?
17. 250 de foi dintr-o carte au o grosime de 15 mm. Care este grosimea unei foi?
18. Trei kilograme de bomboane au fost împărțite astfel:
 - a) 1 kilogram în 2 pachete egale;
 - b) 1 kilogram în 4 pachete egale;
 - c) 1 kilogram în 8 pachete egale.
 Comparați pachetele din a), b), c). Care este mai mare și de ce?

19. a) O bucată de sîrmă de 3 m s-a tăiat în două părți egale. Cu cît este egală o parte?
 b) 3 m de sîrmă s-au împărțit în 3 părți egale;
 c) 3 m de sîrmă s-au împărțit în 6 părți egale;
 d) 3 m de sîrmă s-au împărțit în 9 părți egale.
 Comparați aceste părți.
20. Într-o clasă sînt 40 de elevi și din aceștia 10 sînt frunțași la învățătură. Într-o altă clasă sînt 36 de elevi și din aceștia 9 sînt frunțași. Care clasă are mai mulți frunțași față de numărul elevilor?
21. Într-un atelier, o brigadă a făcut 297 de piulițe, din care 3 n-au fost bune; o altă brigadă a făcut 448 de piulițe, din care 4 n-au fost corespunzătoare. Care brigadă a făcut mai puține rebuturi?
22. La săparea unei sonde de petrol, în primele 4 săptămîni s-au săpat $\frac{9}{28}$ din toată adîncimea ei, iar în următoarele 3 săptămîni, $\frac{1}{2}$ din toată adîncimea. Cînd s-a săpat mai mult și cu cît?
23. Un ceasornic rămîne în urmă cu $\frac{3}{4}$ s într-o oră; a fost potrivit azi la ora 13 și 30 de minute. Cu cît va rămîne în urmă pînă mîine la ora 12?
24. Pămîntul săpat își mărește volumul cu o cincime. Ce volum de pămînt se va obține după săpare din 60 m^3 de pămînt?
25. $\frac{3}{5}$ din suprafața unei parcele de pămînt s-au semănat cu grîu, iar restul cu sfeclă. Scrieți citul acestor două suprafețe de pămînt.
26. $\frac{2}{3}$ dintr-un rezervor al unui automobil conțin 36 l de benzină. Cîtă benzină conțin $1\frac{1}{2}$ rezervoare?
27. Din 42 l de lapte s-a scos $\frac{3}{2}$ kg de unt. Cît unt se va scoate din $\frac{252}{5}$ l de lapte? Cîți litri de lapte sînt necesari pentru a face 15 kg de unt?
28. La fabrica de la Comarnic se transformă zilnic în var cîte 5 vagoane de cîte 15 t de calcar. Varul obținut reprezintă $\frac{55}{100}$ din calcarul folosit. Cîte kilograme de var s-au obținut într-o săptămîină?
29. Stringind recolta de cartofi de pe $\frac{3}{5}$ din suprafața unui lot s-au obținut 180 q. Care este recolta de cartofi de pe toată suprafața?
30. Recolta de grîu de pe $\frac{2}{3}$ ale unei parcele este de 36 t. Scrieți sub formă de fracție recolta obținută de pe restul parcelei și recolta întregii parcele.

31. Vinul obținut din struguri este egal cu $\frac{4}{7}$ din cantitatea strugurilor. Din câte kilograme de struguri s-au obținut 320 kg de vin?
32. O gospodină vrea să facă dulceată de nuci verzi și întrebuintează 5 kg de nuci și o cantitate de zahăr egală cu $\frac{3}{5}$ din masa fructelor. Prin fierbere se pierde $\frac{1}{8}$ din masa totală. Câte kilograme de dulceată a obținut această gospodină?
33. Mama a cumpărat 27 kg de lână nespălată. Prin spălare lina a pierdut $\frac{5}{9}$ din masă, iar prin toarcere $\frac{1}{3}$ din masă. Câte kilograme de lână toarsă s-au obținut?
34. O cooperativă agricolă de producție a semănat 480 ha cu grâu și 520 ha cu porumb. Ce parte din suprafața semănată cu porumb reprezintă suprafața semănată cu grâu și invers? (Scrieți pe rând suprafața semănată cu grâu și porumb și suprafața întreagă.) Ce observați la aceste fracții? Scrieți-le sub forma cea mai simplă.

35. Să se transforme în fracții ordinare:

$$12\frac{1}{3}; \quad 15\frac{1}{4}; \quad 27\frac{2}{7}; \quad 113\frac{4}{7};$$

$$12\,431\frac{3}{5}; \quad 117\,213\frac{13}{21}.$$

36. Să se transforme în fracții ordinare:

$$57\frac{13}{15}; \quad 49\frac{17}{18}; \quad 107\frac{23}{24}; \quad 205\frac{14}{17};$$

$$1\,205\frac{15}{19}; \quad 6\,415\frac{3}{28}.$$

37. Să se scrie sub formă de fracții ordinare:

$$32\frac{9}{41}; \quad 48\frac{18}{71}; \quad 1\frac{2\,000}{2\,001}; \quad 15\frac{6\,002}{6\,003}; \quad 713\frac{12}{13}.$$

38. Să se transforme în numere mixte:

$$\frac{42}{9}; \quad \frac{516}{7}; \quad \frac{825}{15}; \quad \frac{2\,652}{42}; \quad \frac{4\,695}{312}; \quad \frac{82\,631}{104}.$$

39. Să se scrie sub formă de numere mixte:

$$\frac{313}{12}; \quad \frac{857}{223}; \quad \frac{340\,152}{119}; \quad \frac{65\,403}{15}; \quad \frac{115}{33}; \quad \frac{742}{19}.$$

40. a) Să se așeze în ordine crescătoare elementele mulțimii:

$$E = \left\{ \frac{5}{12}; \quad \frac{7}{12}; \quad \frac{1}{12}; \quad \frac{25}{12}; \quad \frac{143}{12}; \quad \frac{185}{12}; \quad \frac{3\,542}{12}; \quad \frac{11}{12} \right\}.$$

b) Să se scrie în ordine crescătoare elementele mulțimii fracțiilor ireductibile, subunitare al căror numitor este mai mic decât 8.

Se dă mulțimea

$$A = \left\{ \frac{n}{n-2}; \frac{n}{n}; \frac{n+1}{n-2}; \frac{n-2}{n+3}; \frac{n+1}{n} \right\}$$

știind că $n \in \mathbb{N}$ și $n > 2$.

Scrieți submulțimea B a fracțiilor subunitare, apoi submulțimea C a fracțiilor supraunitare; $B \cup C = A$?

41. Să se așeze în ordine descrescătoare elementele mulțimii:

$$F = \left\{ \frac{4}{19}; \frac{25}{19}; \frac{6}{19}; \frac{205}{19}; \frac{17}{19}; \frac{1255}{19}; \frac{604}{19} \right\}.$$

b) Se dau mulțimile:

$$A = \left\{ \frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{4}{5}; \frac{41}{41}; \frac{58}{27} \right\};$$

$$B = \left\{ \frac{n}{n-1}; \frac{n}{n}; \frac{n+1}{n-2}; \frac{n-2}{n+3}; \frac{n+1}{n} \right\}$$

$n \in \mathbb{N}$ și $n > 2$.

Scrieți mulțimile A și B cu elementele în ordine crescătoare.

42. Să se așeze în ordine descrescătoare elementele mulțimii

$$F = \left\{ \frac{8}{9}; \frac{8}{25}; \frac{8}{21}; \frac{8}{112}; \frac{8}{17}; \frac{8}{11}; \frac{8}{55} \right\}.$$

43. Să se așeze în ordine descrescătoare elementele mulțimii:

$$A = \left\{ \frac{25}{123}; \frac{25}{11}; \frac{25}{13}; \frac{25}{12}; \frac{25}{104}; \frac{25}{603}; \frac{25}{119}; \frac{25}{412} \right\};$$

44. Un muncitor sapă $\frac{1}{5}$ dintr-un șanț în 4 ore, alt muncitor sapă $\frac{1}{4}$ din șanț în 5 ore. Care muncitor sapă mai mult într-o oră?

45. Un muncitor îndeplinește în 4 ore $\frac{16}{25}$ din normă, alt muncitor în 3 ore îndeplinește $\frac{33}{50}$ din normă. Care muncitor realizează mai mult pe oră?

46. Să se scrie o fracție care să aibă ca numărător c.m.m.m.c. al numerelor 2, 8, 16, iar ca numitor c.m.m.d.c. al aceluiași numere.

47. Să se scrie o fracție care să aibă ca numărător c.m.m.d.c. al numerelor 7, 14, 343, iar ca numitor c.m.m.m.c. al aceluiași numere.

48. Să se scrie o fracție care are ca numitor c.m.m.d.c. al numerelor 6, 36, 144, iar ca numărător c.m.m.m.c. al numerelor 12, 5, 9.

49. Ce se întâmplă cu fracțiile:

$$\frac{24}{19}, \frac{48}{23}, \frac{96}{13} \text{ dacă:}$$

a) împărțim numărătorii la 4?

- b) împărțim numărătorii la 8?
 c) înmulțim numitorii cu 4?
 d) înmulțim numitorii cu 8?
 e) împărțim numărătorii la 24?
 f) înmulțim numitorii cu 5?

Să se simplifice fracțiile din exercițiile nr. 50—52.

50. $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{25}{30}$; $\frac{125}{225}$; $\frac{128}{256}$; $\frac{300}{450}$; $\frac{160}{380}$.

51. $\frac{45}{180}$; $\frac{180}{25}$; $\frac{200}{30}$; $\frac{210}{420}$; $\frac{999}{27}$; $\frac{5\,940}{1\,485}$.

52. $\frac{327}{351}$; $\frac{760}{810}$; $\frac{4\,200}{36\,000}$; $\frac{5\,400}{8\,100}$; $\frac{1\,030}{3\,090}$; $\frac{26}{169}$.

Să se simplifice și să se scoată întregii din fracții în exercițiile nr. 53—57.

53. $\frac{8}{7}$; $\frac{15}{6}$; $\frac{26}{20}$; $\frac{343}{98}$; $\frac{945}{600}$; $\frac{2\,007}{297}$.

54. $\frac{51 \cdot 38 \cdot 20 \cdot 6}{17 \cdot 19 \cdot 40 \cdot 2}$; $\frac{144 \cdot 56 \cdot 77 \cdot 3}{7 \cdot 64 \cdot 90 \cdot 14}$; $\frac{77 \cdot 555 \cdot 42}{111 \cdot 7 \cdot 22}$.

55. $\frac{1\,188 \cdot 675 \cdot 148 \cdot 83}{975 \cdot 185 \cdot 249 \cdot 1\,485}$; $\frac{78 \cdot 85 \cdot 63 \cdot 72 \cdot 666}{34 \cdot 42 \cdot 91 \cdot 32 \cdot 74}$; $\frac{2\,250 \cdot 144 \cdot 143}{60 \cdot 205 \cdot 122}$.

56. $\frac{3\,175 \cdot 343 \cdot 210 \cdot 145}{49 \cdot 147 \cdot 1\,000 \cdot 29}$; $\frac{48 \cdot 63 \cdot 680 \cdot 240 \cdot 360}{9 \cdot 340 \cdot 120 \cdot 18 \cdot 90}$.

57. $\frac{184\,500}{48\,608}$; $\frac{27\,690}{13\,585}$; $\frac{4\,379\,728}{369\,136}$; $\frac{204 \cdot 830 \cdot 225}{105 \cdot 68 \cdot 581}$.

Să se aducă la același numitor fracțiile din exercițiile nr. 58—62.

58. $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{56}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{43}{80}$; $\frac{13}{200}$; $\frac{3}{100}$.

59. $\frac{5}{243}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{81}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{7}{11}$; $\frac{3}{44}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{5}{22}$.

60. $\frac{11}{12}$; $\frac{73}{142}$; $\frac{51}{71}$; $\frac{8}{3\,003}$; $\frac{7}{6\,006}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{5}{12}$.

61. $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{11}{15}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{7}{360}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{13}{18}$; $\frac{67}{27}$.

62. $\frac{16}{309}$; $\frac{19}{412}$; $\frac{5}{206}$; $\frac{17}{410}$; $\frac{31}{328}$; $\frac{6}{205}$.

63. Să se așeze în ordine crescătoare fracțiile din mulțimea

$$A = \left\{ \frac{5}{9}; \frac{1}{2}; \frac{11}{22}; \frac{7}{11}; \frac{9}{33}; \frac{15}{48}; \frac{59}{24}; \frac{119}{148}; \frac{5}{2}; \frac{7}{3} \right\}.$$

1. Adunarea

64. Pentru un cearșaf s-au folosit $\frac{5}{2}$ m de pînă și pentru fețe de pernă $\frac{3}{4}$ m. Cîtă pînă s-a folosit?
65. O brigadă de tractoriști a arat în prima zi $\frac{1}{3}$ din toată suprafața, a doua zi $\frac{1}{2}$ din toată suprafața și a treia zi restul. Cît au arat în primele două zile și cît le-a mai rămas pentru a treia zi?
66. La alcătuirea unui aliaj s-au folosit $12\frac{2}{5}$ kg de cupru și $9\frac{3}{4}$ kg de cositor. Cît cîntărește aliajul?
67. Un aparat are două plăci: una de zinc de $145\frac{2}{7}$ g și alta de cupru de $215\frac{1}{5}$ g. Care este masa celor două plăci?
68. Un tractorist poate ara un ogor în 6 zile, al doilea în 8 zile și al treilea în 9 zile. Din toți trei se face o brigadă care ară ogorul împreună. În cît timp îl termină?
69. La puțul unei sonde s-a săpat într-o zi $\frac{2}{15}$, a doua zi $\frac{3}{18}$ și a treia zi $\frac{5}{20}$ din toată adîncimea. Cît s-a săpat în cele trei zile?
70. La o clădire s-au turnat într-o zi $\frac{13}{3}$ m³ de beton, a doua zi $15\frac{1}{4}$ m³ și a treia zi $16\frac{2}{7}$ m³. Cîți metri cubi de beton s-au turnat în cele trei zile?
71. Pentru turnarea unei statui s-a făcut un aliaj de $38\frac{1}{2}$ kg de cupru, $42\frac{1}{5}$ kg de zinc și $6\frac{1}{9}$ kg de cositor. Care este masa acestei statui?
72. Un biciclist a făcut în prima oră $8\frac{1}{3}$ km, în a doua oră cu $2\frac{1}{4}$ km mai mult și în a treia cu $1\frac{3}{5}$ km mai mult decît în a doua oră. Cîți kilometri a mers în cele trei ore?
73. O curea de transmisie este făcută din trei părți de: $2\frac{5}{7}$ m, $3\frac{2}{5}$ m și $4\frac{1}{9}$ m. La fiecare cusătură se pierde $2\frac{1}{2}$ cm. Ce lungime va avea cureaua?
74. Între pereții unei camere este o distanță de $5\frac{1}{3}$ m. Ce lungime are o birnă care este zidită într-un perete pe o distanță de $\frac{1}{3}$ m, iar la celălalt capăt pe o distanță de $\frac{3}{5}$ m?

75. O unitate de pionieri trebuie să strângă: $2\frac{1}{3}$ kg de izmă, $3\frac{1}{4}$ kg de mușețel și $1\frac{1}{5}$ kg de sunătoare, dar ei au strâns cu $\frac{7}{5}$ kg mai multă izmă, cu $\frac{3}{4}$ kg mai mult mușețel și cu 2 kg mai multă sunătoare. Cite kilograme de plante medicinale trebuiau să strângă? Cite kilograme de plante medicinale au strâns?

2. Scăderea

76. Diferența dintre $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{5}$ ale unui număr este 60. Care este numărul?
77. O barcă cu motor parcurge în dreptul orașului Drobeta-Turnu Severin $18\frac{3}{8}$ km pe oră în sensul curentului apei, iar împotriva lui $13\frac{2}{3}$ km/oră. Care este viteza cursului Dunării în acest loc?
78. 20 de picături de tinctură de iod cântăresc 1 g și 6 picături de apă cântăresc 1 g. Cu cât este mai grea o picătură de apă decât o picătură de tinctură de iod?
79. O echipă de muncitori a terminat $\frac{1}{2}$ dintr-o lucrare în 3 ore. O altă echipă termină $\frac{1}{3}$ din aceeași lucrare în 2 ore. Cu cât a lucrat mai repede o echipă decât cealaltă?
80. Un copil merge pe oră $3\frac{1}{5}$ km, iar un biciclist $12\frac{3}{4}$ km. Cu câți kilometri pe oră merge mai mult biciclistul decât copilul?
81. Doi muncitori execută o piesă în 9 ore dacă lucrează împreună. Unul dintre ei ar termina această piesă în 15 ore. În câte ore ar termina celălalt muncitor piesa?
82. Un strungar făcea o anumită lucrare în 8 ore, dar, folosind metoda tăierii rapide, acum îndeplinește aceeași normă în 3 ore. Cu cât este acum partea din lucrare pe care o face într-o oră mai mare decât înainte?
83. Un rezervor poate fi umplut printr-un robinet în 8 ore și golit în 11 ore. (Se presupune că debitul este constant.) În cât timp se umple, dacă sînt deschise robinetul și orificiul de scurgere.
84. Patru muncitori trebuiau să facă împreună o lucrare; primul a lucrat $\frac{3}{20}$ din toată lucrarea, al doilea $\frac{5}{30}$, al treilea $\frac{1}{4}$ și al patrulea restul. Ce parte a lucrat al patrulea muncitor?
85. Doi tractoriști pot ara un ogor în $1\frac{57}{62}$ zile. Unul dintre ei, lucrînd singur, ar ara acest ogor în $3\frac{1}{2}$ zile. În câte zile ar ara ogorul cel de-al doilea tractorist?

86. Un lucrător poate termina o lucrare în $7\frac{1}{2}$ zile, al doilea în $8\frac{1}{3}$ zile și al treilea în $12\frac{1}{2}$ zile. În cât timp ar termina această lucrare, lucrând toți trei?
87. Trei fete pot aduna prunele dintr-o livadă în 3 zile. Prima poate aduna singură toate prunele în $7\frac{1}{2}$ zile, a doua în $8\frac{1}{3}$ zile. În câte zile ar putea aduna a treia prunele?
88. Un vapor parcurge în sensul curentului $24\frac{1}{2}$ km pe oră. Viteza apei este de $2\frac{3}{4}$ km pe oră. Câți kilometri pe oră va parcurge vaporul dacă va merge împotriva curentului apei?

3. Adunarea și scăderea

89. Să se efectueze:

$$3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4} + 5\frac{1}{8} =$$

$$12 + 2\frac{1}{3} + 5\frac{4}{27} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{15} + \frac{7}{30} =$$

$$\frac{1}{20} + \frac{4}{5} + \frac{5}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{4} =$$

90. Să se efectueze:

$$\frac{3}{44} + \frac{9}{11} + \frac{3}{2} + 4\frac{5}{4} =$$

$$\frac{2}{15} + \frac{5}{3} + \frac{7}{5} =$$

$$\frac{7}{65} + \frac{9}{13} - \frac{4}{5} =$$

$$\frac{7}{8} - \frac{17}{63} + \frac{8}{9} =$$

91. Să se efectueze:

$$\left(24 - \frac{5}{18}\right) - \left(\frac{8}{9} - \frac{7}{36}\right) =$$

$$25\frac{7}{99} + 30\frac{4}{121} - \left(\frac{6}{11} + \frac{3}{5}\right) =$$

$$210 - \left[16 + \left(13\frac{1}{2} + 28\frac{6}{7}\right) - \left(\frac{19}{21} + 34\frac{5}{21}\right)\right] - \left(34\frac{4}{21} - 37\frac{5}{18}\right) =$$

$$4\frac{1}{9} - \left\{2\frac{1}{3} - \left[2\frac{7}{90} - \left(1\frac{1}{3} - \frac{7}{45}\right) + 6\frac{1}{2}\right] - 12\frac{1}{4}\right\} =$$

92. Să se rezolve:

$$86\frac{1}{7} - \left\{\left(1\frac{4}{7} + 2\frac{5}{6}\right) + \left[32\frac{17}{30} - \left(14\frac{3}{12} - 15\frac{16}{20}\right)\right]\right\} =$$

$$13\frac{1}{2} - \left(5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}\right) + 1\frac{1}{3} =$$

$$13\frac{1}{2} - \left[5\frac{1}{4} - \left(3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right)\right] =$$

$$13\frac{1}{2} - \left(5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) =$$

93. O baie se poate umple printr-un robinet în 4 ore și toată apa din baie se poate scurge în 5 ore. Câtă apă se va afla în baie după 1 oră, dacă sunt lăsate deschise

robinetul și orificiul de scurgere? (Se presupune că cele două robinete au tot timpul același debit.)

94. Un elev părește cu bicicleta 65 km în 7 ore, iar un călăreț 38 km în 4 ore. Cu câți kilometri merge pe oră mai puțin biciclistul decât călărețul?

95. a) Găsiți diferența dintre suma celei mai mari și a celei mai mici fracții dintre $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{20}$ și suma celorlalte două? Arătați grafic.

- b) Diferența produselor unei fracții ireductibile $\frac{a}{b}$ prin $\frac{7}{5}$ și prin $\frac{11}{13}$ este egală cu $\frac{3}{10}$. Să se afle fracția.

Rezolvare:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{7}{5} - \frac{a}{b} \cdot \frac{11}{13} = \frac{3}{10};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{11}{13} \right) = \frac{3}{10};$$

$$\frac{91 - 55}{65} = \frac{3}{10} \times \frac{b}{a}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{10} \cdot \frac{65}{36}; \quad \frac{a}{b} = \frac{13}{24}.$$

96. Trei bucăți de metal cîntăresc $11\frac{1}{6}$ kg; prima și a treia cîntăresc $5\frac{5}{6}$ kg, iar a doua și a treia $8\frac{5}{8}$ kg. Cît cîntărește fiecare bucată de metal?

97. Viteza de curgere a unui râu este de $3\frac{1}{5}$ km pe oră, iar viteza unui vapor în apă stătătoare este de $24\frac{1}{6}$ km. Care este viteza vaporului în sensul curentului și împotriva curentului?

98. Distanța dintre două sate este $24\frac{2}{9}$ km. Un biciclist a făcut în prima oră $12\frac{1}{2}$ km și apoi încă $6\frac{2}{9}$ km. Câți kilometri mai are de făcut?

99. Într-un siloz în care erau $245\frac{1}{7}$ q de cereale, s-au mai adus o dată $185\frac{1}{2}$ q și altă dată $172\frac{3}{11}$ q și s-au scos $415\frac{1}{5}$ q. Cîte chintale de cereale au rămas în siloz?

4. Înmulțirea

100. Un patinoar circular are raza de 14 m. Care este lungimea marginii patinoarului ($\pi \approx \frac{22}{7}$)?

101. Produsul a două fracții ireductibile poate fi un număr natural?

Rezolvare:

Fie $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ cele două fracții.

$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ este număr natural numai dacă $a \cdot d$ și $c \cdot b$.

102. Pe o hartă, distanța dintre două orașe este de $6\frac{1}{5}$ cm; harta are scara $\frac{1}{2\,500\,000}$. Care este distanța reală dintre cele două orașe?
103. Din 25 kg de grâu se obțin 18 kg de făină albă. Câte kilograme de făină albă se vor obține din 625 kg de grâu?
104. Din 5 kg de nutreț verde se obțin $2\frac{1}{3}$ kg de fin. Câte kilograme de fin se vor obține din $128\frac{1}{3}$ kg nutreț?
105. 1 kg de bumbac costă 18 lei. Cît costă: $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, $\frac{1}{3}$ kg, $\frac{1}{6}$ kg, $\frac{1}{9}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg, $\frac{2}{3}$ kg?
- Alcătuieți un tabel cu cantitățile și valorile respective în ordine crescătoare.
106. O brigadă de pescari a prins un morun de 224 kg. Icrele reprezentau $\frac{1}{8}$ din masa lui. Cît cîntăreau icrele acestui morun?
107. Un graur poate zbura 1 200 m pe minut, un lăstun are $\frac{4}{3}$ din viteza graurului, iar un uliu $\frac{7}{16}$ din viteza lăstunului. Cîți metri pe minut poate zbura un lăstun și cîți un uliu?
108. Un cosaș (insectă) care are o lungime de $\frac{1}{20}$ m face o săritură de 75 ori mai mare decît lungimea lui. Cîți metri are săritura cosașului?
109. Un automobil folosește 8 l de benzină la 100 km. Cîtă benzină va folosi la $112\frac{1}{2}$ km?
110. Cît cîntărește un cub de aluminiu cu muchia de $5\frac{1}{3}$ cm, dacă densitatea aluminiului este $2\frac{3}{4}$ g/cm³?
111. Cît cîntărește un paralelipiped dreptunghic de fontă cu dimensiunile de $3\frac{1}{2}$ cm, $7\frac{1}{8}$ cm și $5\frac{1}{3}$ cm, dacă fonta are densitatea $7\frac{4}{5}$ g/cm³?
112. Cilindrul unui pendul coboară în 7 zile cu 189 cm. Cu cît a coborît cilindrul în 3 zile?

113. La măcinat, făina reprezintă $\frac{4}{5}$ din masa grului. Cite kilograme de făină se vor obține din 3 600 kg de grâu?
114. De pe o fâneață s-au cosit: prima dată 1 260 q de iarbă, a doua oară $\frac{3}{5}$ din prima cantitate și a treia oară $\frac{2}{3}$ din cât s-a cosit a doua oară. Câtă iarbă s-a cosit a treia oară?
115. Ce sumă de bani am avut la început, dacă cei 210 lei pe care i-am cheltuit reprezintă $\frac{3}{4}$ din $\frac{7}{10}$ din sumă?
116. Ce drum avea de parcurs un motociclist care a mers $\frac{3}{5}$ din $\frac{4}{7}$ de drum, realizând astfel 240 km?
117. Un corp care cântărește $\frac{25}{3}$ kg este format din: 75 de părți salpetru, 13 părți cărbune și 12 părți sulf. Din cite kilograme de salpetru, de cărbune și de sulf este compus acest corp?

5. Împărțirea

- / 118. Din 25 l de lapte se obțin 4 kg de smântână, din 9 kg de smântână se obțin 2 kg de unt. Ce cantitate de lapte este necesară pentru 1 tonă de unt?
119. Cite sticle de $\frac{3}{4}$ l fiecare se pot umple din 24 l de vin?
120. Între două sate s-a pus nisip pe o șosea lungă de 12 km și cu lățimea de $\frac{1}{3\ 000}$ din lungime. Grosimea stratului de nisip este de 5 cm. Cite căruțe de nisip sînt necesare dacă într-o căruță se încarcă $\frac{1}{2}$ m³ de nisip?
121. Veverița poate trăi 8 ani, ceea ce înseamnă $\frac{4}{5}$ din cât poate trăi iepurele. Cît poate trăi iepurele?
122. Leul poate trăi 35 de ani, adică $\frac{7}{10}$ din cât poate trăi ursul, iar ursul trăiește $\frac{5}{18}$ din cât poate trăi elefantul. Cît poate trăi elefantul?
123. Lungimea unei piste circulare este de 132 m. Să se calculeze raza acestei piste, socotind $\pi = 3\frac{1}{7}$.
124. O muncitoare a țesut $25\frac{1}{4}$ m în $6\frac{1}{3}$ ore. Cît a lucrat această țesătoare pe oră?
125. Într-o clasă sînt 8 fruntași la învățătură, ceea ce înseamnă $\frac{1}{4}$ din clasă. Cîți elevi are această clasă?

126. Într-un atelier s-au executat 246 de paltoane, ceea ce reprezintă $\frac{2}{5}$ din numărul total de executat. Cîte paltoane trebuia să se execute?
127. O brigadă de la o întreprindere a executat 972 de piulițe, ceea ce reprezintă $\frac{3}{7}$ din ceea ce avea de executat. Cîte piulițe a avut de executat?
128. Un drumeț a mers $20\frac{1}{2}$ km cu viteza de $4\frac{1}{4}$ km pe oră. În cît timp a parcurs acest drum?
129. Un strungar a făcut $\frac{2}{5}$ dintr-o lucrare în 4 ore. În cît timp va termina lucrarea?
130. $\frac{2}{7}$ dintr-o piesă cîntăresc $14\frac{2}{5}$ kg. Cît va cîntări toată piesa?
131. Unui grup de pionieri, după ce a mers $\frac{3}{8}$ din tot drumul, i-au mai rămas 4 km pînă la jumătatea drumului. Cît era de lung drumul?
132. Un vapor parcurge distanța dintre două orașe în sensul cursului apei în 6 ore, iar împotriva cursului în 8 ore. Ce parte din distanța dintre cele două orașe va parcurge vaporul într-o oră? Cu ce parte din distanța dintre cele două orașe este mai mare viteza vaporului în sensul curentului decît împotriva lui?
133. Un patinator de 60 kg produce asupra gheții o presiune de $12\frac{1}{2}$ kg pe cm^2 . Lungimea patinei este de 24 cm. Care este lățimea tăișului patinei?
134. Făina reprezintă $\frac{4}{5}$ din griul care s-a măcinat. Cît griu trebuie pentru a obține 1 200 kg de făină?
135. La fabricarea dulceții de prune, $\frac{2}{11}$ din cantitatea prunelor se pierde ca simburii și coji. Cîte kilograme de prune trebuie curățate pentru a avea 18 kg de fructe pentru dulceată?
136. La o fabrică de cherestea, scîndurile reprezintă $\frac{45}{60}$ din cantitatea buștenilor care se taie. Ce cantitate de lemne s-a folosit, dacă s-au obținut 900 m^3 de scînduri?
- ✓ 137. O brigadă de pescari a prins un morun, ale cărui icere cîntăreau 32 kg și reprezentau $\frac{2}{15}$ din masa morunului. Cîte kilograme avea morunul?

6. Înmulțirea și împărțirea

138. a) Ce număr reprezintă

$$\frac{2}{5} \text{ din } 180;$$

$$0,5 \text{ din } 1\frac{11}{12};$$

$$\frac{3}{7} \text{ din } 1\,400;$$

$$1\frac{1}{3} \text{ din } 15\frac{1}{2}.$$

$$\frac{4}{5} \text{ din } 125,50;$$

b) Să se determine valorile lui x din următoarele exerciții:

$$1 \cdot x = \frac{3}{4};$$

$$\frac{4}{5} : x = 1;$$

$$\frac{4}{5} \cdot x = 1;$$

$$\frac{5}{6} \cdot x = \frac{2}{3};$$

$$\frac{5}{6} \cdot x = \frac{2}{3};$$

$$\frac{5}{6} : x = \frac{2}{3}.$$

$$1 : x = \frac{3}{4};$$

c) Înmulțind o fracție prin $\frac{3}{4}$, apoi produsul prin $\frac{15}{11}$ s-a obținut $\frac{9}{11}$. Care era fracția inițială?

Rezolvare:

$$\frac{a}{b} \times \frac{3}{4} \times \frac{15}{11} = \frac{9}{11};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{11} : \frac{45}{44};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{11} \cdot \frac{44}{45};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5}.$$

139. $15 \frac{1}{3} \text{ m}^3$ de beton s-au turnat în $4 \frac{1}{2}$ zile. Câte zile sînt necesare pentru turnarea a $76 \frac{2}{3} \text{ m}^3$ de beton?

140. Patru muncitori împart suma primită pentru o lucrare efectuată astfel: primul ia $\frac{1}{2}$ din ceea ce ia al doilea, al doilea ia $\frac{2}{3}$ din ceea ce ia al treilea și al treilea ia $\frac{3}{4}$ din ceea ce ia al patrulea. Media aritmetică a sumelor este 1 000. Să se afle cît a încasat fiecare muncitor.

141. O pompă dă $224 \frac{1}{5} \text{ l}$ de apă în $2 \frac{1}{2}$ ore. În cit timp se va umple un bazin de $1\,793 \frac{3}{5} \text{ l}$?

142. Mergînd cu viteza de $46 \frac{1}{2} \text{ m}$ pe oră, un tren a parcurs o distanță în $5 \frac{1}{3}$ ore.

Cu ce viteză trebuie să meargă, ca să parcurgă această distanță în $3 \frac{1}{2}$ ore?

143. a) Care este numărul a cărui $\frac{2}{3}$ din el sînt egale cu 24?

b) $\frac{2}{5}$ din el sînt egale cu 0,6;

c) $\frac{4}{9}$ din el sînt egale cu 1, 6.

144. Un aliaj cu titlul de $\frac{9}{10}$ conține 45 g de aur. Cît aur ar conține acest aliaj dacă ar avea titlul $\frac{17}{20}$?
145. Un aliaj cu titlul $\frac{17}{20}$ conține 50 g de aur. Care este titlul unui aliaj de aceeași masă care conține $\frac{150}{5}$ g de aur?
146. În $4\frac{3}{4}$ zile s-au scos dintr-o mină $2501\frac{1}{3}$ t de cărbuni. Cît cărbune s-a scos în $7\frac{1}{8}$ zile?
147. Dumitru, Dinu și Bucur vor să dea o lustră în dar mamei lor și pentru aceasta își pun în aceeași pușculiță economiile. Dumitru $162\frac{1}{2}$ lei, Dinu 134 lei și Bucur $103\frac{1}{2}$ lei. Lustra a costat 350 lei.
Dumitru, fiind mai mare, a hotărît să dea toți banii săi, iar ceilalți doi copii să dea părți egale. Cît a dat fiecare din ultimii doi copii și ce sumă mai are fiecare copil?
148. După ce dintr-o sumă de bani s-a cheltuit $\frac{1}{3}$ și apoi încă $\frac{1}{4}$ din toată suma, au mai rămas 250 de lei. Cîți bani au fost la început?
149. Într-un vas era un amestec de alcool și apă. Se scot $\frac{3}{8}$ din amestec și se pune în loc aceeași cantitate de apă. După ce se face această operație de 3 ori, în vas a mai rămas $1\frac{1}{4}$ l de alcool. Care era la început cantitatea de alcool din amestec?
150. O veveriță aduce o alună în vizuină în 20 de secunde. Cîți metri sînt de la alună pînă la vizuina ei, dacă se știe că veverița fuge fără alună 5 m/s, și cu alună 3 m/s?
151. Dintr-un kilogram de grîu se obțin $\frac{80}{100}$ kg de făină. O familie consumă zilnic pîine din 4 kg de făină. Cît grîu trebuie pentru un an (360 de zile)?
152. Un vas în care era lichid cît $\frac{3}{4}$ din capacitatea lui cîntărește 5 020 g. Dacă din acest vas se mai scoate lichid $\frac{1}{4}$ din capacitatea lui, vasul cîntărește 3 620 g. Care este capacitatea vasului? Dar masa vasului gol?

B. Cele patru operații cu fracții ordinare

$$153. \left(28 + 1\frac{1}{3}\right) + \left(15\frac{1}{45} + \frac{1}{9} + \frac{2}{5}\right) = \quad \left(14\frac{1}{2} + 6\frac{3}{5}\right) + \left(15 + 2\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3}\right) =$$

$$\left(\frac{6}{33} + \frac{10}{22} - \frac{1}{132}\right) - \left(2\frac{3}{5} - \frac{1}{45}\right) = ; \quad 70 - \left(15\frac{1}{3} + 24\frac{5}{6}\right) - \left(\frac{19}{7} + 3\frac{2}{3}\right) + \frac{13}{5} =$$

2. $75\frac{3}{21} - (1\frac{4}{5} + 3\frac{3}{10}) - 17\frac{1}{2} - 15\frac{1}{3} + (10 + \frac{1}{6}) - 6\frac{1}{3} = ;$

$17\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = ;$

$17\frac{1}{4} + (5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{5} + \frac{1}{20}) = ;$

$17\frac{1}{4} + (5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{5}) + \frac{1}{20} = ;$

$17\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2} - (1\frac{1}{5} + \frac{1}{20}) =$

3. 155. $1\frac{1}{2} + x = 5\frac{1}{2} ;$

$\frac{13}{144} + x = 7\frac{5}{12} ;$

$x + \frac{22}{51} = \frac{13}{17} ;$

$\frac{24}{9} - x = \frac{6}{81}$

4. 156. $3 + \frac{7}{25} \cdot 1\frac{1}{24} = ;$

$5 \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{7}{15} + 7 \cdot \frac{1}{8} =$

5. 157. $\frac{5}{6} \cdot 4 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = ;$

$3\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{16} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} = ;$

$\frac{14}{15} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{55}{56} \cdot 0 = ;$

$1\frac{1}{24} : 3\frac{3}{8} \cdot 1 : 3\frac{7}{9} \cdot 1\frac{15}{17} =$

6. 158. $\frac{21}{25} \cdot 5 : 7 = ;$

$1\frac{1}{2} : 3 + 14\frac{14}{15} : 7 + 5\frac{4}{9} : 8 = ;$

$27\frac{5}{6} : 9 + \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{4} + \frac{8}{11} : 4 = ;$

$\frac{15}{28} \cdot 7 + \frac{13}{40} : 5 + 5\frac{4}{9} : 8 - \frac{5}{8} : 3 =$

7. 159. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} : \frac{5}{12} + \frac{5}{8} \cdot \frac{12}{5} = ;$

$\frac{15}{22} : 1\frac{7}{8} + \frac{13}{43} : \frac{299}{989} \cdot 1\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} = ;$

$\frac{5\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{3}}{7\frac{3}{4}} \cdot \frac{6\frac{1}{4}}{11\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{4}} = ;$

$\frac{11 \cdot \frac{8}{33} \cdot \frac{3}{5}}{15 : \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2}} : \frac{1\frac{1}{15} : 2\frac{1}{3}}{4\frac{1}{45}} =$

23. 160. $\frac{6\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{36}}{6\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4}} : \frac{3\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{13}}{7 \cdot 5\frac{1}{2}} : \frac{11\frac{1}{3} \cdot \frac{13}{2}}{3\frac{1}{8} : 6\frac{2}{3}} = ;$

$6\frac{1}{4} \cdot 8 + 2\frac{1}{2} \cdot 48 + 19\frac{1}{4} : \frac{4}{25} = ;$

$16\frac{1}{2} \cdot 2\frac{5}{11} + 5\frac{5}{12} : \frac{7}{36} = ;$

$(6\frac{1}{12} + 18\frac{1}{2} - 9\frac{1}{36}) \cdot (1\frac{1}{2} : \frac{1}{3} + \frac{3}{6}) =$

24. 161. $\frac{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}}{12\frac{1}{7} - 9\frac{1}{3}} = ;$

$\frac{6\frac{1}{2} - 3\frac{5}{7}}{19\frac{1}{14} - 1} = ;$

$1\frac{1}{49} (11\frac{2}{7} + \frac{5}{49} - \frac{3}{7}) : (\frac{7}{2} - \frac{1}{7} + \frac{3}{98}) = ;$

$11\frac{2}{5} + 7\frac{1}{2} (180\frac{3}{5} : 14 - 1\frac{23}{30} + \frac{13}{50}) =$

32. 162. $\frac{4}{5} + 3\frac{4}{9} : [(6\frac{5}{12} - 4\frac{3}{4}) : 11\frac{1}{2} + 10 \cdot \frac{5}{8}] = ;$

$\frac{36\frac{2}{3} : 15 + 8\frac{2}{3} \cdot 7}{12\frac{1}{3} + 8\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}} + \frac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} + 24 \cdot \frac{7}{9}}{7\frac{2}{8} - 157\frac{4}{5} : 24} =$

$$\left(9\frac{1}{4} - 7\frac{2}{5}\right) : \frac{2}{5} - 3\frac{1}{2} + \frac{12 \cdot 3 \cdot \frac{1}{12}}{3\frac{1}{8} + 4\frac{3}{20} - 5\frac{1}{5}} : 3\frac{2}{5} - 7 + 1 : \frac{12}{5} = ;$$

$$\left[\left(1\frac{1}{4} - \frac{5}{12} - \frac{4}{5}\right) \cdot 4\frac{52}{77} - \frac{8}{55}\right] 6\frac{9}{16} + \frac{1}{18} : 5\frac{4}{9} = ;$$

$$2\frac{1}{21} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + 1\frac{1}{9} : \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{6} = ; \quad 4 \cdot 3\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{44} \cdot 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} \cdot 0 =$$

$$8 \text{ (163.) } \left(3\frac{2}{7} + 4\frac{1}{5}\right) : \left(3\frac{2}{7} + 4\frac{1}{5}\right) = ; 0 \cdot \left(4\frac{1}{9} + 3\frac{12}{15} - \frac{15}{9}\right) \cdot \frac{135}{4} = ;$$

$$30 - 14\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} - \frac{10}{3} + 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = ; \quad 8\frac{2}{5} : 1\frac{1}{20} + 7 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{14} : \frac{1}{20} =$$

$$9 \text{ (164.) } \frac{15\frac{1}{2}}{12 : \frac{1}{4}} - \frac{3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{5} : 6}{5\frac{1}{4} : 1 : \frac{3}{7}} = ; \quad \frac{5\frac{1}{5} : \frac{15}{7}}{\frac{56}{31} : \frac{16}{31}} + \frac{6\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} : \frac{13}{15}}{\frac{1}{8} : 4 : \frac{3}{15}}$$

$$10 \text{ (165.) } \frac{\frac{5}{7} + \frac{6}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{6}{13}} : \frac{\frac{5}{7} - \frac{6}{13}}{\frac{5}{7} + \frac{6}{13}} : \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = ; \quad 11 \text{ (166.) } \frac{3\frac{1}{3} : 5\frac{2}{5} : \frac{125}{9} : \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} : 6 \cdot \frac{1}{6}} =$$

$$12 \text{ (167.) } \frac{16 : 3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}}{6\frac{3}{4} : \frac{27}{8} \cdot 4 : \frac{5}{9}} = ; \quad 13 \text{ (168.) } \left(3\frac{1}{3} + \frac{2}{10\frac{1}{2}} - \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{7}\right) \cdot 1\frac{3}{4} =$$

$$14 \text{ (169.) } \left(2\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3\frac{4}{5}} - \frac{1\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}}\right) : 1\frac{77}{228} = ; \quad 15 \text{ (170.) } \frac{5}{5 + \frac{4}{8 + \frac{2}{5}}} =$$

$$16 \text{ (171.) } \left(\frac{1}{2 + \frac{3}{4 + \frac{5}{6}}} \cdot \frac{3\frac{302}{6604}}{6\frac{604}{6604}}\right) : \left(2\frac{1}{3} - \frac{25}{27}\right) = ; \quad 17 \text{ (172.) } \frac{705\frac{5}{9} : 13\frac{8}{15}}{11\frac{457}{17} \cdot \frac{14}{964}} =$$

$$18 \text{ (173.) } \frac{\frac{38}{275} : \frac{133}{385}}{\frac{6}{19} \cdot \frac{51}{64}} - \frac{55}{48} : 3\frac{7}{8} = ; \quad 19 \text{ (174.) } 48 : 6\frac{2}{5} - \left(18 : 5\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} =$$

$$20 \text{ (175.) } 36 : 4\frac{4}{5} + \left(5\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{11} - 1\frac{1}{8} \cdot 18\frac{2}{9}\right) \cdot \frac{2}{5} = ;$$

$$21 \text{ (176.) } \left[\left(\frac{40}{63} - \frac{8}{21}\right) \cdot 20 + \left(5\frac{5}{9} - \frac{7}{18}\right) : 35 - \left(\frac{83}{90} - \frac{40}{50} : 2\right)\right] \cdot 21 =$$

$$\left(\frac{9\frac{1}{4} - 7\frac{2}{5}}{3\frac{1}{8} + 4\frac{3}{20} - 5\frac{1}{5}} \right) : \frac{2}{5} - 3\frac{1}{2} + \frac{12 \cdot 3 \cdot \frac{1}{12}}{7 + 1 : \frac{12}{5}} =$$

$$\left[\left(1\frac{1}{4} - \frac{5}{12} - \frac{4}{5} \right) \cdot 4\frac{52}{77} - \frac{8}{55} \right] 6\frac{9}{16} + \frac{1}{18} : 5\frac{4}{9} =$$

$$2\frac{1}{21} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + 1\frac{1}{9} : \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{6} = ; \quad 4 \cdot 3\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{44} \cdot 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{27} \cdot 0 =$$

$$8 \text{ (163.) } \left(3\frac{2}{7} + 4\frac{1}{5} \right) : \left(3\frac{2}{7} + 4\frac{1}{5} \right) = ; 0 \cdot \left(4\frac{1}{9} + 3\frac{12}{15} - \frac{15}{9} \right) \cdot \frac{135}{4} = ,$$

$$30 - 14\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} - \frac{10}{3} + 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = ; \quad 8\frac{2}{5} : 1\frac{1}{20} + 7 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{14} : \frac{1}{20} =$$

$$9 \text{ (164.) } \frac{15\frac{1}{2}}{12 : \frac{1}{4}} - \frac{3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{5} : 6}{5\frac{1}{4} : 4 : \frac{3}{7}} = ; \quad \frac{5\frac{1}{5} : \frac{15}{7}}{\frac{56}{31} : \frac{16}{34}} + \frac{6\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} : \frac{13}{15}}{\frac{1}{8} : 4 : \frac{3}{15}} =$$

$$10 \text{ (165.) } \frac{\frac{5}{7} + \frac{6}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{6}{13}} : \frac{\frac{5}{7} - \frac{6}{13}}{\frac{5}{7} + \frac{6}{13}} : \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = ; \quad 11 \text{ (166.) } \frac{3\frac{1}{3} : 5\frac{2}{5} \cdot \frac{125}{9} : \frac{5}{9}}{4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{6}} =$$

$$12 \text{ (167.) } \frac{16 : 3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}}{6\frac{3}{4} : \frac{27}{8} \cdot 4 : \frac{5}{9}} = \quad 13 \text{ (168.) } \left(\frac{3\frac{1}{3}}{7} + \frac{2}{10\frac{1}{2}} - \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{7} \right) \cdot 1\frac{3}{4} =$$

$$14 \text{ (169.) } \left(2\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3\frac{4}{5}} - \frac{1\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}} \right) : 1\frac{77}{228} = \quad 15 \text{ (170.) } \frac{5}{5 + \frac{4}{8 + \frac{2}{5}}} =$$

$$16 \text{ (171.) } \left(\frac{1}{2 + \frac{3}{4 + \frac{5}{6}}} \cdot \frac{3\frac{302}{6604}}{6\frac{604}{6604}} \right) : \left(2\frac{1}{3} - \frac{25}{27} \right) = \quad 17 \text{ (172.) } \frac{705\frac{5}{9} : 13\frac{8}{15}}{11\frac{457}{17} \cdot \frac{14}{964} \cdot \frac{7}{964}} =$$

$$18 \text{ (173.) } \frac{\frac{38}{275} \cdot \frac{133}{385}}{\frac{6}{19} \cdot \frac{51}{64}} - \frac{55}{48} : 3\frac{7}{8} = \quad 19 \text{ (174.) } 48 : 6\frac{2}{5} - \left(18 : 5\frac{2}{8} + \frac{2}{9} \right) \cdot \frac{2}{3} =$$

$$20 \text{ (175.) } 36 : 4\frac{4}{5} + \left(5\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{11} - 4\frac{1}{8} \cdot 18\frac{2}{9} \right) \cdot \frac{2}{5} =$$

$$21 \text{ (176.) } \left[\left(\frac{40}{63} - \frac{8}{21} \right) \cdot 20 + \left(5\frac{5}{9} - \frac{7}{18} \right) : 35 - \left(\frac{83}{90} - \frac{40}{50} : 2 \right) \right] \cdot 21 =$$

$$22 \text{ (177.) } \frac{(2\frac{1}{2} - 1) : 6 + (3\frac{3}{4} - 1) : 11 + (2\frac{7}{9} - 1) : 7\frac{1}{9}}{\frac{1}{2\frac{2}{3}} + \frac{1}{1\frac{1}{7}} - \frac{1}{\frac{8}{9}}} =$$

$$27 \text{ (178.) } \frac{2\frac{3}{5} - 1\frac{3}{10}}{2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4}} + \frac{1}{3\frac{3}{7} + \frac{1}{7}} + \frac{2\frac{8}{9} \cdot 1\frac{5}{13}}{3\frac{51}{85} + 2\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{11} + \frac{24}{85}} =$$

$$28 \text{ (179.) } \frac{[(12\frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15}) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28}] \cdot \frac{4}{11}}{(5 \cdot 2\frac{2}{5} - 8\frac{3}{22}) : 42\frac{1}{2}} =$$

$$29 \text{ (180.) } \frac{8 : [3 : (2\frac{3}{4} - 1\frac{15}{28}) + \frac{2}{3} : \frac{3}{2}] + \frac{57}{223}}{14 \cdot (5\frac{5}{7} - 4\frac{3}{4}) - 9\frac{5}{7} + \frac{3}{14}} =$$

$$30 \text{ (181.) } \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{21} + \frac{15}{28} : \frac{5}{84}}{5 : \frac{1}{2} + 10} + \frac{2 : \frac{1}{2} + 3 : \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{3} : 3} \cdot \frac{1}{36} - 1\frac{16}{35} =$$

$$25 \text{ (182.) } \left(\frac{1}{2,5 - 1} - \frac{1}{3\frac{1}{2} - 1} \right) : \frac{4}{15} = ;$$

$$2) 2\frac{1}{2} + 0,039 : \left[\frac{1}{20} (2,31 : 0,077) \right] - 2,526 = ;$$

$$3) \left(2\frac{7}{12} + 2\frac{19}{42} \right) \cdot 3 - 64,5 : 6 + 4\frac{2}{7} \cdot 2,1 + 1,3 \cdot 4\frac{1}{6} = ;$$

$$4) [0,278 : 13,9 + (2 - 0,47) : \frac{3}{20}] : 102,2 + 3,4 \cdot 1\frac{4}{17} =$$

$$26 \text{ (183.) } 1\frac{32}{49} : \left(4\frac{15}{49} - 2\frac{13}{14} \right) + \frac{2}{3} \cdot (4,254 - 1,134 : 0,28) + 1,114 = ;$$

$$2) (4,58 - (1,295 + 1,936 : 3\frac{1}{5})) \cdot 1\frac{16}{19} + 3\frac{5}{51} : \left(4\frac{5}{34} - 3\frac{19}{51} \right) = ;$$

$$3) 12,5 + \left(17,5 - 8,25 \cdot \frac{10}{11} \right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} + 3,5 \right) - 12,6 : 2\frac{1}{2} = ;$$

$$4) \left[18\frac{1}{6} - \left(3,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left(19 - 2\frac{3}{8} \cdot 5\frac{1}{9} \right) =$$

$$31 \text{ (184.) } 24,57 : 3,5 + \left(3,35 - 2\frac{13}{15} + \frac{5}{8} \right) \cdot \left(225 : 12,5 - 3\frac{14}{19} \cdot 2 \right) = ;$$

$$2) 28,14 : 3,5 - \left(2\frac{1}{2} : 0,24 - \frac{15}{29} \right) \cdot \left(5,45 + 1\frac{4}{45} - 6\frac{1}{18} \right) = ;$$

$$3) (27,57 \cdot \frac{11}{36} - 3,405) : 0,3 + \frac{7,429}{(16 \frac{5}{36} - 15 \frac{134}{135}) : 2 \frac{25}{27} + 3 \cdot 18},$$

$$4) 33,885 : 2,25 + 14,858 : [(17 \frac{5}{36} - 16 \frac{134}{135}) : 5 \frac{23}{27} + \frac{3}{8} \cdot 4,24] =$$

185. 1) $8 \cdot 0,746375 - [\frac{4}{5} \cdot 6,4 - (0,2 \cdot 0,75 - 0,1 \cdot 0,01)] = ;$

33 2) $(0,645 : 0,3 - 1 \frac{107}{108}) \cdot (4 : 6 \frac{1}{4} - 0,2 + \frac{1}{7} \cdot 1,96) = ;$

$$3) [2 \frac{1}{4} - (\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25) : (\frac{2}{3} + \frac{5}{12})] -$$

$$- 8 : [(7,5 - 6,2) \cdot \frac{5}{13} + 31 : \frac{1}{2}] = ;$$

$$4) (42 \frac{1}{4} - 39,0625) : \left(12 \frac{3}{4} - \frac{1,8 \cdot \frac{1}{5}}{(0,63 - 0,27) \cdot \frac{2}{9}} \right) +$$

$$+ 2 \frac{1}{2} + \left[\frac{(0,2 + \frac{1}{3}) : \frac{2}{3}}{0,4} \right] : \frac{3}{5} =$$

186. Să se calculeze suma numerelor:

1) $(0,875 - 0,7) : (5 \frac{2}{7} - 3 \frac{15}{28})$ și $[(\frac{1}{4} - 0,1 : 2) \cdot \frac{5}{13} + 1 : (\frac{3}{4} + \frac{1}{3})] \cdot \frac{3}{8} ;$

2) $23,4$ și $1 \frac{1}{2} \cdot (2,652 : 1,3 - 1 \frac{17}{30} + 0,06) \cdot [29,21 - (14,26 - \frac{5}{24} : \frac{25}{42})] ;$

3) Să se mărească numărul $11 \frac{2}{5}$ cu numărul:

$$3 \frac{1}{2} : (2,856 : 1,4 + 7 \frac{13}{50} - 8 \frac{23}{30}) \cdot [29,41 - (14,46 - \frac{11}{24} \cdot \frac{42}{55})] ;$$

4) La numărul $11,638 : 2,3$ să se adauge numărul:

$$4 \frac{1}{2} [8,6 \cdot \frac{1}{4} - (2 \frac{61}{90} - 1 \frac{1}{12})] \cdot (\frac{7}{40} \cdot \frac{12}{25} + 1,34) .$$

187. Să se calculeze suma numerelor:

1) $(16 \frac{22}{45} : 0,5 - 1 \frac{61}{72} : 0,5) \cdot \frac{5}{7} ; 198,9 \cdot (9 \frac{1}{2} + \frac{23}{10} : 2,3)$ și $13 \frac{1}{2} \cdot 0,1 ;$

2) $3,7$ și $1 \frac{1}{2} \cdot (0,2652 : 0,13 - 1 \frac{17}{30} + 0,06) \cdot [10,21 - (4,26 - \frac{5}{24} : \frac{25}{42})] ;$

3) $11 \frac{2}{5}$ și $3,5 \cdot (285,6 : 14 - 1 \frac{23}{30} + \frac{13}{50}) \cdot 21,41 - (6,46 - \frac{42}{55} : 2 \frac{2}{11}) ;$

4) Să se calculeze produsul numărului:

$$\left(38\frac{1}{2} : 35,2 - 60,3 : 73\frac{1}{11}\right) \text{ cu fracția } \frac{68\frac{4}{5} : 0,86 - 1\ 838 : 44,6}{\left(22\frac{3}{7} + 43\frac{5}{7} : 17\right) \cdot 0,1}$$

36
188. 1) $\frac{20\frac{8}{15} \cdot 7,5 - 54,6 : \frac{2}{5}}{3\frac{13}{21} \cdot 8,4 - 34,4 : 14\frac{1}{3}} + 43,7511\frac{2}{3} + 24,6 : 1\frac{1}{5};$

2) $\frac{\left(2,15 - 1\frac{5}{15}\right) : 33,5 + 5\frac{1}{7} \cdot 3,85 - 15,7}{\left(1,75 : \frac{2}{3} - 1 : 1,125\right) \cdot 1\frac{5}{7}}.$

32 189. 1) $\frac{12\frac{4}{5} : 3\frac{3}{4} + 4\frac{4}{11} \cdot 4,125}{2\frac{4}{7} : \frac{3}{35}} \cdot \frac{28,8 : 13\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{80} : 1,35} \cdot \frac{5}{8};$

2) $\frac{\left(11\frac{11}{28} + 3\frac{13}{36} - 12\frac{61}{63}\right) : \frac{15}{28} + 23,517 : 3,9 : 0,3}{\left(14,05 - 1\frac{1}{4}\right) : 0,04 - 13,8 \cdot 13}$

38 190. 1) $\frac{\left(20\frac{4}{9} + 12,25 - 31\frac{1}{30}\right) : 299 + \left(17\frac{1}{9} - 2,45 \cdot 5 + 5\frac{1}{30}\right) : 13}{(0,9893 : 0,13 - 6,4) \cdot 62,9 - 7,109}$

2) $\frac{\left(19\frac{1}{6} + 43,75\right) : \frac{5}{6} - \left(26,8 - 23\frac{3}{7}\right) : \frac{6}{35}}{\left(13,3 - 11\frac{1}{2}\right) : 1,8} - \frac{0,5}{29\frac{5}{6}}.$

39 191. 1) $\frac{\left[\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{225}\right) \cdot 9 + 0,16\right] : \left(\frac{1}{3} - 0,3\right)}{(5 - 1,140 : 0,3) : \left(4,2 : 12 - 0,21 \cdot \frac{2}{3}\right)} : \frac{1}{114};$

2) $\frac{\left(2,7 - \frac{4}{5}\right) : \frac{3}{7}}{\left(5,2 - 1\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{3}\right)} + 0,125 + 8\frac{9}{11} - \frac{\left(1\frac{3}{5} + 2,2\right) : 1,9}{(2,4 - 1,3) : 4,3};$

40 192. 1) $1,456 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 4\frac{1}{2} \cdot 0,8;$

2) $\left(4\frac{1}{8} - 0,004 \cdot 300\right) : 0,0015 + \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2}\right) : 10;$

3) $\left(3,625 + 0,25 + 2\frac{3}{4}\right) : \left(28,75 + 92\frac{1}{4} - 15\right) : 0,0625.$

41 193. 1) $\frac{\left(\frac{1}{2} + 0,4 + 0,375\right) \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} \cdot 75}$; 2) $\frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - \frac{4}{25}}$.

42 194. $\frac{(1,09 - 0,29) \cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20}\right) \cdot \frac{8}{9}} + \frac{(11,81 + 8,19) \cdot 0,02}{9 : 11,2}$.

43 195. $\frac{\frac{3}{4} \left(4,4 - 3,75 + 8\frac{7}{15} + 8\frac{7}{60}\right)}{\left(3\frac{1}{2} - 2,75\right) : 0,2}$.

44 196. $\left(\frac{2,5 + 3\frac{1}{3}}{2,5 - 1\frac{1}{3}}\right) : \left(\frac{4,6 - 2\frac{1}{3}}{4,6 + 2\frac{1}{3}}\right) : \left(\frac{0,05}{\frac{1}{7} - 0,125} - 0,02\right)$.

197. $\left(0,71 - \frac{1}{4}\right) : \left(0,71 + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{\left(15 - 9\frac{1}{3}\right) : 2\frac{5}{9}}{\left(19\frac{2}{3} - 11\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{9}{71}}$.

198. $\frac{\left(1\frac{16}{75} + 2,46\right) : (55,1 : 5)}{1\frac{2}{3} : 1\frac{8}{9} \cdot \left(\frac{2}{15} + 0,15\right)} + \frac{9,72 - 6\frac{13}{25}}{40,5 \cdot \frac{2}{9} : 9}$.

199. $\left[\frac{\left(11 - 9\frac{1}{2}\right) : 0,003}{\left(4,05 - 3\frac{13}{20}\right) \cdot 20} - \frac{0,45 - \frac{9}{40}}{13\frac{5}{8} : \left(2\frac{3}{5} + \frac{1}{8}\right)} \right] : 62\frac{91}{200}$.

200. $\frac{\left[\left(7,625 + 11\frac{3}{8}\right) - 9\frac{48}{125} + 3,116\right] \left[20,001 - 9,986\right]}{4\frac{2}{3} \cdot 0,15 + 0,3675 : \frac{7}{50} - 1,7}$.

201. $\left[\frac{1\frac{1}{4} : 3\frac{7}{12} \cdot 5\frac{1}{60}}{5,225 - \frac{5}{9} - 3\frac{5}{6}} - \frac{3\frac{13}{15} : \frac{14}{15} + \left(6\frac{53}{56} - 2,375\right)}{2,25 + 0,25 \cdot 8\frac{3}{7}} \right] \cdot 4,3$.

202. 1) $34,17 : 1,7 + \left(2\frac{3}{4} + 0,15\right) : \frac{4}{5} - 23\frac{3}{8}$;

2) $15\frac{11}{24} - \frac{17}{24} \cdot 1\frac{13}{51} + 0,1 - \frac{4\frac{13}{45}}{2\frac{8}{9}}$; 3) $5,85 - 3\frac{5}{6} \cdot \frac{15}{23} + \frac{\frac{15}{28}}{4\frac{2}{7}}$;

$$4) 5,25 : 0,05 - 7 \frac{1}{2} \cdot (2,5 + 3 \frac{2}{3}) + 1,25;$$

$$5) 1 \frac{7}{8} \cdot 8 - (8,9 - 2,6) + 12 \frac{1}{3};$$

$$6) \frac{6 \frac{5}{6} \cdot 6 - 16}{9 - 6 \frac{2}{9}} : \frac{0,83}{1 \frac{31}{50}} + \frac{8}{1 : 2,25}.$$

$$203. 1) \frac{(17 \frac{1}{2} - 8,25 \cdot \frac{10}{11}) \cdot (11 \frac{2}{3} : 2 \frac{2}{9} + 3,5)}{(17,25 : 2,3 - \frac{3}{7}) \cdot (14 \frac{2}{3} - 3,2 : 4)};$$

$$2) \left[\left(\frac{6,25 \cdot 8 \frac{8}{9} - 9 \frac{1517}{9000}}{56 \frac{17}{75}} - 0,672 \right) \cdot 13 \frac{1}{3} + 1,11415 \right] : 0,634.$$

$$1) 204. \left(\frac{3,75 + 2 \frac{1}{2}}{2 \frac{1}{2} - 1,875} - \frac{2 \frac{3}{4} + 1,5}{2,75 - 1 \frac{1}{2}} \right) : 0,1888;$$

$$2) \frac{(1 \frac{3}{4} : \frac{2}{3} - 1,75 \cdot 1 \frac{1}{8}) : \frac{7}{12} + \frac{6 \frac{3}{5} : 1 \frac{3}{8} + 1,98 \cdot 9 \frac{1}{11}}{(17 \frac{1}{80} - 0,00325) \cdot 400 : 11,9}}{35 : 33 \frac{1}{3} + 12 \frac{2}{9} \cdot 2 \frac{2}{5}}.$$

$$205. 1) \left[\left(\frac{0,45 \cdot 64 - 6,25 \cdot 3,2}{4} \cdot 2,5 - 4,500001 \right) : 7 + 0,001143 \right] : 9;$$

$$2) 26 : \left[\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \cdot (0,8 + 1,2)} + \frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)} \right] + 1,74 \cdot 2,9.$$

$$206. 1) \left(\frac{0,216}{0,15} + \frac{2}{3} : \frac{4}{15} \right) + \left(12,375 - \frac{7,7}{24 \frac{3}{4}} \right) + 0,695 : 1,39 + 0,09:$$

$$2) \frac{1,0905 : 0,025 + 2 \frac{19}{60} : 100 - 6 \frac{21}{25} \cdot 3,07}{0,00238 + 48,552 \cdot 0,04 + 2,192 : 6,85}.$$

$$207. 1) \frac{\left(\frac{3}{4} + 2,473 \cdot 0,05 \right) \cdot 100 + 0,1581 : \frac{3}{50}}{3,06 - \frac{1}{20} \cdot 4 + 66 : 0,33 + \frac{7}{50} - 1 : \frac{1}{3}};$$

$$2) 2,6275 - \frac{(10,42 + 10 \frac{17}{25}) \cdot \frac{1}{50}}{(9 \frac{12}{25} - 0,48) : 11 \frac{1}{4}} + \frac{(20 \frac{4}{5} - 4,8) \cdot \frac{1}{16} : 0,8}{(2,8 - \frac{11}{20}) : 0,9}.$$

$$208. 1) \frac{\frac{1,4 \cdot 0,15}{\frac{3}{4} - 0,012 : 0,02} - \left\{ \left[0,0(6) + \frac{8}{8} + 0,725 \right] : 1,1(6) \right\}}{\left(4 \frac{1}{2} - 3 \frac{4}{7} \right) \cdot \left[\frac{4}{13} : 0,(714285) \right]}$$

$$2) \frac{\left[\left(0,14 : \frac{2}{5} - 0,42 \cdot \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \left[(5,74 + 12,78) : \left(1,344 + 2 \frac{9}{25} \right) \right]}{\left[(0,7835 + 3,6949) - \left(2 \frac{3}{4} + 1,146 \right) \right] : \left[\left(3 - \frac{9}{50} \right) + \left(9 \frac{1}{20} - 3,55 \right) \right]}$$

$$209. 1) \left(\frac{6}{17} x - 11,5 \right) \cdot 0,(615384) = 4.$$

$$2) \frac{\left[2,(36)x - 1 \frac{7}{55} x + 30,2 \right] \cdot 2,5}{0,3} = 303,(18).$$

$$3) 1,7 \cdot \frac{[x \cdot 1,(6) + 3,75] \cdot 0,0(592)}{0,553...} - 0,41(6) = 1.$$

Dovediți că, în exercițiile nr. 210–219 partea stângă este egală cu partea dreaptă.

$$210. \quad 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} = 3,14159. \quad 211. \quad \frac{33}{12} + \frac{59}{60} + 1 \frac{1}{16} + \frac{47}{48} + \frac{299}{60} = 10 \frac{91}{120}.$$

$$212. \quad \frac{1}{7} - \left(\frac{3}{35} + \frac{4}{55} \right) + \frac{6}{385} = 0. \quad 213. \quad \left(\frac{2 \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \cdot 1 \frac{5}{6}}{\frac{1}{5} \cdot 3 \frac{1}{3} + \frac{13}{36}} - \frac{1}{2 \frac{1}{2}} \right) : \frac{1}{1 \frac{1}{2}} = \frac{9}{10}.$$

$$214. \quad \frac{\frac{1}{2 \frac{1}{2}} + \frac{1}{3 \frac{1}{2}} + \frac{1}{4 \frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{88}{105}.$$

$$215. \quad \left(2 \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3 \frac{4}{5}} - \frac{1 \frac{2}{3}}{2 \frac{1}{2}} \right) : 1 \frac{77}{228} = 5.$$

$$216. \quad \frac{\frac{5}{16} + \frac{7}{12} \cdot 3 \frac{1}{4} - \left(\frac{7}{8} \cdot \frac{37}{21} + \frac{1}{3} \right)}{\frac{5}{14} - \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{7}{3}.$$

$$217. \quad \frac{2 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{3}} : \sqrt{1 - \frac{1}{5}}}{5 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{5}}} = \frac{1}{2}.$$

218.
$$\sqrt{\left(1 - \frac{426}{697} + \frac{2\frac{1}{2}}{8\frac{1}{2}}\right) : \frac{3\frac{1}{2}}{5\frac{1}{8}}} = 1.$$

219.
$$\sqrt{\frac{3 - \frac{1}{8} \quad 2 - \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{8} \quad 2 + \frac{1}{2}} : \frac{3 + \frac{1}{8} \quad 2 + \frac{1}{2}}{3 - \frac{1}{8} \quad 2 - \frac{1}{2}}} = \frac{12}{25}$$

220. Într-o fermă agricolă s-au însămînțat în prima zi $\frac{4}{15}$ din teren, a doua zi $\frac{5}{8}$ din rest, a treia zi $\frac{7}{9}$ din noul rest, a patra zi $\frac{4}{5}$ din ultimul rest și a cincea zi ultimele $2\frac{1}{2}$ ha. Cite hectare s-au însămînțat în fiecare zi?

48 221. O cooperativă agricolă de producție a repartizat terenul său astfel: $\frac{2}{5}$ pentru griu, $\frac{1}{4}$ pentru porumb, $\frac{1}{5}$ pentru orz și secară și restul pentru legume. Suprafața repartizată pentru porumb este cu 135 ha mai mică decît cea pentru griu. Cite hectare s-au repartizat pentru fiecare cultură?

222. Cu ajutorul unei combine s-a strîns recolta unei cooperative agricole de producție în 4 zile; în prima zi $\frac{1}{6}$ din întreaga suprafață, a doua zi $\frac{5}{3}$ din ceea ce s-a recoltat în prima zi, a treia zi $\frac{1}{2}$ din ceea ce a mai rămas și a patra zi 225 ha. Cît s-a recoltat în fiecare din primele 3 zile și cît de mare este suprafața de pe care s-a strîns recolta?

223. O fermă agricolă are o livadă mare de pruni, caiși, meri și peri. Numărul prunilor reprezintă $\frac{1}{2}$ din numărul celorlalți pomi, caișii sînt la număr $\frac{1}{3}$ din toți ceilalți, merii $\frac{1}{4}$ din toți ceilalți și 260 de peri. Cîți pomi sînt din fiecare fel?

224. Un furnal a folosit într-o zi $\frac{1}{4}$ din cocsul ce-l avea, a doua zi $\frac{1}{3}$ din rest, iar a treia zi restul. Cantitatea folosită a treia zi este cu $\frac{20}{7}$ q mai mare decît a doua zi. Ce cantitate de cocs a consumat acest furnal în cele trei zile?

225. Un motociclist a făcut un drum în trei zile. În prima zi $\frac{3}{8}$ din tot drumul, a doua zi $\frac{16}{19}$ din ceea ce a parcurs în prima zi și a treia zi 180 km. Cîtă benzină a consumat în fiecare zi, dacă la 100 km consumă 6 l de benzină?

226. Trei muncitori ar putea executa o lucrare în 4 zile. Primul muncitor ar putea face singur această lucrare în 9 zile, al doilea în 12 zile. În cîte zile ar executa această lucrare cel de al treilea muncitor singur?

Rezolvare:

Toți muncitorii într-o zi ar executa $\frac{1}{4}$ din lucrare, primii doi

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{7}{36}, \quad \frac{1}{4} - \frac{7}{36} = \frac{2}{36}.$$

Deci al treilea muncitor în $\frac{36}{2} = 18$ zile.

227. Un grup de excursioniști a parcurs în prima zi $\frac{3}{7}$ din tot drumul, în a doua zi $\frac{8}{9}$ din ceea ce a parcurs în prima zi și în a treia zi restul, ceea ce reprezintă cu 12 km mai puțin decât în a doua zi. Cât a parcurs în fiecare zi?
228. Din suma de 72 000 de lei s-a plătit o dată $\frac{1}{3}$, a doua oară $\frac{1}{36}$ și a treia oară $\frac{2}{9}$. Cât mai este de plătit?
229. Pe o distanță de $688\frac{1}{2}$ km sînt așezate 98 de conducte de $8\frac{1}{4}$ km și $5\frac{3}{4}$ km. Cîte conducte sînt folosite din fiecare fel?
230. În 22 de lăzi sînt 320 kg de fructe. Lăzile sînt de cîte $12\frac{1}{2}$ kg și $16\frac{1}{4}$ kg. Cîte lăzi sînt de fiecare fel?
231. Distanța dintre două orașe este de 275 km. Din aceste orașe au pornit unul spre altul două trenuri, unul cu viteza de 60 km pe oră, celălalt cu o viteză egală cu $\frac{5}{6}$ din viteza primului. Cîți kilometri a făcut primul tren pînă la întîlnirea cu celălalt?
232. Trei brigăzi de muncitori ar fi executat o lucrare astfel: prima în 9 zile, a doua în 10 zile și a treia în 12 zile. S-a făcut o brigadă din $\frac{1}{4}$ din efectivul brigăzii întîi, $\frac{1}{3}$ din efectivul brigăzii a doua și $\frac{1}{2}$ din al celei de-a treia. În cît timp s-a executat lucrarea?
233. Un bazin cu capacitatea de 820 l are două robinete: printr-unul vin cîte $2\frac{2}{3}$ l de apă în $\frac{3}{5}$ minute și prin al doilea se scurg cîte $2\frac{1}{2}$ l apă în $\frac{3}{4}$ minute. În cît timp se va umple bazinul, dacă se vor deschide amîndouă robinetele cînd bazinul este gol? Se presupune că robinetele au un debit constant.
234. Trei muncitori pot termina o lucrare în 4 zile. Primul muncitor poate termina această lucrare în 10 zile, al doilea în 12 zile. În cîte zile ar fi putut termina această lucrare cel de-al treilea muncitor?
235. Doi muncitori pot face o lucrare astfel: primul, dacă ar lucra singur, ar termina-o în $\frac{2}{3}$ zile, iar al doilea, în $\frac{4}{5}$ zile. În cît timp ar face lucrarea, dacă ar lucra împreună? Ce parte din lucrare va face fiecare? Cît va încasa fiecare, dacă această lucrare a fost plătită cu 30 de lei?

236. Cu 8 640 de lei s-au cumpărat două bucăți egale de stofă de palton de calități diferite. Un metru de stofă de calitatea întâi și un metru de stofă de calitatea a doua costă împreună 720 de lei, iar 5 m din calitatea întâi costă cât 7 m din calitatea a doua. Cât costă metrul de stofă din fiecare calitate și câți metri s-au cumpărat?

237. Castelul de apă al unei comune este un cilindru cu diametrul de 14 m și înălțimea de 18 m. Când apa ajunsese la $\frac{6}{7}$ din înălțime, motorul s-a defectat.

În această comună sînt 1 200 de locuitori și 1 500 de animale; un locuitor consumă zilnic 20 l de apă, iar un animal, 50 l.

Ce cantitate de apă consumă zilnic oamenii și animalele din această comună?

În câte zile trebuie terminată reparația motorului pentru ca oamenii și animalele să nu sufere din cauza lipsei de apă? ($\pi \simeq \frac{22}{7}$).

238. O cooperativă a primit stofă în valoare de 9 870 lei. $\frac{1}{3}$ din numărul total al

metrilor de stofă costă 156 lei metrul, $\frac{1}{4}$ din numărul total costă 165 lei,

iar restul 171 lei metrul. Câți metri de stofă au fost în total?

239. a) Verificați prin exemple numerice proprietățile fracțiilor ordinare

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

și rezolvați exercițiile:

1) Găsiți o fracție echivalentă cu $\frac{30}{42}$ și care are suma termenilor egală cu 132.

2) Găsiți o fracție echivalentă cu $\frac{65}{91}$ și care are diferența termenilor egală cu 192.

3) Găsiți o fracție echivalentă cu $\frac{60}{252}$ și al cărui numărător să fie 1 000.

4) Găsiți o fracție echivalentă cu $\frac{484}{160}$ și numitorul 1 000.

b) Ce se întâmplă cu produsul a 4 numere dacă primul se mărește cu $\frac{1}{2}$ din el, al doilea se mărește cu o treime din el, al treilea se micșorează cu $\frac{1}{4}$ din el și al patrulea se micșorează cu a treia parte din el.

Soluție:

Numerele vor fi notate cu x, y, z, t , iar produsul lor $x \cdot y \cdot z \cdot t$

$$\left(x + \frac{x}{2}\right) \left(y + \frac{y}{3}\right) \left(z - \frac{z}{4}\right) \left(t - \frac{t}{3}\right) = \frac{3x}{2} \cdot \frac{4y}{3} \cdot \frac{3z}{4} \cdot \frac{2t}{3} = xyzt.$$

240. Cu cositoarea mecanică s-a cosit în 12 zile o suprafață de $7\frac{1}{2}$ ori mai mare decît cea cosită de 4 țărani cu coasa în 3 zile. Suprafața cosită de țărani cu

coasa avea $4\frac{4}{5}$ ha. Cu câți ari cosește pe zi mai mult cositoarea mecanică decât un țăran cu coasa?

241. O cooperativă agricolă de producție a arat anul trecut tot terenul în 3 zile; în prima zi $\frac{2}{5}$ din suprafață, a doua zi $\frac{5}{12}$ din rest, a treia zi restul de 21 ha.

Se cere:

1) suprafața terenului;

2) știind că $\frac{3}{8}$ din tot locul s-a cultivat cu grâu, iar restul cu porumb și că

1 ha cultivat cu grâu a produs $19\frac{1}{2}$ q, iar de pe locul cultivat cu porumb

s-au recoltat $103\,237\frac{1}{2}$ kg porumb, să se afle producția totală de grâu

și producția de porumb la hectar a cooperativei.

242. Viorica și Mihaela au strins 20 kg de maculatură. $\frac{1}{3}$ din cantitatea de macula-

tură strinsă de Viorica reprezintă $\frac{1}{5}$ din cantitatea de maculatură strinsă de

Mihaela. Cite kilograme a strins fiecare fetiță?

243. La o școală s-a cheltuit o sumă de bani pentru bibliotecă, pentru echipament sportiv și pentru premii la concursul de matematică.

Pentru bibliotecă $\frac{3}{5}$ din sumă, pentru echipament $\frac{5}{11}$ din cât s-a cheltuit pentru bibliotecă și 504 lei pentru premii. Să se afle suma totală și cât s-a repartizat pentru echipament și bibliotecă.

244. O întreprindere agricolă de stat a însămînțat $\frac{3}{5}$ din terenul ei arabil cu grâu și restul cu porumb.

Grâul ocupă o suprafață cu 246 ha mai mare decât ocupă porumbul. Cite hectare s-au însămînțat cu grâu și cite cu porumb?

245. O cooperativă agricolă de producție a însămînțat $\frac{1}{3}$ din terenul arabil cu grâu,

$\frac{1}{4}$ cu porumb, $\frac{1}{5}$ cu ovăz și restul de 260 ha cu alte culturi. Cît teren arabil

avea cooperativa agricolă de producție?

246. a) Suma produselor fracției ireductibile $\frac{a}{b}$ prin $\frac{4}{3}$ și prin $\frac{3}{5}$ este egală cu $\frac{58}{33}$.

Să se afle fracția $\frac{a}{b}$.

Rezolvare:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{4}{3} + \frac{a}{b} \cdot \frac{3}{5} = \frac{58}{33};$$

$$\frac{a}{b} \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{5} \right) = \frac{58}{33};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{29}{15} = \frac{58}{33}; \quad \frac{a}{b} = \frac{58}{33} \cdot \frac{15}{29}, \quad \frac{a}{b} = \frac{10}{11}.$$

b) Suma produselor fracției $\frac{a}{b}$ prin $3/7$ și $5/11$ este egală cu $\frac{17}{22}$. Să se afle $\frac{a}{b}$.

c) Diferența produselor unei fracții ireductibile $\frac{a}{b}$ prin $\frac{7}{5}$ și prin $\frac{11}{13}$ este egală cu $\frac{3}{10}$. Să se afle $\frac{a}{b}$.

247. Viorica avea 36 de alune și a dat: $\frac{1}{3}$ lui Dinu, $\frac{1}{2}$ din rest lui Sandu și restul le-a luat ea. Câte alune avea fiecare copil?

248. Suma a trei numere este egală cu 995. Primul număr adunat cu dublul celui de al doilea și cu triplul celui de al treilea este egal cu 1916, $1/3$ din al treilea număr este cu 76 mai mică decât $1/3$ din al doilea. Care sînt cele 3 numere?

249. Un muncitor depunea lunar $\frac{1}{4}$ din retribuirea sa la C.E.C. După mărirea retribuițiilor, el a putut depune $\frac{1}{3}$ din retribuire la C.E.C. deoarece $\frac{2}{3}$ din noua retribuire reprezintă tocmai $\frac{3}{4}$ din vechea retribuire. Cu ce fracție din vechea retribuire s-a mărit retribuirea muncitorului?

250. Un muncitor poate executa o lucrare în 12 zile, un alt muncitor o poate executa de 3 ori mai repede și al treilea de 2 ori mai repede decât primul. Toți acești trei muncitori au lucrat $\frac{39}{40}$ zile. Ce parte din lucrare au executat?

251. O uzină a produs 4 500 de mașini în primul trimestru, cu 300 mai mult în al doilea, în al treilea $\frac{4}{5}$ din primul și al IV-lea $\frac{3}{2}$ din al treilea.

Care a fost producția fiecărui trimestru? Dar producția medie trimestrială? Dar cea lunară?

252. Patru prieteni au depus la C.E.C. pentru o excursie 464 lei. Al doilea a depus $3/4$ din suma depusă de primul, al treilea $5/3$ din suma depusă de cel de al doilea și al patrulea o sumă de $\frac{8}{5}$ ori mai mică decât primul.

La sfîrșitul excursiei s-a constatat că ea a costat 80 lei de persoană. Ce sumă a mai încasat fiecare la sfîrșitul excursiei?

253. Un automobil merge 2 ore și se oprește pentru 1 oră. După această oprire, viteza este $\frac{3}{4}$ din viteza pe care a avut-o înainte de a se opri; în felul acesta ajunge la destinație cu 4 ore mai tîrziu. Dacă s-ar fi oprit cu 120 km mai departe, întîrzierea ar fi fost de numai 3 ore. Ce viteză a avut la început automobilul și care a fost toată distanța parcursă de automobil?

254. Depășindu-și norma, o echipă de muncitori primește într-o lună cu 1 056 lei mai mult decât o altă echipă. Cît a primit fiecare echipă, dacă se știe că $2/7$ din banii încasați de prima echipă reprezintă $5/12$ din banii încasați de a doua echipă?



255. Un om a cheltuit $\frac{2}{5}$ din banii ce-i avea, apoi $\frac{1}{2}$ din rest, apoi $\frac{3}{4}$ din al doilea rest și i-au mai rămas 15 lei. Câți lei a avut la început?
256. Provizia de lemne a unei familii este așezată într-o pivniță de formă paralelipipedică, cu dimensiunile de $\frac{17}{2}$ m, $\frac{23}{5}$ m și $\frac{5}{2}$ m. Golurile dintre lemne reprezintă o cincime din volumul lemnului; 1 dm³ de lemn cântărește 600 g. Cât cântăresc aceste lemne?
257. Două persoane au cumpărat împreună o bucată de pânză pe care au plătit 396 lei. Prima ia $\frac{2}{3}$ din pânză plus 2 m, iar a doua restul de 10 m. Câți metri de pânză a luat prima persoană și cât a plătit?
258. La o cherhana s-au adus în timp de o săptămână câte 3 725 kg de pește pe zi. $\frac{1}{3}$ din cantitatea de pește a fost conservată, iar restul așezat în lăzi de câte $22\frac{1}{4}$ kg. Câte lăzi de pește erau?
259. Ce sumă de bani a avut Dinu, dacă, după ce a cheltuit $\frac{3}{5}$ din ea și apoi $\frac{2}{5}$ din rest, i-au rămas 24 lei?
260. Într-un an, într-o regiune viticolă s-au produs 229 200 t de struguri din care $\frac{1}{3}$ s-au transformat în vin. Din 100 kg de struguri s-au obținut 70 litri de vin. Câte sticle de câte $\frac{3}{4}$ l se pot umple cu această cantitate de vin?
261. Câte vagoane au fost necesare pentru transportul a 6 472 243 t de cărbune brut, dacă se știe că la gura minei, cărbunele se alege, pierzând a zecea parte din masă, și că prin spălare mai pierde a cincea parte?
262. Într-un magazin s-au încasat într-o zi 600 lei pentru 10 rochițe și 25 de căciulițe. A doua zi s-au încasat 2 160 lei pentru 20 de rochițe, 30 de căciulițe și 10 uniforme școlare. Prețul unei rochițe reprezintă $\frac{1}{4}$ din prețul unei uniforme școlare. Cât costă o uniformă? o rochiță? o căciuliță?
263. a) 42 membri ai unei cooperative agricole de producție voiau să facă o excursie la Sinaia și au închiriat un autocar pentru care trebuiau să plătească fiecare $12\frac{1}{2}$ lei. În ziua excursiei câțiva nu s-au prezentat și ceilalți au trebuit să dea în plus $\frac{5}{2}$ lei. Câte persoane au plecat în excursie?
- b) Un grup de 9 tineri au plecat într-o excursie cu autocarul. Costul transportului a fost $100\frac{4}{5}$ lei. Băieții s-au hotărât să plătească ei drumul și de aceea au dat în plus câte $5\frac{3}{5}$ lei. Câți băieți și câte fete au fost în excursie?

264. O fermă agricolă are 28 de vaci care dau câte 12 l de lapte pe zi. Laptele se vinde cu 2 lei litrul. Pentru a mări cantitatea de lapte, se mai dă zilnic fiecărei vaci câte $3\frac{1}{2}$ kg de turte de floarea-soarelui, care costă 40 de bani kilogramul. Cu ajutorul acestei hrane suplimentare, producția de lapte se mărește cu $\frac{1}{4}$. Ce sumă s-a câștigat prin această metodă în două luni?

265. O fermă agricolă are 36 de vaci care dau câte 12 kg de lapte pe zi. După ce se opresc 12 kg pentru consum, jumătate din lapte se vinde cu 2 lei kilogramul, iar cealaltă jumătate se transformă în smântină.

Dintr-un kilogram de lapte se obțin $\frac{1}{10}$ kg de smântină, iar dintr-un kilogram de smântină se obțin $\frac{4}{7}$ kg de unt, $\frac{1}{4}$ din smântina obținută se vinde cu 16 lei kilogramul, iar restul se transformă în unt, care se vinde cu 40 de lei kilogramul. Cît s-a încasat pe lapte, smântină și unt în 3 luni?

266. Dintr-o cisternă de benzină s-au scos prima dată $\frac{1}{12}$ din toată cantitatea,

a doua oară $\frac{1}{5}$ din rest, a treia oară de două ori mai mult decât se scosese pînă atunci, a patra oară o treime din ultimul rest și în cisternă au mai rămas 160 l de benzină. Cîți l avea cisterna și cît s-a scos de fiecare dată?

267. Dintr-un lot s-au însămînțat: 135 ha cu grîu reprezentînd $\frac{9}{20}$ din întreaga suprafață arabilă, iar cu porumb $\frac{11}{20}$ din întreaga suprafață. Să se afle:

a) întreaga arie a lotului;

b) cît s-a însămînțat cu porumb;

c) cîtul dintre aria suprafeței însămînțate cu porumb și cea cu grîu;

d) de cîte ori este mai mare aria suprafeței însămînțate cu porumb decât cea cu grîu?

268. Dintr-o bucată de stofă s-au vîndut $\frac{1}{5}$ și încă $\frac{2}{3}$ din ea; bucata care a mai rămas s-a vîndut apoi cu 2 240 lei. Un metru de stofă costă 80 lei. Cîți metri de stofă au fost la început în bucată și cîți metri s-au vîndut de fiecare dată?

269. Dintr-o bucată de stofă s-au vîndut: $\frac{1}{20}$, apoi $\frac{1}{4}$ și apoi $\frac{1}{6}$ din toată stofa și au mai rămas 40 m. Cîți metri de stofă au fost la început?

270. Dintr-o ladă cu mere s-au scos prima oară cu 30 de mere mai puține decât $\frac{2}{5}$ din conținut; a doua oară $\frac{2}{5}$ din rest și au rămas în ladă 72 de mere. Cîte mere au fost la început în ladă?

271. Doi copii au depus la C.E.C. o sumă de bani. $\frac{3}{4}$ din suma depusă de cei doi copii este egală cu 30 lei. Cît a depus fiecare copil știind că unul din ei a depus $\frac{3}{5}$ din cît a depus celălalt?
272. Să se arate că volumul unui paralelipiped dreptunghic nu se schimbă dacă:
 — una din dimensiuni se micșorează cu o treime, alta cu o pătrime și a treia se dublează;
 — una din dimensiuni se mărește cu o treime, alta cu o cincime și a treia se micșorează cu 3 optimi;
 — una din dimensiuni se reduce la o jumătate, alta cu o treime și a treia se triplează.
273. $\frac{2}{3}$ dintr-un număr mărite cu $\frac{4}{5}$ și micșorate cu $\frac{3}{4}$ dă 43. Calculați care a fost numărul inițial.
274. Ionel avea o sumă de bani, din care a cheltuit la început $\frac{1}{3}$, apoi $\frac{1}{2}$ din rest și apoi $\frac{1}{4}$ din ultimul rest. Ceea ce i-a rămas a dat surorii sale. Ce parte i-a dat surorii sale? Ce sumă a avut la început, dacă surorii sale i-a dat 12 lei?
275. Dintr-un butoi cu benzină s-au luat: prima dată $\frac{1}{5}$ din întreaga cantitate, a doua oară $\frac{1}{3}$ din rest, a treia oară $\frac{3}{8}$ din al doilea rest și a patra oară jumătate din ultimul rest. În butoi au mai rămas 5 l de benzină. Cîți litri de benzină au fost la început și cîți s-au luat de fiecare dată?
276. Un lucrător cheltuiește din retribuiția lunară $\frac{5}{12}$ pentru hrană, $\frac{1}{12}$ pentru locuință, $\frac{1}{4}$ pentru îmbrăcăminte, $\frac{1}{8}$ pentru nevoi culturale, iar restul de 150 lei depune la C.E.C.
 Cît cheltuiește pentru hrană, locuință, îmbrăcăminte și cît la sută din retribuiție depune la C.E.C.?
277. Capacitatea rezervorului unui automobil este de 55 l. La plecarea la drum, în rezervor erau $\frac{8}{10}$ din capacitatea lui. După ce a parcurs 225 km, în rezervor mai erau $\frac{3}{10}$ din capacitatea lui. Cîți litri de benzină s-au consumat la 100 km? Cîți kilometri se puteau parcurge cu rezervorul plin?

C. Frații periodice

278. Să se transforme în numere zecimale următoarele fracții ordinare:

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{8}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{5}{8}; \frac{7}{25}; \frac{16}{25}; 3\frac{15}{24}; \frac{45}{360}; 2\frac{1}{8}; \frac{8}{125};$$

$$\frac{21}{28}; \frac{30}{75}; \frac{6}{48}; 12\frac{177}{1500}; \frac{8}{5}; \frac{25}{16}; \frac{363}{250}; 2\frac{86}{625}; 7\frac{541}{2000}.$$

✗ 279. Să se transforme în fracții ordinare următoarele numere zecimale:

3,2; 12,5; 0,095; 0,0024; 0,000 1024; $(\overline{0,428})$ 1,2 ; 0,5; 0,8; 0,037; 0,027; 0,125; 0,185; 7,085; 11,0034.

280. a) Se dă mulțimea:

$$A = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{3}{32}, \frac{4}{21}, \frac{5}{54}, \frac{11}{90}, 12 \frac{7}{50}, \frac{3}{6}, \frac{15}{45}, \right. \\ \left. \frac{9}{27}, \frac{13}{80}, \frac{13}{17}, \frac{8}{125}, \frac{17}{60}, 4 \frac{5}{8}, 1 \frac{7}{10}, 12 \frac{35}{42}, \right. \\ \left. 3 \frac{56}{175}, 13 \frac{26}{65}, 2 \frac{57}{152}, \frac{91}{432}, 19 \frac{135}{288} \right\}.$$

Să se scrie submulțimea numerelor care se transformă în numere zecimale finite.

b) Se dă mulțimea

$$B = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{3}{16}, \frac{4}{625}, \frac{9}{32}, \frac{1}{2}, \frac{11}{25}, \frac{3}{4} \right\}.$$

Să se precizeze la fiecare element câte zecimale va avea numărul zecimal în care se va transforma. Exemplu $\frac{1}{8}$ se va transforma într-un număr cu 3 zecimale $\frac{1}{8} = 0,125$, deoarece $8 = 2^3$.

281. Să se transforme în fracții ordinare următoarele fracții periodice.

0,333...; 0,777...; 0,2121 ...; 0,020202...; 0,130 130...; 0,036036 ...; 0,(009); 0,(1122); 16,41(6); 0,1(9); 0,04(6).

282. Să se afle fracția generatoare a fiecărei fracții periodice: 1,(1); 0,(5); 0,0(1); 0,(13); 0, (001); 0,(125); 0, (0113); 0,(0001).

283. Să se transforme în fracții ordinare: 0,1(65); 0,4(6); 0,02(6); 0,1458(3); 0,80(857142).

284. Să se calculeze:

$$0,37(592) : 0,0(5) \quad 411,3(519) : 58,7(645)$$

$$[0,59(3) : 1,78] \cdot [0,(36) : 0,072].$$

$$285. a) \frac{4,(5) + 2,(7) - 0,45(3)}{0,54(6) + 0,(7) - 0,02(6)} =$$

$$b) \sqrt{\frac{0,004 : 0,0005}{2,4(23) + 3,(576) + 2,0(001911)}} =$$

$$286. \left[\frac{3,(5) - 1,8(3)}{9,(7) - 6,(4)} \cdot \frac{1}{74} \right] : \left[\frac{3,1 \cdot 0,1(01)}{2,(15)} \right] =$$

287. Verificați prin exemple numerice proprietățile:

- suma a două fracții periodice simple este o fracție periodică simplă;
- diferența a două fracții periodice simple este o fracție periodică simplă;
- produsul a două fracții periodice simple este o fracție periodică simplă.

288. Un cîmp de formă dreptunghiulară, cu perimetrul de 8,4 km, iar lăţimea egală cu $\frac{13\frac{19}{37}}{100}$ din lungime, a fost semănat cu grîu, secară şi orz. Ariile respective ale acestor culturi reprezintă $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$ şi $\frac{1}{10}$ din întreaga suprafaţă. Care este aria fiecărei parcele?
289. O cooperativă agricolă de producţie a realizat din vînzarea legumelor 299 429,63 lei. 0,(6) din această sumă a fost depusă la C.E.C. cu procentul de 5% pe an. Ce sumă va ridica această cooperativă după 2 ani?
290. Un cîmp în formă de dreptunghi cu lungimea de 180 dam şi lăţimea egală cu 0,(4) din lungime este îngrăşat cu superfosfaţi, cîte 500 kg la 1 hectar. Ce cantitate de superfosfaţi s-a folosit?
291. Un teren în formă de trapez cu baza mare egală cu 216 m, baza mică egală cu 0,(7) din baza mare, iar înălţimea cu 1,(3) din baza mică s-a semănat cu grîu şi a produs 2 200 kg de grîu şi 2,(28) kg de paie la hectar. Ce cantităţi de grîu şi ce cantitate de paie a produs terenul?
292. Într-un an s-au produs într-o regiune cartofi 74 005,12 t, ceapă 0,(5) din cantitatea de cartofi şi varză 0,(3) din cantitatea de ceapă. Cîte kilograme de ceapă şi varză s-au produs în această regiune?
293. Suma a două numere este 9,7(2); unul din numere reprezintă 0,(6) din celălalt. Care sînt cele două numere?
294. Diferenţa a două numere este 0,0(7); unul din numere reprezintă 0,65 din celălalt. Care sînt cele două numere?
295. Raportul a două numere este 0,(90); dacă scădem $\frac{3}{5}$ ale unui număr din $\frac{3}{4}$ al celuilalt obţinem 45. Care este suma celor două numere?
296. Media aritmetică a 4 numere este 9,50. Care sînt cele 4 numere, dacă se ştie că fiecare număr este cu 3 mai mare decît precedentul?
297. Clasa a V-a a dat o serbare ca să strîngă fonduri pentru o excursie: 75% din bani au fost realizaţi din vînzarea biletelor, 0,4(6) din rest de la bufet, iar restul de 120 de lei de la tombolă. Cît s-a încasat în total de la această serbare?

D. Puteri şi rădăcini pătrate

Să se calculeze:

298. 1) $\left(\frac{15}{17}\right)^2 =$; $\left(\frac{41}{40}\right)^2 =$; 4) $\left(\frac{21}{33}\right)^2 \cdot \left(\frac{99}{25}\right)^2 =$;
- 2) $\left(\frac{17}{19}\right)^2 =$; $\left(\frac{39}{38}\right)^2 =$; 5) $\frac{1}{3^3} \cdot \frac{625}{34^2} \cdot \frac{17^3}{54} =$.
- 3) $\left(\frac{20}{21}\right)^2 =$; $\left(\frac{81}{90}\right)^3 =$;

$$\begin{aligned}
 6) (2^2)^3 + (3^3)^2 - 5^2 &= ; & (4^3)^2 \cdot (3^2)^3 : (3)^8 \cdot 4^5 &= ; \\
 (3^2)^3 + (2^3)^2 - 10^3 &= ; & (3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^5) : (3^7 : 3^3 \cdot 3^6) \cdot 2^8 &= ; \\
 (5^2)^3 + (5^3)^2 - 5^6 &= ; & (2-1)^2 \cdot (5-3)^4 \cdot (1000-95)^0 : 625^0 \cdot 2^3 &= ; \\
 1^2 + 0^2 + 2^2 &= ; & 25 \cdot 625 \cdot (5)^2 : 125 \cdot 25 : 5 &= .
 \end{aligned}$$

7) Să se găsească un număr de 4 cifre pătrat perfect știind că:

- Numărul ce se obține mărind fiecare cifră cu o unitate este tot pătrat perfect.
- Numărul format de cele două cifre din stânga întrece cu o unitate numărul format de cele două cifre din dreapta.
- Numărul este pătratul numărului format de cele două cifre din dreapta.
- Cele două cifre din stânga sînt egale și cele două cifre din dreapta sînt egale.
- Primele două cifre din dreapta formează un pătrat și cele două din stînga tot un pătrat.

Indicație. Se va alcătui tabloul pătratelor perfecte de 4 cifre: 1024; 1089... 9801.

8) a) Cum se poate recunoaște într-o descompunere în factori primi că numărul este pătrat.

R. Toți exponenții factorilor sînt numere pare.

b) Care este cel mai mic număr cu care trebuie înmulțit 240 pentru ca produsul să fie pătrat perfect?

$$9) \left(\frac{1}{3}\right)^2; \quad \left(\frac{8}{5}\right)^2; \quad \left(\frac{14}{5}\right)^2; \quad \left(\frac{4}{3}\right)^7; \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{13}; \quad \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{24} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6}{\left(\frac{2}{3}\right)^{30}}.$$

10) Să se afle valoarea lui x din egalitatea

$$\{5 [(2^9 \cdot 40^{101})^2 : (200 \cdot 2^{309} \cdot 5^{99})^2 + x] - 5\} : 10 - 5 = 0.$$

R. 10

$$11) \sqrt[3]{25} = ; \quad \sqrt[3]{15} = ; \quad \sqrt[3]{289} = .$$

$$12) \sqrt[3]{0,4729} = ; \quad \sqrt[3]{3462,1} = ; \quad \sqrt[3]{472,679} = .$$

$$13) \sqrt{\frac{4}{5}} = ; \quad \sqrt{\frac{81}{49}} = ; \quad \sqrt{\frac{49}{64}} = ; \quad \sqrt{124} = ; \quad \sqrt{38} = ; \quad \sqrt{\frac{7}{9}} = .$$

$$14) \sqrt{81 \cdot 49 \cdot 64} = ; \quad \sqrt{625 \cdot 15 \cdot 35} = ; \quad \sqrt{25 \cdot 70 \cdot 35} = .$$

299. Să se calculeze în două moduri:

$$a) \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{5 \times 5}} = \frac{\sqrt{10}}{5} ; \quad b) \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{0,4} \dots$$

$$1) \sqrt{\frac{3}{2}} = , \quad \sqrt{\frac{21}{5}} = , \quad \sqrt{\frac{18}{10}} = , \quad \sqrt{\frac{7}{75}} = ,$$

$$2) \sqrt{\frac{14}{45}} = , \quad \sqrt{\frac{5}{144}} = , \quad \sqrt{1,96} = , \quad \sqrt{0,0144} = ;$$

$$\begin{array}{r}
 189 \overline{) 18912} \\
 \underline{18912} \\
 0
 \end{array}$$

$$8) \sqrt{\frac{0,289}{10}} =, \sqrt{\frac{0,0625}{100}} =,$$

$$300. 1) \sqrt{\frac{519\ 841}{553\ 536}} \cdot \sqrt{\frac{169}{196}} \cdot \frac{744}{13} \cdot \frac{28}{721},$$

$$2) \sqrt{\frac{281\ 961}{295\ 936}} \cdot \frac{81 \cdot 27 \cdot 35}{19\ 881} \cdot \sqrt{\frac{79\ 524}{1\ 082}} \cdot \frac{(10^3 \cdot 2^3 - 16^2)}{8^3 \cdot 2 \cdot \sqrt{36}},$$

$$3) \sqrt{\frac{(2^4 \cdot 5^2 - 4^2 \cdot 2^4)}{1\ 801\ 881}} \cdot \frac{2\ 282}{2^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{1\ 115}} \cdot \frac{339 \cdot 17}{10^4}$$

$$4) \sqrt{4\ 624 \cdot 2\ 304 \cdot 1927,21}; \quad 5) \sqrt{1\ 892,25 \cdot 19,36 \cdot 0,1764}.$$

Răspunsuri

Cap. VI Frații ordinare

A. Scrierea și citirea fracțiilor ordinare

23. $16\frac{7}{8}$ s. 24. 72 m^3 . 25. $\frac{3}{2}$. 26. 81 l. 27. $1\frac{4}{5}$ kg; 420 kg. 28. 247 500 kg.

29. 300 q. 30. $\frac{36}{2}$; $\frac{108}{2}$. 31. 560 kg. 32. 7 kg. 33. 8 kg. 34. $\frac{12}{13}$; $\frac{13}{12}$. 45. Al doilea

47. $\frac{7}{686}$.

1. Adunarea

64. $3\frac{1}{4}$. 65. $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{6}$. 66. $22\frac{3}{20}$ kg. 67. $360\frac{17}{35}$. 68. $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{12 + 9 + 8}{72} =$

$= \frac{29}{72}$ R. $\frac{72}{29} = 2\frac{14}{29}$ zile. 69. $\frac{11}{20}$. 70. $35\frac{73}{84}$ m³. 71. $86\frac{73}{90}$ kg. 72. $31\frac{1}{10}$ km.

73. $10\frac{379}{2\ 520}$ m. 74. $6\frac{4}{15}$ m. 75. $6\frac{47}{60}$ kg; $10\frac{14}{15}$ kg.

2. Scăderea

76. 450 g. 77. $2\frac{17}{48}$. 78. Cu $\frac{7}{60}$ g. 81. $\frac{4}{9} - \frac{4}{15} = \frac{5 - 3}{45} = \frac{2}{45}$. În $\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$ ore.

82. Cu $\frac{5}{24}$. 83. $29\frac{1}{3}$ ore. 84. $\frac{13}{30}$. 85. $4\frac{1}{4}$ zile. 86. 3 zile. 87. $12\frac{1}{2}$ zile. 88. 19 km.

3. Adunarea și scăderea

93. $\frac{1}{20}$ din baie. 94. $\frac{3}{14}$ km. 95. $\frac{1}{860}$. 96. $2\frac{13}{24}$ kg; $5\frac{1}{3}$ kg; $3\frac{7}{24}$ kg. 97. $27\frac{11}{80}$ km;
 $20\frac{29}{80}$ km. 98. $5\frac{1}{2}$ km.

4. Înmulțirea

100. 88 m. 102. 155 km. 103. 450 kg. 104. $59\frac{8}{9}$ kg. 106. 28 kg. 107. 1 600 m;
 700 m. 108. $3\frac{3}{4}$ m. 109. 9 l. 110. $417\frac{5}{27}$ g.
 111. $1\,037\frac{2}{5}$. 112. 81 cm. 113. 2 880 kg. 114. II. $1\,260 \times \frac{3}{5} = 756$ q; III. $756 \times$
 $\times \frac{2}{3} = 504$ q. 115. $\frac{40 \cdot 210}{21} = 400$ de lei. 116. $\frac{35 \cdot 240}{12} = 700$ km. 117. Într-un kg
 de corp au intrat: $\frac{75}{100}$ salpetru, $\frac{13}{100}$ cărbune și $\frac{12}{100}$ sulf. În $\frac{25}{3}$ kg au in-
 trat: $\frac{75}{100} \cdot \frac{25}{3} = 6\frac{1}{4}$ kg de salpetru, $\frac{13}{100} \cdot \frac{25}{3} = 1\frac{1}{12}$ kg de cărbune și $\frac{12}{100} \cdot \frac{25}{3} =$
 $= 1$ kg de sulf.

5. Împărțirea

118. 28 125 l. 119. 32. 120. 4 800 de căruțe. 121. 10 ani. 122. 180 de ani.
 123. 21 m. 124. $25\frac{1}{4} : 6\frac{1}{3} = 3\frac{75}{76}$ m. 125. 32. 126. 615. 127. 2 268 de piulițe.
 128. $4\frac{14}{17}$ ore. 129. 10 ore. 130. $50\frac{2}{5}$ kg. 131. 32 km. 132. $\frac{1}{24}$. 133. 0,1 cm.
 134. 1 500 kg. 135. 22 kg. 136. 1 200 kg. 137. 240 kg.

6. Înmulțirea și împărțirea

138. 72; 600; 102, $23\frac{2}{24}$; $20\frac{2}{3}$. 139. $\frac{76\frac{2}{3} \cdot 4\frac{1}{2}}{15\frac{1}{3}} = 22\frac{1}{2}$ zile. 140. 400; 800; 1 200;
 1 600 lei. 141. 20 de ore. 142. $\frac{46\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{3}}{3\frac{1}{2}} = 70\frac{6}{7}$ km/oră. 143. $36; \frac{3}{2}; 3,6$.
 144. $\frac{45\frac{17}{20}}{\frac{9}{10}} = 42\frac{1}{2}$ g. 145. $\frac{17}{20} \cdot \frac{150}{5} : 50 = \frac{51}{100}$. 146. $\frac{7\,504 \cdot 7\frac{1}{8}}{4\frac{3}{4}} = 3\,752$ t. 147. $93\frac{3}{4}$;

40 $\frac{1}{4}$; 9 $\frac{3}{4}$ lei. 148. 600 de lei. 149. După prima operație au rămas $\frac{5}{8}$ din al:

cool, după a doua $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{64}$, după a treia $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{125}{512}$; $\frac{1\frac{1}{4} \cdot 512}{125} = 5\frac{12}{100}$ l.

150. $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$; $20 : \frac{8}{15} = \frac{300}{8} = 37\frac{1}{2}$ m. 151. 1 800 kg. 152. 5 600 g; 820 g.

B. Cele patru operații cu fracții ordinare

220. I. $54\frac{6}{11}$; II. $93\frac{3}{4}$; III. $43\frac{3}{4}$; IV. 10 ha; V. $2\frac{1}{2}$ ha. 221. 360 ha grâu, 225 ha porumb, 180 ha orz și secară; 135 ha legume. 222. 135 ha; 225 ha; 225 ha; 810 ha. 223. 400; 300; 240; 260. 224. $11\frac{3}{7}$ q. 227. 27 km; 24 km; 12 km. 228. 30 000 de lei. 229. 50; 48. 232. Prima brigadă ar fi executat lucrarea în 9 zile. $\frac{1}{4}$ din prima brigadă va executa lucrarea $9 \cdot 4 = 36$ zile.

A doua brigadă ar fi executat lucrarea în 10 zile. $\frac{1}{3}$ din brigada a doua va executa lucrarea în $10 \cdot 3 = 30$ de zile. A treia brigadă ar fi executat lucrarea în 12 zile $\frac{1}{2}$ din brigada a treia va executa lucrarea în $12 \cdot 2 = 24$ de zile.

Brigada nouă va executa într-o zi: $\frac{1}{36} + \frac{1}{30} + \frac{1}{24} = \frac{37}{360}$ din lucrare. Pentru în-

treaga lucrare vor fi necesare $1 : \frac{37}{360} = \frac{360}{37} = 9\frac{27}{37}$ zile.

233. Prin primul robinet vin în fiecare minut:

$$2\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{9} \text{ l.}$$

Prin al doilea robinet se scurg în fiecare minut

$$2\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \text{ l.}$$

După un minut rămân în bazin $\frac{40}{9} - \frac{10}{3} = \frac{10}{9}$ l.

Pentru a se umple vor fi necesare:

$$820 : \frac{10}{9} = \frac{820 \cdot 9}{10} = 738 \text{ de minute: } \frac{738}{60} = 12 \text{ ore } 18 \text{ minute. } 234. 15 \text{ zile.}$$

235. Dacă primul face lucrarea în $\frac{2}{3}$ zile, într-o zi va face $\frac{3}{2}$ din lucrare. Dacă al doilea face lucrarea în $\frac{4}{5}$ zile, într-o zi va face $\frac{5}{4}$ din lucrare. Împreună, într-o zi ar face $\frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$ din lucrare, deci toată lucrarea o vor face în

$\frac{4}{11}$ zile. Primul face $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{11} = \frac{6}{11}$ din lucrare, iar al doilea $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{11}$ din lucrare.

236. 420 de lei; 300 de lei; 12 m. 238. I. $\frac{4 \cdot 156}{12} = \frac{624}{12}$; II. $\frac{3 \cdot 165}{12} = \frac{495}{12}$; III. $\frac{5 \times 171}{12} = \frac{855}{12}$; $\frac{624}{12} + \frac{495}{12} + \frac{855}{12} = \frac{1974}{12}$; $\frac{12 \times 9870}{1974} = 60$ m; $60 \cdot \frac{1}{3} = 20$ m; $60 \cdot \frac{1}{4} = 15$ m; $60 \cdot \frac{5}{12} = 25$ m. 239. $\frac{55}{77}$; $\frac{480}{672}$. 240. $4 \frac{4}{5} \cdot 100 \cdot 7 \frac{1}{2} : 12 = 4 \frac{4}{5} \cdot 100 : (3 \cdot 4) = 260$ ari. 241. 60 ha. 242. 12,5 kg; 7,5 kg. 243. 3 960 lei, 1 080 lei, 2 376 lei. 244. 738 ha. 492 ha. 245. 1 200 ha. 247. 12 alune. 248. 305; 459; 231. 249. Cu $\frac{1}{8}$. 252. 48; 16; 80; 0 lei. 254. 3 360 lei și 2 304 lei. 260. $229\,200 : 3 = 76\,400$ t.

$$\begin{array}{r} 100 \dots\dots\dots 70 \\ 76\,400\,000 \dots\dots x \\ \hline x = \frac{70 \times 76\,400\,000}{100} = 5\,348\,000 \\ \frac{5\,348\,000 \times 4}{3} \approx 7\,130\,666. \end{array}$$

262. 10 uniforme școlare = 40 de rochițe.

40 de rochițe + 20 de rochițe = 60 de rochițe.

10 rochițe	25 de căciulițe	600 lei
60 de rochițe	30 de căciulițe	2 160 lei
60 de rochițe	150 de căciulițe	3 600 lei
60 de rochițe	30 de căciulițe	2 160 lei

$$\begin{array}{l} 150 - 30 = 120 \text{ de căciulițe} \\ 3\,600 - 2\,160 = 1\,440 \text{ lei} \\ 1\,440 : 120 = 12 \text{ lei} \\ 1 \text{ căciuliță} = 12 \text{ lei} \\ 1 \text{ rochiță} = 30 \text{ lei} \\ 1 \text{ uniformă} = 120 \text{ lei} \end{array}$$

263. a) 35; b) 6; 3. 266. 1200 l; 100 l; 220 l; 640 l; 80 l.

268. 210 m; 42 m; 140 m; 28 m. 269. 75 m. 271. 25 de lei; 15 lei.

273. $64 \frac{17}{40}$ 274. Prima dată a cheltuit $\frac{1}{3}$.

a) A doua oară..... $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$,

A treia oară..... $\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{12}$.

Surorii sale i-a dat $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4}$.

b) $\frac{1}{4}$ este 12 lei, deci suma inițială este $\frac{12 \cdot 4}{1} = 48$ de lei.

276. 500; 100; 300; 12,50 %.

C. Frații periodice

279. $\frac{16}{5}; \frac{5}{4}; \frac{19}{200}; \frac{3}{1250}; \frac{8}{78125}$; 281. $\frac{1}{3}; \frac{7}{9}; \frac{7}{33}; \frac{2}{99}; \frac{130}{999}; \frac{4}{111}; \frac{1}{111}; \frac{34}{303}$; $16\frac{5}{12}; \frac{1}{5}; \frac{7}{150}$.

282. $1\frac{1}{9}; \frac{5}{9}; \frac{1}{90}; \frac{13}{99}; \frac{1}{999}; \frac{125}{999}; \frac{113}{9990}; \frac{1}{9999}$. 283. $\frac{82}{495}; \frac{7}{15}; \frac{2}{75}; \frac{7}{48}; \frac{283}{350}$. 284. $6\frac{23}{30}; 7$.

290. 72 t. 292. 41 113 955 kg de ceapă; 13 704 657 kg de varză. 293. $5\frac{5}{6} =$

$= 5,8(3); 3\frac{8}{9} = 3(8)$. 294. 0,(2) și 0,1(4). 295. 1 050. 296. 5, 8, 11, 14.

297. 900 de lei.

Capitolul VII

Rapoarte și proporții

A. Rapoarte

1. Lacul Razelm are aria de 360 km^2 , iar lacul Tașaul are aria de 12 km^2 . De câte ori este mai mare lacul Razelm decât Tașaul?
2. De pe un hectar de pământ îngrășat s-au recoltat $24\,000 \text{ kg}$ de sfeclă, iar de pe un hectar de pământ neîngrășat s-au recoltat $16\,000 \text{ kg}$. De câte ori este mai mare recolta de pe primul hectar decât de pe cel de-al doilea?
3. Lungimea totală a fluviului Dunărea este de $2\,860 \text{ km}$. În țara noastră Dunărea are o lungime de $1\,075 \text{ km}$. Cât reprezintă lungimea de pe teritoriul țării noastre față de lungimea totală?
4. Un cub are muchia de 3 cm ; un alt cub are muchia de 6 cm . Să se afle raportul muchiilor, al ariilor laterale, al volumelor. Un cub are muchia de $2,5 \text{ cm}$; un alt cub are muchia de $7\frac{1}{2} \text{ cm}$. Să se afle raportul muchiilor, al ariilor totale, al volumelor.
5. Puterea de încolțire a semințelor este raportul dintre numărul semințelor încolțite și numărul semințelor semănate. Care este puterea de încolțire a mazării, dacă din 960 de semințe semănate au încolțit 800 ?
6. Concentrația unei soluții este raportul dintre masa corpului dizolvat și masa soluției. Care este concentrația unei soluții formate din 4 kg de apă, în care s-au dizolvat 40 g de sare? În cită apă ar trebui să dizolvăm 40 g de sare, pentru a obține o concentrație de $\frac{1}{100}$?
7. Ce cantitate de acid sulfuric s-a dizolvat în 10 l de apă, dacă s-a obținut o concentrație de 40% ?
8. Care este raportul dintre minut și oră? dintre hectar și metru pătrat? dintre gram și tonă? dintre chintal și decagram?
9. Să se scrie rapoartele numerelor:
 35 și 7 ; 144 și 12 ; 625 și 15 ; 15 și 225 ; 12 și 36 ;
 $12\frac{1}{2}$ și 50 ; $7,5$ și $1,84$; $6\frac{3}{4}$ și $\frac{9}{10}$; $123\frac{1}{2}$ și $324\frac{1}{3}$;
 $21\frac{2}{3}$ și $5\frac{8}{12}$; $0,(3)$ și $0,(6)$; $0,(35)$ și $0,(7)$.

Capitolul VII

Rapoarte și proporții

A. Rapoarte

1. Lacul Razelm are aria de 360 km^2 , iar lacul Tașaul are aria de 12 km^2 . De câte ori este mai mare lacul Razelm decât Tașaul?
2. De pe un hectar de pământ îngrașat s-au recoltat $24\,000 \text{ kg}$ de sfeclă, iar de pe un hectar de pământ neîngrașat s-au recoltat $16\,000 \text{ kg}$. De câte ori este mai mare recolta de pe primul hectar decât de pe cel de-al doilea?
3. Lungimea totală a fluviului Dunărea este de $2\,860 \text{ km}$. În țara noastră Dunărea are o lungime de $1\,075 \text{ km}$. Cât reprezintă lungimea de pe teritoriul țării noastre față de lungimea totală?
4. Un cub are muchia de 3 cm ; un alt cub are muchia de 6 cm . Să se afle raportul muchiilor, al ariilor laterale, al volumelor. Un cub are muchia de $2,5 \text{ cm}$; un alt cub are muchia de $7\frac{1}{2} \text{ cm}$. Să se afle raportul muchiilor, al ariilor totale, al volumelor.
5. Puterea de încolțire a semințelor este raportul dintre numărul semințelor încolțite și numărul semințelor semănate. Care este puterea de încolțire a mazării, dacă din 960 de semințe semănate au încolțit 800 ?
6. Concentrația unei soluții este raportul dintre masa corpului dizolvat și masa soluției. Care este concentrația unei soluții formate din 4 kg de apă, în care s-au dizolvat 40 g de sare? În câtă apă ar trebui să dizolvăm 40 g de sare, pentru a obține o concentrație de $\frac{1}{100}$?
7. Ce cantitate de acid sulfuric s-a dizolvat în 10 l de apă, dacă s-a obținut o concentrație de 40% ?
8. Care este raportul dintre minut și oră? dintre hectar și metru pătrat? dintre gram și tonă? dintre chintal și decagram?
9. Să se scrie rapoartele numerelor:
 35 și 7 ; 144 și 12 ; 625 și 15 ; 15 și 225 ; 12 și 36 ;
 $12\frac{1}{2}$ și 50 ; $7,5$ și $1,84$; $6\frac{3}{4}$ și $\frac{9}{10}$; $123\frac{1}{2}$ și $324\frac{1}{3}$;
 $21\frac{2}{3}$ și $5\frac{8}{12}$; $0,(3)$ și $0,(6)$; $0,(35)$ și $0,(7)$.

10. Se dau numerele $a = 1,25$ și $b = 1250$. Să se scrie raportul numerelor a și b ; raportul numerelor b și a , raportul numerelor 1 și $\frac{a}{b}$, raportul numerelor 1 și $\frac{b}{a}$.

11. Se dau numerele 1) $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{3}$. 2) $a = 24$, $b = 36$. 3) $a = 7,2$, $b = 18$.

Să se găsească în fiecare caz cu ce număr trebuie să înmulțim pe b pentru a obține pe a ; cu ce număr să împărțim pe a pentru a obține pe b .

12. Amplificați raportul $\frac{9}{\frac{1}{3}}$ cu $\frac{5}{7}$ și arătați că valoarea raportului rămâne ne-

schimbată (în două feluri: efectuind calculele sau cu ajutorul calculelor neefectuate).

13. Să se afle rapoartele dintre:

25 m și 35 km;

$17\frac{1}{2} \text{ m}^2$ și 35 ha;

65 dm și 130 m;

33,5 dam² și 100 m²;

36 kg și 6 t;

0,(5) dm² și 0,(6) mm²;

3 q și 15 kg;

12 dm³ și 72 dam³;

3^h 15^m și 7^h 30^m;

15 l și 36 hl;

72 kl și 144 dal;

3,(3) dm³ și 0,(3) m³.

14. Să se găsească termenul necunoscut din rapoartele:

$$\frac{x}{7} = \frac{2}{5};$$

$$\frac{x}{\frac{2}{3}} = 0,7;$$

$$\frac{x}{12} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{x}{\frac{1}{5}} = 0,3;$$

$$\frac{x}{25} = 625;$$

$$\frac{x}{0,99} = 0,(3);$$

$$\frac{x}{17} = \frac{34}{3};$$

$$\frac{x}{7\frac{1}{2}} = 3\frac{1}{3}.$$

15. Să se găsească termenul necunoscut din rapoartele:

$$\frac{625}{x} = 15;$$

$$\frac{7\frac{1}{3}}{x} = 12;$$

$$\frac{600}{x} = 20;$$

$$\frac{5,2}{x} = 3\frac{1}{2};$$

$$\frac{7,2}{x} = 1,2;$$

$$\frac{5,(3)}{x} = 3,(3);$$

$$\frac{0,96}{x} = 0,16.$$

16. Să se găsească termenul necunoscut din egalitățile:

$$\frac{17\frac{1}{3}}{x} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{15,(5)}{x} = 1,(7);$$

$$\frac{13\frac{1}{3}}{x} = 1;$$

$$\frac{x}{5\frac{1}{3}} = 6$$

$$\frac{x}{2,(7)} = 3,(4);$$

$$\frac{x}{12,(77)} = 0.$$

10. Se dau numerele $a = 1,25$ și $b = 1250$. Să se scrie raportul numerelor a și b ; raportul numerelor b și a , raportul numerelor 1 și $\frac{a}{b}$, raportul numerelor 1 și $\frac{b}{a}$.

11. Se dau numerele 1) $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{3}$. 2) $a = 24$, $b = 36$. 3) $a = 7,2$, $b = 18$. Să se găsească în fiecare caz cu ce număr trebuie să înmulțim pe b pentru a obține pe a ; cu ce număr să împărțim pe a pentru a obține pe b .

12. Amplificați raportul $\frac{9}{\frac{1}{3}}$ cu $\frac{5}{7}$ și arătați că valoarea raportului rămâne ne-

schimbată (în două feluri: efectuând calculele sau cu ajutorul calculelor neefectuate).

13. Să se afle rapoartele dintre:

25 m și 35 km;

$17\frac{1}{2}$ m² și 35 ha;

65 dm și 130 m;

33,5 dam² și 100 m²;

36 kg și 6 t;

0,(5) dm² și 0,(6) mm²;

3 q și 15 kg;

12 dm³ și 72 dam³;

3^h 15^m și 7^h 30^m;

15 l și 36 hl;

72 kl și 144 dal;

3,(3) dm³ și 0,(3) m³.

14. Să se găsească termenul necunoscut din rapoartele:

$$\frac{x}{7} = \frac{2}{5}; \quad \frac{x}{\frac{2}{3}} = 0,7; \quad \frac{x}{12} = \frac{1}{2}; \quad \frac{x}{\frac{1}{5}} = 0,3;$$

$$\frac{x}{25} = 625; \quad \frac{x}{0,99} = 0,(3); \quad \frac{x}{17} = \frac{34}{3}; \quad \frac{x}{7\frac{1}{2}} = 3\frac{1}{3}.$$

15. Să se găsească termenul necunoscut din rapoartele:

$$\frac{625}{x} = 15; \quad \frac{7\frac{1}{3}}{x} = 12; \quad \frac{600}{x} = 20; \quad \frac{5,2}{x} = 3\frac{1}{2};$$

$$\frac{7,2}{x} = 1,2; \quad \frac{5,(3)}{x} = 3,(3); \quad \frac{0,96}{x} = 0,16.$$

16. Să se găsească termenul necunoscut din egalitățile:

$$\frac{17\frac{1}{3}}{x} = \frac{1}{3}; \quad \frac{15,(5)}{x} = 1,(7); \quad \frac{13\frac{1}{3}}{x} = 1; \quad \frac{x}{5\frac{1}{3}} = 6$$

$$\frac{x}{2,(7)} = 3,(4); \quad \frac{x}{12,(77)} = 0.$$

17. Să se scrie 4 rapoarte diferite egale cu 4; 3 rapoarte diferite egale cu $\frac{1}{5}$; 4 rapoarte diferite egale cu 0,(6).
18. Raportul dintre numărul 10 și un număr necunoscut x este egal cu: a) 4; b) $\frac{1}{2}$; c) 1,4. Să se calculeze în fiecare caz numărul x .
19. Raportul dintre un număr necunoscut x și 3 este egal cu: a) 2; b) 1,5; c) 2,(3). Să se calculeze numărul necunoscut x .
20. Există roți dințate cu:

(18), (20), 22, 24, (32), (36), (40), 48, 52, 58, (64), 72, 80, 90, 105 și 120 de dinți. Să se aleagă perechile de roți în așa fel ca raportul dintre numărul dinților să fie:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{5}, \frac{7}{8}.$$

$\frac{1}{20000}$

21. Cum se schimbă un raport dacă:

- a) Mărim primul termen de 4 ori? de 5 ori? de $1\frac{1}{2}$ ori? de 0,5 ori?
- b) Micșorăm primul termen de 5 ori? de 7 ori? de $3\frac{1}{3}$ ori? de $19\frac{1}{2}$ ori?
- c) Mărim al doilea termen de 3 ori? de 15 ori? de $14\frac{1}{3}$ ori?
- d) Micșorăm al doilea termen de 2 ori? de 11 ori? de $7\frac{1}{5}$ ori?
- e) Mărim primul și al doilea termen de 5 ori? de 16 ori? de $\frac{3}{2}$ ori?
- f) Micșorăm primul și al doilea termen de 2 ori? de 10 ori?

22. Cum se schimbă un raport dacă:

- a) Mărim primul termen de 3 ori și micșorăm termenul al doilea de 6 ori?
- b) Micșorăm primul termen de 15 ori și mărim al doilea termen de 30 de ori?

23. Lungimea drumului de la București la Bacău este de 302 km; pe o hartă această distanță are lungimea de 15,1 cm. Care este scara acestei hărți?

- (24) Distanța de la București la Drăgășani este de 240 km. Cât va măsura această distanță pe o hartă cu scara $\frac{1}{2\ 000\ 000}$?

25. Pe o hartă cu scara $\frac{1}{2\ 000\ 000}$, drumul de la Iași la București este de 20,4 cm.

Care este în realitate această distanță?

- (26) Doi bicicliști pleacă în același timp unul spre celălalt din două localități. Distanța dintre ele fiind 45 km. Raportul vitezelor celor doi bicicliști este $\frac{4}{5}$ și unul din ei face cu 3 km/oră mai mult decât celălalt. Se cere:

- a) vitezele celor doi bicicliști?
- b) la ce distanță se întâlnesc?
- c) după cât timp se întâlnesc?

27. O întreprindere agricolă de stat a însămînțat 1 900 ha cu grîu, orz, ovăz și secară. Să se afle suprafețele însămînțate cu fiecare fel de cereale, dacă se știe că raportul dintre suprafețele însămînțate cu orz și grîu este $\frac{1}{3}$, a celor însămînțate cu ovăz și orz de $\frac{1}{2}$ și a celor însămînțate cu secară și orz $\frac{1}{4}$.

28. Demonstrați că produsul următoarelor cinci rapoarte:

$$\frac{4}{7}, \frac{8}{14}, \frac{12}{21}, \frac{16}{28} \text{ și } \frac{36}{63} \text{ este egal cu } \left(\frac{4}{7}\right)^5.$$

29. Se dă: $\frac{19}{x} = \frac{25}{y} = \frac{23}{z} = \frac{40}{t}$ și produsul $xyzt = 35\,397\,000$; să se afle valorile lui x, y, z, t .

B. Proportii

30. Să se scrie cîteva proporții în care rapoartele să fie egale cu: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $3\frac{1}{4}$; 3,19; 0,(6).

31. Să se cerceteze (pe două căi, prin simplificare și pe baza proprietății fundamentale a proporțiilor) dacă următoarele rapoarte pot forma proporții:

$$\frac{5}{7} \text{ și } \frac{21}{15}; \frac{3\frac{1}{2}}{4\frac{3}{5}} \text{ și } \frac{0,27}{0,11}; \frac{1,5}{2,5} \text{ și } \frac{13}{26}; \frac{1,5}{3} \text{ și } \frac{50}{25}; \frac{50}{25} \text{ și } \frac{3}{1,5}.$$

32. Să se verifice dacă următoarele proporții sînt adevărate:

$$18:2 = 81:9; 50:2 = 625:25; 3,6:1,8 = 4,2:2,1;$$

$$\frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{35}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{7}}; \frac{200\frac{4}{7}}{88} = \frac{36\frac{16}{21}}{44\frac{2}{4}}; \frac{0,1}{0,5} = \frac{2}{10}; \frac{75}{15} = \frac{120}{60};$$

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{25}{10}; \frac{0,1}{0,08} = \frac{4}{5}.$$

33. Să se alcătuiască proporțiile din care au provenit produsele egale:

$$25 \cdot 3 = 75 \cdot 1;$$

$$2,5 \cdot 17 = 8,5 \cdot 5;$$

$$4 \cdot 20 = 16 \cdot 5;$$

$$12,9 \cdot 9 = 38,7 \cdot 3;$$

$$2,3 \cdot 18,4 = 9,2 \cdot 4,6;$$

$$1\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}; 2\frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{44}{16} \cdot 2; 1,2 \cdot 72 = 72 \cdot \frac{6}{5}.$$

4 34. Să se găsească termenul necunoscut în proporțiile:

$$\frac{x}{9} = \frac{7}{14}; \quad \frac{75}{9} = \frac{x}{9}; \quad \frac{184}{x} = \frac{92}{230}; \quad \frac{100}{x} = \frac{300}{480};$$

$$\frac{x}{15} = \frac{8}{24}; \quad \frac{72}{40} = \frac{324}{x}; \quad \frac{x}{12} = \frac{4\frac{3}{4}}{7\frac{1}{8}}; \quad \frac{3\frac{1}{2}}{0,4} = \frac{x}{1\frac{1}{7}}; \quad \frac{2\frac{3}{4}}{x} = \frac{44}{16}; \quad \frac{1,2}{x} = \frac{72}{5}.$$

x 35. Să se găsească valoarea necunoscutei x din următoarele proporții.

$$a) \quad \frac{4}{28} = \frac{4,5}{3x}; \quad \frac{2x}{9} = \frac{2\frac{1}{3}}{5\frac{1}{4}}; \quad \frac{0,3}{0,4} = \frac{1,35}{0,3x}; \quad \frac{7x}{42} = \frac{45}{27}; \quad \frac{4x}{31} = \frac{44}{11}; \quad \frac{\frac{1}{6}}{2\frac{1}{3}} = \frac{3\frac{1}{4}x}{1,3};$$

b) Verificați prin exemple numerice următoarele proprietăți ale proporțiilor:

1) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ atunci

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d};$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}.$$

2) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

atunci

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Să se folosească aceste proprietăți în rezolvarea următoarelor exerciții:

$$\frac{x+15}{x} = \frac{4}{3};$$

$$\frac{x-2\frac{1}{2}}{1,5} = \frac{x}{2};$$

$$\frac{9,5-x}{\frac{3}{2}+x} = \frac{15}{95};$$

$$\frac{2x+1}{2x-3} = \frac{7}{3};$$

$$\frac{0,01(36)x}{14,(9)} = \frac{1}{1,(6)}.$$

X — Suma a două numere este 21 iar raportul lor este $\frac{1}{2}$.

Care sînt cele două numere?

- Diferența a două numere este egală cu 3 iar raportul lor este tot 3.
Să se afle aceste numere.
- Raportul a două numere este $1\frac{1}{2}$ iar diferența lor 1,56.
Să se afle aceste numere.
- Raportul a două numere este $\frac{5}{6}$ iar diferența lor 5.
Care sînt cele două numere?

Rezolvare $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}; \quad b - a = 5;$

$$\frac{a}{5} = \frac{5}{1}, \quad a = 25; \quad b = 30;$$

$$30 - 25 = 5.$$

c) Transcrieți cu cuvinte formulele:

1) Dacă $\frac{a}{b} = q$ și $\frac{c}{d} = q'$

atunci $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = q \times q'.$

2) Dacă $\frac{a}{b} = q$ atunci $\frac{a \times m}{b \times m} = q.$

3) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ și $\frac{m}{n} = \frac{c}{d}$

atunci $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}.$

4) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

atunci $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}.$

Verificați aceste proprietăți cu ajutorul valorilor:

$$a = 12; \quad b = +3; \quad c = 24; \quad d = +6;$$

$$a = -36; \quad b = 9; \quad c = -72; \quad d = 18;$$

$$a = \frac{36}{5}; \quad b = \frac{2}{3}; \quad c = \frac{72}{5}; \quad d = \frac{4}{3};$$

$$m = 1; \quad n = 2.$$

d) Să se calculeze x din proporția

$$\frac{x}{0,5^2 \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\left(2,0(5) - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 3, (27)}{\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) : 31\frac{1}{20}}}$$

$$\sqrt{22\frac{9}{16}}$$

Soluția:

$$\frac{x}{\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{9}}{\sqrt{\frac{361}{16}}}} = \frac{\left(2\frac{5}{90} - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{27}{99}}{\sqrt{\frac{23}{60} \times \frac{20}{624}}}$$

$$\frac{x}{\frac{19}{72} \cdot \frac{4}{19}} = \frac{1}{\frac{1}{9}}$$

$$x = \frac{19}{72} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{9}{1} = \frac{1}{2}$$

36. Să se afle media proporțională sau geometrică a numerelor:

4 și 16; 1,5 și 6; 2,5 și 0,4; $\frac{36}{7}$ și $\frac{4}{6}$; 0,(4) și $1\frac{7}{9}$; $\frac{1}{3}$ și $\frac{27}{4}$; $\frac{5}{16}$ și $\frac{4}{125}$; 0,3125 și 0,032.

C. Regula de trei simplă și regula de trei compusă

1. Mărimi direct proporționale

37. Din 25 l de lapte s-au obținut 3 l de smintină. Câtă smintină se va obține din 150 l de lapte?

38. La amiază, un brad aruncă pe pământ o umbră de 14,4 m (fig. 7). În același moment un stîlp vertical înalt de 1,5 m dă o umbră de 0,9 m (fig. 8). Care este înălțimea bradului?

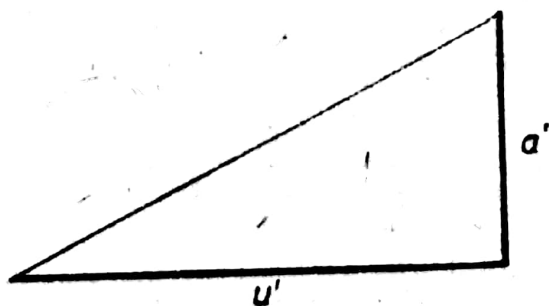


Fig. 7.

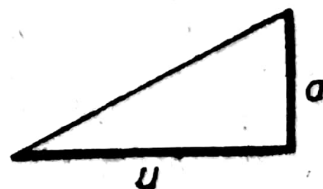


Fig. 8.

39. Un colac de sîrmă de 25 m cîntărește 4,5 kg. Care va fi masa sîrmei cu care se împrejmuiește de 4 ori un loc în formă de pătrat cu latura de 150 m?

40. Din 6 kg de cafea verde se obțin 5 kg de cafea prăjită. Cîte kilograme de cafea verde sînt necesare pentru a obține 125 kg de cafea prăjită?

41. La un cuptor de var se folosesc 220 kg de cărbuni pentru 2 200 kg de piatră de var. Dintr-o tonă de piatră de var se scot 450 kg de var nestins. Ce cantitate de cărbuni arde zilnic acest cuptor, care produce 9 t de var nestins?
42. 3 m de catifea valorează cît 8 m de stofă. 13 m de stofă costă 273 de lei. Cît costă 29 m de catifea?
43. Un tren de marfă care are o viteză de 18 km pe oră și un tren personal care are o viteză de 24 km pe oră merg pe o linie dublă în sensuri opuse. Mecanicul din trenul de marfă observă că trecerea trenului personal prin fața sa durează 13 secunde. Care era lungimea trenului personal?
44. Un șofer care mergea cu autocamionul spre Ploiești cu o viteză de 40 km pe oră, a întîlnit un tren care venea de la Ploiești cu o viteză de 24 km pe oră și care avea o lungime de 180 m. În cît timp a trecut autocamionul pe lingă tren?
45. Un bou legat de un par cu o funie lungă de $7\frac{1}{2}$ m poate paște iarba din jurul parului în 4 zile. În cîte zile ar fi păscut, dacă funia ar fi fost de $13\frac{3}{4}$ m?
46. Un muncitor poate construi un zid lung de 33 m în 22 de zile. În cît timp vor construi 7 muncitori un zid de 56 m, dar mai greu de lucrat ca primul de $\frac{6}{5}$ ori?

* * *

47. O placă de metal de formă paralelipipedică are lungimea 26 cm, lățimea 14 cm și grosimea de 1 mm și cîntărește 273 g. O placă din același material cu aceeași lungime și lățime, dar grosime diferită, cîntărește 81,9 g. Care este grosimea acestei plăci?
48. O mamă împreună cu fiica ei lucrează într-un atelier de covoare. Prima țese $3\frac{1}{2}$ m pe zi, iar a doua $2\frac{3}{4}$ m pe zi.
Pentru 18 zile de lucru mama a luat cu 108 lei mai mult decît fiica. Cît a încasat fiecare din ele pentru cele 18 zile de lucru?
49. 12 muncitori repară o jumătate dintr-un drum de fier în 28 de zile. În cîte zile va fi reparată cealaltă jumătate, dacă numărul muncitorilor s-a micșorat cu 4 (norma a rămas aceeași)?
50. Un muncitor a depus la C.E.C. în primele trei luni ale anului suma de 1050 lei. Raportul dintre suma depusă în prima lună și a doua este $\frac{3}{4}$; iar diferența dintre aceste sume este de 100 lei.
a) Să se afle cît a depus în fiecare lună?
b) Dacă în luna a treia a depus 50 bancnote de 5 lei și 10 lei, să se afle cîte bancnote au fost de 5 lei și cîte de 10 lei?

Rezolvare

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}; \quad \frac{x}{y-x} = \frac{3}{4-3}; \quad \frac{x}{100} = \frac{3}{1};$$

$$x = 300; y = 400; z = 350.$$

R. $\begin{cases} 20 \text{ bancenote de } 10 \text{ lei} \\ 30 \text{ bancenote de } 5 \text{ lei.} \end{cases}$

51. Pe un cîmp dreptunghiular cu dimensiunile de 200 m și 100 m s-au pus 60 t de îngrășămint. Ce cantitate de îngrășămint se va pune pe un loc de aceeași formă cu dimensiunile de 300 m și 150 m, dacă se pune aceeași cantitate la hectar?
52. O gospodină a făcut o prăjitură din: 250 g de făină, 150 g de unt, 60 g de zahăr și $1\frac{1}{2}$ gălbenuș de ou. Ce cantitate va trebui să pună din fiecare, dacă pune 6 gălbenușuri de ou?
- X 53. La un concurs s-au acordat premii în valoare de 1380 lei, proporțional cu punctele obținute. Cei patru concurenți au totalizat 69 de puncte; primul un număr de puncte egal cu $\frac{3}{4}$ din ceea ce a realizat al patrulea, al doilea $\frac{8}{9}$ din numărul realizat de al treilea și al treilea $\frac{9}{10}$ din ceea ce a realizat al patrulea. Ce sumă a încasat fiecare concurent?
54. 10 muncitori și-au propus să execute o lucrare într-un anumit timp. Dacă trei dintre ei (din cauză de boală) n-au venit, pentru a termina lucrarea, ceilalți ar fi trebuit să lucreze cîte 5 ore peste termenul hotărît. În cîte ore s-ar fi executat lucrarea, dacă s-ar fi prezentat la lucru toți cei 10 muncitori?
- X 55. Din 5,75 kg de coajă de mesteacăn se obțin $718\frac{3}{4}$ g de catran. Cîtă coajă de mesteacăn trebuie să se ia ca să se capete 32,8 kg de catran?
56. Trestia de zahăr conține suc în cantitate de 0,9 din masa sa; dintr-un kg de suc se obțin 0,085 kg de zahăr tos. Cîte chintale de trestie de zahăr sint necesare pentru a se obține 3 q 45 kg de zahăr tos?

2. Mărimi invers proporționale

- X 57. S-au pus în 15 borcane cîte 0,750 kg de miere. O cantitate de miere egală cu prima se pune în borcane de cîte 0,150 kg. Cîte borcane s-au folosit?
58. Folosind cîte 1,50 m de pînză la un șorț, dintr-o bucată de pînză s-au făcut 24 de șorțuri. Cîte șorțuri s-ar fi făcut dacă se folosea cu 30 cm mai mult la un șorț?
59. 12 muncitori au terminat de lucrat în 15 zile jumătate dintr-o porțiune de cale ferată care trebuia reparată; apoi numărul muncitorilor s-a mărit cu 3. Cu cît se va scurta timpul în care va fi terminată lucrarea?



60. O bucătărie poate fi pardosită sau cu dale de piatră pătrate cu latura de 10 cm, și ar fi necesare 1 200 de astfel de dale, sau cu dale pătrate cu latura de 8 cm. Primele dale se vînd cu 80 de lei sută de bucăți, iar celelalte cu 0,65 lei bucata. Cum este mai economic să se pardosească bucătăria?
61. Pentru construirea unui zid de 50,75 m s-au adus 14 muncitori care pot să-l termine în 16 zile; dar după 6 zile numărul muncitorilor se mărește cu 4. În cîte zile se va termina zidul?
62. Un șanț lung de 107 m, lat de $1\frac{1}{2}$ m și adînc de $3\frac{1}{5}$ m a fost săpat de 68 de muncitori, care au săpat cîte $8\frac{1}{3}$ ore timp de 30 de zile.
Ce lungime va avea șanțul săpat de 54 de muncitori în 43 de zile, lucrînd cîte $8\frac{2}{3}$ ore pe zi?
Șanțul trebuie să aibă lățimea de 2 m și adîncimea de $3\frac{4}{5}$ m.
63. Un tren a pornit cu o viteză de 36 km pe oră, urmînd să facă un drum în 8 ore, dar după ce a parcurs 108 km a trebuit să se oprească pentru $\frac{3}{4}$ ore.
Cu ce viteză trebuie să-și continue drumul pentru a ajunge la ora fixată?
64. Munca în fermele agricole se organizează pe echipe. Un număr de 20 de muncitori din echipa I și 15 din echipa a II-a, lucrînd zilnic cîte 7 ore, au strîns cerealele de pe cîmp în 12 zile. În cîte zile 12 muncitori din echipa I și 20 de muncitori din echipa a II-a, lucrînd zilnic cîte 6 ore, pot să strîngă cerealele de pe un cîmp identic, dacă productivitatea muncii a 5 muncitori din echipa a II-a este egală cu productivitatea muncii a 4 muncitori din echipa I?
65. La construirea unui zid s-au întrebuițat 18 400 de cărămizi. Cîte cărămizi trebuie pentru construirea altui zid, dacă raportul dintre lungimea zidului al doilea și lungimea primului zid este 7 : 12, raportul grosimilor este 3 : 2, iar raportul înălțimilor este 5 : 14?
66. O echipă de muncitori săpători a săpat în $6\frac{1}{4}$ zile un șanț lung de 150 m, lat de 60 m și adînc de $1\frac{3}{4}$ m. În cîte zile o altă echipă, avînd un număr de muncitori de 2 ori mai mic decît numărul muncitorilor primei echipe, va săpa un șanț lung de 120 m, lat de 48 m și adînc de $2\frac{1}{3}$ m?
67. Un număr de 25 de muncitori, lucrînd zilnic cîte 5 ore, au reușit să facă în 15 zile $\frac{3}{11}$ dintr-o lucrare. Cîți muncitori trebuie să mai fie luați la lucru pentru ca ei, lucrînd împreună cu cei dinții cîte $6\frac{1}{4}$ ore pe zi, să poată termina partea rămasă din lucrare în 20 de zile?
68. Lucrînd cîte 8 ore zilnic, 10 tipografi au cules în 8 zile 8 volume a 480 de pagini fiecare, cu 40 de rînduri la o pagină și 30 de litere într-un rînd.

În cît timp 8 tipografi, lucrînd 7,5 ore pe zi, vor culege 12 volume a 360 de pagini fiecare, cu 50 de rînduri la o pagină și 40 de litere într-un rînd?

69. Un colectiv de muncitori a făcut trei inovații pentru care a primit cîte 6 273 lei.

Colectivul era compus din 3 muncitori și banii s-au împărțit astfel: pentru prima inovație proporțional cu numerele 3, 4, 10, pentru a doua invers proporțional cu aceleași numere și pentru a treia în părți egale. Cîți lei a primit fiecare muncitor pentru cele trei inovații?

70. Reparatul și tencuitul unui perete ale cărui dimensiuni sînt: lungimea 38,4 m, înălțimea 9 m și grosimea 0,48 m, costă 2 000 de lei. Cît va costa reparatul și tencuitul unui perete care este cu 6,4 m mai scurt, cu 2,25 m mai puțin înalt și cu 0,12 m mai gros decît primul perete?

71. Două terenuri au aceeași lungime, iar lățimea unuia este egală cu $\frac{3}{4}$ din lățimea celuilalt. Pentru a îngrășa primul teren s-au folosit 600 kg de superfosfat și 150 kg de nitrat de sodiu. Ce cantități de superfosfat și nitrat s-au folosit pentru al doilea loc, dacă doza la hectar a fost aceeași la amîndouă locurile?

72. O sumă de bani a fost distribuită ca primă la trei muncitori A, B, C direct proporțional cu numerele $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$. Unul dintre muncitori constată că el primește astfel cu 462 lei mai mult decît dacă aceeași sumă ar fi fost distribuită invers proporțional cu numerele 12, 10 și 15. Să se afle:

a) Care a fost întreaga sumă?

b) Cît a primit fiecare muncitor?

Rezolvare:

$$\frac{x}{\frac{1}{6}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{3}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}};$$

$$x = \frac{5S}{21}; \quad y = \frac{6S}{21}; \quad z = \frac{10S}{21};$$

$$\frac{a}{\frac{1}{12}} = \frac{b}{\frac{1}{10}} = \frac{c}{\frac{1}{15}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{12} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}}$$

$$a = \frac{S}{3}; \quad b = \frac{4S}{10}; \quad c = \frac{4S}{15}$$

$$x < a; \quad y < b; \quad z > c$$

$$z - c = 462 \text{ lei}$$

$$\frac{10}{21} S - \frac{4}{15} S = \frac{22S}{105}$$

$$S = \frac{462 \cdot 105}{22} = 2205 \text{ lei}$$

$$x = 525 \text{ lei}; \quad y = 630 \text{ lei}; \quad z = 1050.$$

73. 5 muncitori pot termina o lucrare lucrând 9 zile câte 8 ore pe zi. În cât timp o vor termina 9 muncitori, lucrând câte 10 ore pe zi?
74. Doi elevi filateliști au cumpărat timbre: primul 15 timbre de câte 20 de bani, celălalt, care avea aceeași sumă de bani, a cumpărat timbre de câte 5 bani. Câte timbre a cumpărat cel de-al doilea copil?

3. Împărțirea în părți proporționale

75. O cooperativă agricolă de producție avea hrana asigurată pentru 1 200 vite timp de 45 zile. Pentru câte zile ar ajunge această hrană dacă s-ar cumpăra încă 600 de vite?

$$1\ 200 \dots\dots\dots 45$$

$$1\ 800 \dots\dots\dots x$$

$$\frac{1\ 200}{1\ 800} = \frac{x}{45} \quad \frac{2}{3} = \frac{x}{45}$$

$$x = \frac{90}{3} = 30 \text{ zile.}$$

76. Un premiu de 1 600 lei a fost împărțit între cinci câștigători astfel: primul o optime din premiu, al doilea $\frac{2}{5}$ din rest iar ceilalți sume proporționale cu numerele $2\frac{1}{2}$, 5 și 6,5. Ce sumă a primit fiecare câștigător?
77. Într-o tabără pentru 30 de copii preșcolari în 18 zile s-a cheltuit tot atita cit pentru 12 studenți în 10 zile. Cât se va cheltui pentru 45 studenți în 16 zile, dacă pentru 9 preșcolari s-au cheltuit în 14 zile lei 1 890.
78. Două cooperative agricole de producție au irigat un teren, cheltuind pentru aceasta 6 580 de lei și hotărînd să plătească fiecare proporțional cu cantitatea de cereale recoltată după irigare. Prima cooperativă a însămînțat 24 ha cu grâu și 12 ha cu orz, iar a doua 32 ha cu grâu și 26 ha cu orz. Recolta de grâu a fost de 24 q la hectar, iar cea de orz 16 q la hectar. Cît trebuie să plătească fiecare?
79. 15 țesătoare au țesut 2 280 m de pinză în 16 zile. Cîte țesătoare vor țese 1 596 m de pinză în 24 zile? Cîți metri țese o țesătoare pe zi? Din pinza țesută de o țesătoare într-o zi se poate confecționa un șorț, o cămașă și un cearșaf. Să se afle cîți metri de pinză se vor folosi pentru fiecare din aceste confecții, dacă metrajul folosit este invers proporțional cu numerele 2 , $\frac{8}{7}$ și 17 .
80. Trei gospodine au cumpărat împreună o lădiță de căpșuni de 25 kg netto, pe care au plătit 112,50 lei. Căpșunile le-au împărțit astfel: prima a luat 10 kg, a doua 8 kg și a treia restul. Cît a plătit fiecare gospodină?

81. O brigadă de muncitori a primit 265 lei pentru o lucrare. Primul muncitor a lucrat 15 ore, al doilea $\frac{2}{3}$ din numărul orelor lucrate de primul, al treilea cu 6 ore mai mult decât al doilea, și al patrulea $\frac{3}{4}$ din cât a lucrat al treilea. Cât va primi fiecare muncitor?
82. 42 de tractoriști s-au constituit în 2 brigăzi și au arat: prima brigadă 337,50 ha în 5 zile, iar cealaltă 412,50 ha în 11 zile. Câți muncitori erau în fiecare brigadă? Productivitatea muncii a fost aceeași în ambele brigăzi.
83. Cinci comune au făcut un pod care a costat 350 000 lei. Această sumă trebuie împărțită proporțional cu numărul locuitorilor. Prima comună are 2 150 de locuitori, a doua 1 525, a treia 2 308, a patra 970 și a cincea 3 047. Cât va plăti fiecare comună?
84. Costul a două aspiratoare, adică 1 800 lei, a fost plătit în bancnote de câte 25 lei și 3 lei, în total 182 de bancnote. Câte bancnote s-au dat din fiecare fel?
85. Două familii mergând în munți au poposit la cabana Padina și au plătit proporțional cu numărul persoanelor și al zilelor cât au stat, dând în total 700 de lei; prima familie, compusă din 3 persoane, a stat 5 zile, iar a doua, compusă din 5 persoane, a stat 4 zile. Cât a plătit fiecare familie?
86. O echipă de dulgheri a executat în 12 zile o lucrare pentru care a primit 1 830 de lei. 9 zile au lucrat 3 dulgheri câte 8 ore, iar în ultimele zile au mai venit încă 2 dulgheri și au lucrat toți câte 10 ore pe zi. Plata pe oră pentru fiecare dulgher a fost aceeași. Cât a primit fiecare dulgher.
87. Două roți sînt legate printr-o curea de transmisie. Lungimea cercului primei roți este de 90 cm, iar a celeilalte cu 12 cm mai mare ca prima. Prima roată face 68 de învîrtituri pe minut. Cîte învîrtituri face roata a doua?
88. a) Împărțiți numărul 39 în părți direct proporționale cu numerele $\frac{1}{3}$, 0, (6) și $\frac{4}{9}$.
- b) Împărțiți numărul 780 în părți invers proporționale cu numerele 6, $\frac{2}{3}$ și 0,375.
89. O roată dințată face 320 de învîrtituri în 4 minute și are 60 de dinți. O altă roată legată de aceasta face 100 de învîrtituri pe minut. Câți dinți are a doua roată?
90. Pentru fabricarea porțelanului se iau 25 părți de argilă albă, 2 părți de nisip și 1 parte de ghips. Cît trebuie să se ia din fiecare din aceste materiale, pentru a prepara 700 g de amestec din care se fabrică porțelanul?
91. Trei numere sînt proporționale cu 3, 5, 8; al treilea număr este 112. Să se calculeze primele două numere.

92. La un concurs, 3 concurenți au primit un premiu de 2 700 de lei, care s-a împărțit proporțional cu răspunsurile bune. Fiecărui concurent i s-au pus 12 întrebări.
Ce sumă a primit fiecare din ei dacă primul a dat 4 răspunsuri bune, al doilea 6, iar al treilea 8?
93. Trei muncitori lucrând câte 9 ore pe zi au țesut $7,25$ m de covor în $3\frac{1}{2}$ zile.
Câte zile sînt necesare pentru 10 țesători lucrând câte 8 ore pe zi pentru a face 23,45 m de covor, dacă primii au productivitate cu $\frac{1}{3}$ mai mare ca a celorlalți?
94. Sumele depuse la C.E.C. de trei elevi sînt proporționale cu numerele $0,75$; $\frac{2}{3}$ și $1\frac{1}{5}$. Cît a depus fiecare elev dacă primul a depus cu 25 lei mai mult decît al doilea?
95. Cîtu dintre numărul porcilor și numărul total al oilor și al porcilor dintr-o cooperativă agricolă de producție est $\frac{5}{17}$, iar diferența dintre numărul oilor și al porcilor este de 350. Cîte oi și cîți porci are cooperativa?
96. Trei gospodine au țesut împreună 190 m de borangic. Cîți metri de țesătură a luat fiecare, dacă prima a pus 28 kg de fir, a doua 35 kg și a treia 32 kg?
97. Pentru instalarea unui cablu subteran o echipă de 12 muncitori sapă un șanț de 200 m lungime, 0,8 m lățime și $\frac{9}{8}$ m adîncime. Lucrarea este efectuată în 8 zile, lucrîndu-se cîte 6 ore zilnic. Altă echipă de 15 muncitori face o lucrare la fel, instalînd conducta într-un șanț cu dimensiunile invers proporționale cu numerele $0,04$; $40/3$ și 8; diferența dintre adîncime și lățime este de 0,5 m. Această echipă lucrează cîte 6 ore și 15 minute pe zi. Să se calculeze:
- dimensiunile celui de-al doilea șanț;
 - numărul de zile în care echipa efectuează lucrarea;
 - plata unui muncitor din fiecare echipă dacă diferența de plată a celor două echipe este 1 044 lei.
98. Trei muncitori au primit pentru o lucrare 26 400 lei. Primul a lucrat $35\frac{1}{2}$ zile, al doilea $32\frac{1}{4}$ zile și al treilea $28\frac{3}{5}$ zile. Ce sumă a primit fiecare muncitor?
99. Roțile vagoanelor se ung cu o unsoare formată din 57 părți de seu, untură de pește 24 părți, rășină 10 părți și sodă 9 părți. Cît se va lua din fiecare fel pentru a face 32 kg de unsoare de roți?
100. Sirma se compune din 65 părți de aramă și 35 părți de zinc. Ce cantitate s-a luat din fiecare la alcătuirea a $48\frac{2}{7}$ kg de sirmă?
101. Raportul maselor a doi sateliți este $\frac{5}{4}$, iar diferența maselor lor este de 394 kg. Să se afle masa fiecăruia?

102. Ariile a trei pătrate sînt direct proporționale cu numerele 9, 16, 25, dar diferența dintre cel mai mare și cel mai mic perimetru este de 16 mm. Să se afle laturile fiecărui pătrat.

Rezolvare:

Notăm x, y, z laturile celor 3 pătrate

$$4z = 4x + 16; z = x + 4$$

$$\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25}; \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}; \quad \frac{x}{3} = \frac{x+4}{5}.$$

Scăzînd numărătorii și numitorii $\frac{x}{3} = \frac{x+4-x}{5-3},$

$$\frac{x}{3} = \frac{4}{2}; \quad x = 6, \quad y = 8 \quad z = 10.$$

103. Să se găsească două numere x și y proporționale cu 5 și 4 și care au suma pătratelor egală cu 656.

Rezolvare:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4}; \quad \frac{x^2}{25} = \frac{y^2}{16}; \quad \frac{x^2}{y^2} = \frac{25}{16}.$$

$$\frac{x^2 + y^2}{y^2} = \frac{25 + 16}{16}; \quad \frac{656}{y^2} = \frac{41}{16}; \quad y^2 = \frac{656 \times 16}{41};$$

$$y^2 = 16 \times 16; \quad y = 16; \quad x^2 = 25 \times 16.$$

104. Să se găsească trei numere x, y, z a căror sumă este S știind că x și y sînt invers proporționale cu 25 și 42 iar y și z direct proporționale cu 15 și 18.

Care este cea mai mică sumă S pentru ca x, y, z să fie numere naturale:

Rezolvare:

$$\frac{x}{\frac{1}{25}} = \frac{y}{\frac{1}{42}}; \quad \frac{y}{15} = \frac{z}{18};$$

$$\frac{x}{42} = \frac{y}{25} \text{ și } \frac{y}{5} = \frac{z}{6}; \quad \frac{x}{42} = \frac{y}{25} = \frac{z}{30} = \frac{s}{97}.$$

Dacă $s = 97; x = 42; y = 25$ și $z = 30$.

105. Media aritmetică a trei numere este egală cu $46\frac{2}{3}$.

Numărul al doilea reprezintă $1/2$ din primul număr și al treilea reprezintă $0,5$ din al doilea. Să se afle aceste numere.

106. Media aritmetică a patru numere este egală cu 1093,75. Care sînt aceste numere dacă se știe că primul reprezintă 75% din al doilea, al doilea 75% din al treilea și al treilea 75% din al patrulea?

107. Patru numere sînt direct proporționale cu: 0,0(3), $0,5, \frac{1}{3}$ și 1 și media lor aritmetică este egală cu 28. Să se afle aceste numere.

108. 21 muncitori lucrând câte 8 ore pe zi pot termina o lucrare în 12 zile. În a cincea zi de la începutul lucrului le-au mai venit în ajutor câțiva lucrători și astfel lucrând câte 6 ore pe zi au terminat restul lucrării în 7 zile. Câți muncitori au venit a cincea zi?
109. Din $956\frac{1}{4}$ m de pânză lată de 0,75 m s-au cusut 204 cearșafuri. Câte cearșafuri se pot coase din $112\frac{1}{2}$ m pânză lată de $1\frac{1}{2}$.
110. Dimensiunile unei piese de fier sînt: lungimea de 14 cm, lățimea de 4 cm și grosimea de 2 cm iar masa de 873,6 g. Care este masa altei piese din același metal ale cărei dimensiuni sînt: lungimea de 0,09 m, lățimea de 0,8 dm și grosimea de 0,2 dm?

Probabilități

- Într-un săculeț sînt 4 bile albe și 3 roșii. Dacă scoatem câte o bilă, care sînt probele experienței? Dar dacă scoatem două bile o dată?
- Într-o urnă sînt 18 bile numerotate 1—18; primele 8 sînt roșii celelalte albe. Scrieți:
 - submulțimile ce le putem forma cu o bilă roșie și una albă;
 - submulțimile formate cu 3 bile roșii și 2 albe;
 - submulțimile formate cu 5 bile albe și 2 roșii;
 - probabilitatea de a extrage o bilă albă? Dar una roșie?
- Care dintre doi șahiști are mai multe șanse de a câștiga campionatul: cel care din 30 de meciuri a câștigat 24 sau cel care are probabilitatea de câștig $\frac{8}{9}$?
- În timpul unei epidemii de gripă s-au făcut inoculări cu două seruri: A și B. Din cele 15 600 persoane tratate cu serul A, 9 750 nu au suferit în acel an de gripă. Din cele 137 200 de persoane cărora le-a fost injectat serul B, 27 440 au suferit în acel an de gripă. Care este probabilitatea de imunizare a fiecărui ser?
- Doi elevi pot lua nota 10 la teza de matematică cu probabilitățile: primul $\frac{1}{2}$, al doilea $\frac{2}{3}$.
 - care este probabilitatea ca amîndoi să ia nota 10;
 - care este probabilitatea ca numai al doilea să ia nota 10?
- Din 9 875 meciuri de fotbal jucate, s-a observat că 7 900 lovituri de la 11 m se transformă în gol. Care este probabilitatea ca o lovitură de la 11 metri să se transforme în gol?

7. Într-o urnă sînt 20 bile numerotate de la 1—20. Care este probabilitatea ca la o singură extragere să obținem:
- o bilă cu număr divizor a lui 15;
 - o bilă cu număr multiplu a lui 8;
 - o bilă multiplu lui 3 mai mic decît 15.
8. Într-o hală a întreprinderii de autoturisme de la Colibași erau 60 de mașini verzi, roșii, albastre și galbene.
- Mașinile verzi reprezentau $\frac{5}{6}$ din numărul celor galbene, cele roșii $\frac{3}{5}$ din cele verzi iar mașinile albastre erau de trei ori mai puține decît cele roșii.
- a) Care este probabilitatea ca prima mașină care iese din hală să fie verde? Dar roșie? Dar albastră? Dar galbenă?
- b) Care este probabilitatea ca să iasă o dată o mașină roșie și una verde?
9. Doi concurenți pot câștiga un concurs de șah: primul cu probabilitatea $\frac{1}{3}$ al doilea $\frac{2}{5}$.
- a) care este probabilitatea ca amîndoi să câștige;
- b) care este probabilitatea ca primul să câștige.
10. Într-o pungă erau 200 de lozuri din care 4 erau câștigătoare, în a doua 300 din care 6 erau câștigătoare și în a treia 100 din care 20 erau câștigătoare.
- a) Care este probabilitatea ca cineva să câștige luînd un singur loz din prima pungă. Dar din a doua. Dar din a treia?
- b) Care este probabilitatea ca să câștige luînd cîte un loz din fiecare?
11. Pe 7 cartonașe identice ca mărime și culoare sînt scrise expresiile
- | | |
|--|-------------------------------|
| $E_1 = 3^3 \cdot 6^2 \cdot 125 \cdot 2 \cdot 3;$ | $E_5 = 674\,041;$ |
| $E_2 = 121 \cdot 625;$ | $E_6 = 49 \cdot 225;$ |
| $E_3 = 7\,921;$ | $E_7 = (121)^3 \cdot (27)^2.$ |
| $E_4 = 343 \cdot 27;$ | |
- Se ridică la întîmplare un cartonaș. Care este probabilitatea ca pe cartonaș să fie
- a) un pătrat perfect
- b) un cub;
- c) un cub și un pătrat perfect.
12. Într-o pungă sînt 10 lozuri din care 8 câștigătoare iar în altă pungă 20 lozuri din care 8 necâștigătoare. O persoană ia la întîmplare un loz din prima pungă și unul din a doua. Care este probabilitatea să le nimerească pe:
- 1) amîndouă câștigătoare
- 2) amîndouă necâștigătoare
- 3) unul câștigător și altul necâștigător?

Răspunsuri

Cap. VII. Rapoarte și proporții

A. Rapoarte. B. Proporții

1. $\frac{360}{12} = 30$ de ori. 2. $\frac{24\,000}{16\,000} = \frac{3}{2}$. 3. $\frac{1\,075}{2\,860} = \frac{215}{572}$. 4. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 36} = \frac{1}{4}$;
 $\left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{1}{8}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$. 5. $\frac{800}{960} = \frac{5}{6}$. 6. $\frac{40}{4\,040} = \frac{1}{101}$. 7. $6\frac{2}{3}$ l. 23. $\frac{1}{2\,000\,000}$
 24. 12 cm. 25. 408 km.

26. Rezolvare.

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{4}{5} & \frac{V_1}{V_1 + 3} &= \frac{4}{5} & V_2 &= 15 \text{ km/oră} \\ \frac{V_1}{V_1 + 3 - V_1} &= \frac{4}{5 - 4} \\ \frac{V_1}{3} &= 4 & \frac{45}{27} &= \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ h} = 1^h 40^m \end{aligned}$$

$V_1 = 12 \text{ km/oră}$

$$1\frac{2}{3} \times 15 = \frac{5}{3} \times 15 = 25 \text{ km}$$

$$1\frac{2}{3} \times 12 = \frac{5}{3} \times 12 = 20 \text{ km.}$$

27. 1 200 ha; 400 ha; 200 ha, 100 ha.

$$\begin{aligned} 28. \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{12}{21} \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{36}{63} &= \left(\frac{4}{7}\right)^5; \frac{4}{7} = \frac{4}{7}; \frac{8}{14} = \frac{4}{7}; \frac{12}{21} = \frac{4}{7}; \frac{16}{28} = \frac{4}{7}; \\ \frac{36}{63} &= \frac{4}{7}; \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{12}{21} \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{36}{63} = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \left(\frac{4}{7}\right)^5. \end{aligned}$$

29. Am reținut din problema precedentă că, dacă cele patru rapoarte sînt egale, produsul lor este egal cu puterea a patra a oricăruia dintre rapoarte, deci:

$$\begin{aligned} \frac{19^4}{x^4} &= \frac{25^4}{y^4} = \frac{23^4}{z^4} = \frac{40^4}{t^4} = \frac{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40}{x \cdot y \cdot z \cdot t} = \frac{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40}{35\,397\,000} \\ x^4 &= \frac{35\,397\,000 \cdot 19^4}{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40}; y^4 = \frac{35\,397\,000 \cdot 25^4}{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40}; z^4 = \frac{35\,397\,000 \cdot 23^4}{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40}; t^4 = \frac{35\,397\,000 \cdot 40^4}{19 \cdot 25 \cdot 23 \cdot 40} \\ x &= 57; y = 75; z = 69; t = 120. \end{aligned}$$

C. Regula de trei simplă și regula de trei compusă

37. Din 25 l de lapte s-au obținut 3 l de smîntînă, din 150 l de lapte se va obține de atîtea ori mai multă smîntînă de cîte ori 150 este mai mare decît 25. Așezarea problemei se face astfel:

$$\begin{array}{r} 25 \text{ l} \dots\dots\dots 3 \text{ l} \\ 150 \text{ l} \dots\dots\dots x \\ \hline \end{array}$$



Deoarece mărimile sînt direct proporționale, proporția se scrie astfel:

$$\frac{25}{150} = \frac{3}{x},$$

unde numerele din stînga, ca și cele din dreapta, sînt scrise în ordinea de pe schemă. Deci:

$$x = \frac{150 \cdot 3}{25} = 18 \text{ l}$$

38. Umbra pe care o aruncă un obiect este proporțională cu lungimea lui.

$$\begin{array}{r} 0,9 \text{ m} \dots\dots\dots 1,5 \text{ m} \\ 14,4 \text{ m} \dots\dots\dots x \\ \hline \frac{0,9}{14,4} = \frac{1,5}{x}; \quad x = \frac{1,5 \cdot 14,4}{0,9} = 24 \text{ m.} \end{array}$$

39. 432 kg. 40. 150 kg.

41.

$$\begin{array}{r} 450 \text{ kg} \dots\dots\dots 1\,000 \text{ kg} \\ 9\,000 \text{ kg} \dots\dots\dots x \\ \hline x = \frac{1\,000 \cdot 9\,000}{450} = 20\,000 \text{ kg} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\,200 \text{ kg} \dots\dots\dots 220 \text{ kg} \\ 20\,000 \text{ kg} \dots\dots\dots x \\ \hline x = \frac{20\,000 \cdot 220}{2\,200} = 2\,000 \text{ kg de cărbuni.} \end{array}$$

42. $\frac{29 \times 8}{3} \times \frac{273}{13} = 29 \times 8 \times 7 = 1\,624 \text{ lei.}$

43. Putem presupune că unul din cele două trenuri stă pe loc, iar celălalt merge cu o viteză egală cu suma vitezelor, adică $18 + 24 = 42 \text{ km pe oră.}$

Trenul personal a trecut în dreptul celui alt în 13 secunde, deci lungimea lui va fi egală cu drumul parcurs în 13 secunde:

$$\frac{42\,000 \cdot 13}{60 \cdot 60} = 151 \frac{2}{3} \text{ m.}$$

44. $10 \frac{1}{8} \text{ s.}$ 45. $\pi R^2 = \pi \left(7 \frac{1}{2}\right)^2$

$$\begin{array}{r} \pi \left(7 \frac{1}{2}\right)^2 \dots\dots\dots 4 \\ \pi \left(13 \frac{3}{4}\right)^2 \dots\dots\dots x \\ \hline x = \frac{\pi \cdot 4 \left(13 \frac{3}{4}\right)^2}{\pi \left(7 \frac{1}{2}\right)^2} = 9 \frac{4}{9} \text{ zile.} \end{array}$$

46. 1 muncitor poate face 33 m... greutate 5... în 22 de zile. 7 muncitori pot face 56 m... greutate 6... în

$$\frac{22 \cdot 56 \cdot 6}{7 \cdot 33 \cdot 5} = 6 \frac{2}{5} \text{ zile.}$$

Această problemă se rezolvă și în etape:

I. $\begin{array}{l} 1 \text{ muncitor} \dots\dots\dots 22 \text{ zile} \\ 7 \text{ muncitori} \dots\dots\dots x_1 \text{ zile} \end{array}$

$$x_1 = \frac{1 \cdot 22}{7}$$

II. $\begin{array}{l} 33 \text{ m} \dots\dots\dots x_1 \text{ zile} \\ 56 \text{ m} \dots\dots\dots x_2 \text{ zile} \end{array}$

$$\frac{33}{56} = \frac{x_1}{x_2}; \quad x_2 = x_1 \frac{56}{33}$$

III. Cînd lucrul este de greutatea 5, sînt necesare x_2 zile.

Cînd lucrul este de greutatea 6, sînt necesare x zile:

$$\frac{5}{6} = \frac{x_2}{x}; \quad x = x_2 \frac{6}{5}.$$

$$\text{Deci: } x = \frac{1 \cdot 22 \cdot 56 \cdot 6}{7 \cdot 33 \cdot 5} = 6 \frac{2}{5} \text{ zile.}$$

47. 0,3 mm. 48. 504 lei și 396 lei.

$$49. \frac{28 \cdot 12}{8} = 42 \text{ de zile.}$$

51. 135 t. 52. 1 kg de făină, 600 g de unt, 240 g de zahăr. 53. 360; 320; 300; 400 lei. 55. 262,4 kg. 56. 4 510 kg.

57. Dacă aceeași cantitate de miere se pune în borcane mai mici, numărul borcanelor va fi de atîtea ori mai mare de cîte ori 0,750 kg este mai mare ca 0,150 kg.

$\begin{array}{l} 0,750 \text{ kg} \dots\dots\dots 15 \\ 0,150 \text{ kg} \dots\dots\dots x \end{array}$

Deoarece mărimile sînt invers proporționale, proporția se scrie astfel:

$\frac{0,750}{0,150} = \frac{x}{15}$ sau $\frac{750}{150} = \frac{x}{15}$, unde mărimile din stînga sînt scrise în ordinea de pe schemă, iar cele din dreapta în ordine inversă. Deci:

$$x = \frac{750 \times 15}{150} = 75 \text{ de borcane.}$$

58. $\begin{array}{l} 1,50 \text{ m} \dots\dots\dots 24 \\ 1,80 \text{ m} \dots\dots\dots x \end{array}$

$$\frac{1,50}{1,80} = \frac{x}{24}; \quad x = \frac{150 \times 24}{180} = 20 \text{ de șorțuri.}$$

59.

12 m.....15 zile

15 m..... x

$$x = \frac{15 \cdot 12}{15} = 12$$

$$15 - 12 = 3 \text{ zile.}$$

61. Problema trebuie judecată fără a ține seama de lungimea zidului și numărul orelor, care și într-un caz și în celălalt rămân la fel. Problema se reduce la: cei 14 muncitori de la început pot să termine lucrul rămas în 10 zile; câte zile le vor trebui celor 18, rezultați din mărirea cu 4, deci:

14.....10

18..... x

$$x = \frac{14 \cdot 10}{18} = 7 \frac{7}{9} \text{ zile}$$

62.

$$x = \frac{107 \cdot 54 \cdot \frac{26}{3} \cdot 43 \cdot 1,50 \cdot \frac{16}{5}}{68 \cdot \frac{25}{3} \cdot 30 \cdot 2 \cdot \frac{16}{5}}$$

63. 108 km au fost parcurși în $108 : 36 = 3$ ore. Au mai rămas $8 - 3 = 5$ ore. Ca să parcurgă restul drumului în 5 ore, trebuie să păstreze o viteză de 36 km; dar pentru a parcurge același drum în $5 - \frac{3}{4} = 4 \frac{1}{4}$ ore, cu ce viteză trebuie să meargă?

5 ore.....36 km

 $4 \frac{1}{4}$ ore..... x

$$\frac{5}{4 \frac{1}{4}} = \frac{x}{36}; \quad x = \frac{36 \cdot 5}{4 \frac{1}{4}} = \frac{36 \cdot 5 \cdot 4}{17} = 42 \frac{6}{17}$$

$$69. \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{10} = \frac{6\,273}{17} = \frac{369}{1} \quad x = 1\,107; y = 1\,476; z = 3\,690;$$

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{10}} = \frac{6\,273}{\frac{41}{60}} \quad x = 3\,060; y = 2\,295; z = 918,$$

$$6\,273 : 3 = 2\,091$$

$$\text{I muncitor} \quad 1\,107 + 3\,060 + 2\,091 = 6\,258$$

$$\text{II muncitor} \quad 1\,476 + 2\,295 + 2\,091 = 5\,862$$

$$\text{III muncitor} \quad 3\,690 + 918 + 2\,091 = 6\,699$$

70. 1 562,50 lei. 71. 450 kg; 112,500 kg. 73. 4 zile. 74. 60 de timbre.

3. Împărțirea în părți proporționale

76. 200 lei, 560 lei, 150 lei, 300 lei, 390 lei.

77. 48 600 lei.

78. $24 \cdot 24 + 12 \cdot 16 = 768$ q, $32 \cdot 24 + 26 \cdot 16 = 1\,184$ q.

$$\frac{x}{768} = \frac{y}{1\,184} = \frac{6\,580}{1\,952}.$$

79. 7 țesătoare; 9,5 m, 2 m; 3,50 m, 4 m.

80. 45 de lei; 36 de lei; 31,50 lei. 81. 75 de lei; 50 de lei; 80 de lei; 60 de lei.

82. $\frac{337,50}{5} = 67,50$ ha; $\frac{412,50}{11} = 37,50$ ha;

$$67,50 + 37,50 = 105 \text{ ha.}$$

$$105 \dots\dots\dots 42$$

$$67,5 \dots\dots\dots x$$

R. = 27 tractoriști și 15 tractoriști

83. 75 250 de lei; 53 375 de lei; 80 780 de lei; 33 950 de lei; 106 645 de lei.

84. Presupunem că toate bancnotele erau de 25 lei $25 \times 182 = 4\,550$.

$$4\,550 - 1\,800 = 2\,750 \text{ lei.}$$

Această diferență în plus provenea din faptul că s-a presupus că s-au dat toate bancnotele de 25. Dar o bancnotă de 25 este cu 22 lei mai mare decât una de 3 lei.

$$2\,750 : 22 = 125 \text{ bancnote de 3 lei}$$

$$182 - 125 = 57 \text{ bancnote de 25 lei}$$

$$57 \times 25 + 125 \times 3 = 1\,800 \text{ lei.}$$

85. 300 de lei, 400 lei.

86. Rezolvarea I

$$\frac{x}{8 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{y}{10 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{1\,830}{366} = 5 \text{ lei/oră}$$

$$x = 1\,080 \text{ de lei;}$$

$$y = 750 \text{ de lei.}$$

Un dulgher din prima grupă primește: $1\,080 : 3 + 750 : 5 = 510$ lei.

Un dulgher din a doua grupă primește: $750 : 5 = 150$ de lei.

Rezolvarea II

$$3 \cdot 9 \cdot 8 = 216 \text{ ore; } 5 \cdot 10 \cdot 3 = 150 \text{ de ore; } 216 + 150 = 366 \text{ de ore;}$$

$$1\,830 : 366 = 5 \text{ lei/oră; } 9 \cdot 8 + 3 \cdot 10 = 102;$$

$$102 \cdot 5 = 510; 3 \cdot 10 = 30; 30 \cdot 2 \cdot 5 = 300;$$

$$510 \cdot 3 + 300 = 1\,830.$$

87. Mișcarea roților legate printr-o curea de transmisie se face după formula: lungimea cercului primei roți, înmulțită cu numărul învîrtiturilor = lungimea cercului celei de-a doua roți înmulțită cu numărul învîrtiturilor acestei roți, adică:

$$2\pi R_1 N_1 = 2\pi R_2 N_2; 90 \cdot 68 = (90 + 12)x;$$

$$x = \frac{90 \cdot 68}{102} = 60 \text{ de învîrtituri.}$$

90. 625 g; 50 g; 25 g; 91. 42; 70. 92. 600 lei; 900 lei; 1 200 lei. 94. 225 lei. 200 lei; 360 lei.

95. *Rezolvare*

Socotim numărul total al animalelor 1 întreg, adică $\frac{17}{17}$; numărul oilor = $\frac{17}{17} - \frac{5}{17} = \frac{12}{17}$

deci al porcilor $\frac{5}{17}$; $\frac{12}{17} - \frac{5}{17} = \frac{7}{17}$

$350 : \frac{7}{17} = 850$ numărul animalelor; 600 oi și 250 porci.

$$97. \frac{x}{\frac{1}{0,04}} = \frac{y}{\frac{1}{40}} = \frac{z}{\frac{1}{8}}; z - y = \frac{1}{2}$$

$L = 250 \text{ m. } l = 0,75 \text{ m; } i = 1,25 \text{ m.}$

12.....200 $\cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8}$ 80 360

15.....250 $\cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4}$ 3 750 x.

101. *Rezolvare.*

$$G - g = 394; \frac{G}{g} = \frac{5}{4}$$

Folosim o proprietate a proporțiilor $\frac{G - g}{g} = \frac{5 - 4}{4}; \frac{394}{g} = \frac{1}{4}$

$g = 1 576 \text{ kg; } G = 1 970 \text{ kg.}$

105. 80; 40; 20. 106. 1 600; 1 200; 900, 675.

107. 2; 30; 20; 60. 108. 7 muncitori. 109. 48 cearșafuri.

110. 1,1232 kg.

Probabilități

1. (a); (r); (a,r); (a,a); (r,r).

2. $\frac{5}{9}; \frac{4}{9}$. 3. $\frac{4}{5} < \frac{8}{9}$. 4. $\frac{5}{8}; \frac{4}{5}$. 5. a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

6. $\frac{4}{5}$. 7. $\frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{5}$. 8. $\frac{1}{3}; \frac{1}{5}; \frac{1}{15}; \frac{2}{5}; \frac{1}{15}$

9. a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}; \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$. 10. $\frac{1}{50}; \frac{1}{50}; \frac{1}{5}$. 11. a) $\frac{5}{7}; \frac{3}{7}; \frac{1}{7}$.

12. $\frac{12}{25}; \frac{4}{50}; \frac{11}{25}$.

1. Aflarea procentelor dintr-un număr dat

1. Să se exprime sub formă de fracții ordinare următoarele procente:

5%; 20%; 72%; 45%; 50%; 100%; 8%; $\frac{3}{4}$ %;

$\frac{1}{2}$ %; 12,8%; 200%; 75%; $6\frac{1}{4}$ %; $14\frac{7}{20}$ %;

23,5%; 156,5%.

2. Să se afle:

4% din 156 *

3% din 27 m

9% din 352 dam

17% din 156 km

23% din 72 dal

114% din 56 kl

31% din 56,32 kl *

$18\frac{1}{3}$ % din 297,33 dl

75% din 0,725 km

25% din 25 m²

36% din 325 dm²

119% din 12,5 ha

1% din 156 m³ 32 dm³

13% din 36 km³ 15 dam³

24% din 0,163 cm³

33% din $56\frac{12}{19}$ m³.

3. Să se afle:

35% din 12 și 12% din 35

75% din 20 și 20% din 75

15% din 80 și 80% din 15

13% din 29 și 29% din 13.

Să se explice rezultatele.

4. Casa de economii și consemnațiuni (C.E.C.) plătește depunătorilor 3,5% anual. Ce sumă va primi după un an un elev care a depus 180 lei?

5. O cooperativă agricolă de producție a însemnat cu borceag 15,2 ha; 25% din suprafață trebuie păstrată pentru semințe, iar restul se cosește. Ce suprafață trebuie cosită?

6. La o fabrică de becuri un muncitor producea 7 200 de becuri pe an. Câte becuri produce după ce și-a mărit productivitatea cu 24%?

7. Cît la sută fac 60% din 80% din 1200?

Cît la sută fac 50% din 50% din 500?

Cît la sută fac 30% din 70% din 650?

Cît la sută fac 45% din 35% din 480?

Cît la sută fac 30% din 60% din 80% din 120?

8. Ce este mai mult:
 50% din 80% sau 80% din 50%?
 20% din 70% sau 70% din 20%?
 30% din 45% sau 45% din 30%?
 48% din 52% sau 52% din 48%?
9. Fasolea conține 23% albuminoase, 55% amidon, 4,8% grăsimi, iar restul alte substanțe. Ce cantitate din fiecare fel conțin 12 kg de fasole?
10. Un surogat de cafea este făcut din: 50% cicoare, 30% orz, 12% năut și 8% semințe de măceș. Ce cantitate din fiecare conțin 800 kg de surogat?
11. La alegerea cărbunelui scos dintr-o mină s-a găsit că 18% din cantitatea totală de cărbune era praf de cărbune. Din acest praf amestecat cu o cantitate de gudron egală cu 14% din masa lui se fabrică brichete. Ce cantitate de gudron este necesară la fabricarea brichetelor din praful a 300 de vagoane de cărbuni de câte 540 kg?
12. O mină produce 1 600 t de cărbune pe zi și din praf face brichete. Ce cantitate de brichete se produce din praful obținut în 30 de zile? (Se vor folosi datele din problema precedentă.)
13. Cărbunele scos din mină este ales și spălat. Prin alegere se pierde în general 10%, iar prin spălare se pierde 20% din cantitatea cărbunelui ales. Ce cantitate de cărbune spălat se obține din 365 de vagoane de câte 540 kg?
14. O mină produce în fiecare zi câte 1 200 t de cărbune brut. Din acest cărbune se pierd 12% prin alegere, 21% din rest prin spălare și 2% din ceea ce rămâne din spălare prin încărcarea în vagoane. Care este cantitatea de cărbune încărcată în vagoane în 200 de zile?
15. O piesă costa 400 lei. Prețul de cost al acesteia s-a redus prima dată cu 20%, a doua oară cu 15% și a treia oară cu 5%. Cât costă acum această piesă?
16. La fabrica de zahăr Giurgiu s-au primit zilnic câte 80 de vagoane de sfeclă de câte 8 500 kg. Sfecla pierde 3% din masă prin spălare; prin strivire ea mai pierde 1% din rest. Randamentul sfeclei este 13%. Ce cantitate de zahăr s-a scos din sfecla adusă în 110 zile?
17. Griul pierde 5% prin măcinare, iar cantitatea de piine obținută este cu 30% mai mare decât cantitatea de făină întrebuințată. Ce cantitate de piine se va obține din 156 de saci de câte 0,8 hl de grâu cu masa hectolitrică de 75 kg?
18. Ce cantitate de grâu se folosește pentru a fabrica 12 500 kg de piine dacă prin măcinare griul pierde 5%, iar cantitatea de piine reprezintă 130% din cantitatea de făină obținută?
19. La fabricarea piinii, în timpul frământatului, făina absoarbe apă cit 60% din cantitatea ei, iar prin coacere ea pierde 12%. Câte plini de câte 75 g se vor face din 165 de saci de făină de câte 75 kg? Scrieți formula numerică a acestei probleme.
20. O cooperativă agricolă de producție a cultivat 450 ha cu grâu, obținând câte 3 600 kg la hectar. Ce cantitate de piine se poate obține din acest grâu, dacă s-a pierdut 12% prin măcinare, iar prin fabricarea piinii cantitatea se mărește cu 28%?

21. Pe un lot experimental s-au cultivat garoafe pentru parfum, obținându-se 18 kg de semințe pe un ar. Semințele prin uscare pierd 12%, iar producția de ulei este de 46 kg din 100 kg de semințe; 1 l de ulei cântărește 900 g. Ce cantitate de ulei s-a obținut din semințele de pe 1 ar?

22. Calitatea grâului se caracterizează prin două elemente: puritatea și puterea de încolțire. Pentru însămînțarea unui lot experimental s-au folosit:

- 1) semințe cu 90% puritate și 80% putere de încolțire;
- 2) semințe cu 95% puritate și 80% putere de încolțire;
- 3) semințe cu 90% puritate și 85% putere de încolțire.

Din fiecare fel s-au folosit câte 100 kg de grâu.

Care dintre felurile de semințe au rodit mai mult?

2. Aflarea unui număr

când se dă un număr de procente din el

23. 8% din cît fac 240?

18% din cît fac 936?

3% din cît fac 72?

25% din cît fac 750?

24. Într-o clasă sînt 21 de elevi cu note peste 8 ceea ce reprezintă 60% din totalul elevilor clasei. Cîți elevi sînt în această clasă?

25. Într-o fabrică sînt 48 de frunțasi în muncă, ceea ce reprezintă 15% din totalul muncitorilor. Cîți muncitori sînt în această fabrică?

26. Lemnele pierd prin uscare 18%. Din cîte kilograme de lemne verzi rămîn 4 680 kg de lemne uscate?

27. Un tractorist a arat 56 ha, ceea ce reprezintă 40% dintr-un lot de pămînt. Cîte hectare de pămînt avea lotul?

28. O cooperativă agricolă de producție are 875 ha de pămînt arabil, ceea ce reprezintă 70% din tot pămîntul ei. Cîte hectare are această cooperativă?

29. În fabricile de zahăr, din sfeclă se face mai întîi un suc care se măsoară în grade, fiecare grad fiind socotit ca 1,9% din masa sfecei. Sfecla dă 40 t la hectar cu un suc de 8°. Ce cantitate de sfeclă a fost folosită pentru fabricarea a 7 600 t de zahăr? Ce suprafață s-a cultivat cu sfeclă?

30. Uleiul obținut din măsline reprezintă 12% din cantitatea măslinelor. 1 hl de măsline cântărește 40 kg și 1 hl de ulei cântărește 90 kg. Cîți hectoli-tri de măsline trebuie pentru 800 l de ulei?

31. Pentru a fi conservat, untului i se adaugă sare 8% din masa lui. Ce cantitate de unt s-a putut conserva cu 125,96 kg de sare?

32. C.E.C. dă 3,5 lei pe an pentru 100 de lei depuși. Ce sumă a depus un elev care a primit o dobîndă de 14 lei?

33. Dintr-un vițel se scot 55% carne de măcelărie. Cît a cîntărit un vițel din care s-au scos 99 kg de carne?

34. Dintr-un minereu de fier se obține 33% fontă. Ce cantitate de minereu de fier s-a folosit la fabricarea a 25 067,79 t de fontă?

35. Cartofii conțin 15% amidon. Cîți cartofi au fost necesari la fabricarea a 18 kg de amidon?

50. Un aliaj care cîntărește 10,5 kg este făcut din zinc, cositor și aramă. Zincul reprezintă 15% din toată cantitatea, iar cositorul $16\frac{2}{3}\%$ din cantitatea de zinc. Ce cantitate din fiecare fel de metal conține aliajul?
51. Alama este un aliaj din 64,8% aramă, 32,8% zinc și 2,4% plumb. Cîte kilograme trebuie luate din fiecare metal pentru a obține 656,25 kg de alamă?
52. Patru elevi vor să cumpere, fiecare, cîte o minge. Primului nu-i ajunge 26,(9)% din cost celui de al doilea nu-i ajunge $12/25$, celui de al treilea nu-i ajunge 47% din costul mingii, iar celui de al patrulea îi mai rămîne 0,22 din costul mingii. Să se calculeze cîte mingi ar putea cumpăra cei patru elevi dacă ar pune toți banii împreună.
53. După două reduceri succesive de prețuri de cîte 10%, un metru de mătase vegetală costă 32,40 lei. Cît a costat înainte de prima reducere de prețuri?
54. După ce s-au vîndut 33% dintr-o bucată de pînză, au mai rămas cu 25,5 m mai mult decît s-a vîndut. Cîți metri a avut bucată de pînză?
55. Un aliaj este format din aur și de 4 ori mai puțină aramă. Cît la sută din masa aliajului reprezintă aurul? Dar arama?
56. Un muncitor a lucrat 420 de piese, față de 360 cît trebuia să lucreze. Cu cît la sută și-a depășit norma acest muncitor?
57. O întreprindere construia aparate electrice la prețul de 1 920 lei bucată. După perfecționarea metodelor de fabricație, prețul s-a redus cu $p\%$ iar pînă la sfîrșitul cincinalului mai scade cu $2p\%$ și astfel aparatul se va vinde cu 1200,60 lei. Care au fost cele două scăderi de preț?
58. Un cetățean care și-a asigurat bunurile la A.D.A.S. plătește 600 lei primă anuală, ceea ce reprezintă 1,2% din valoarea asigurată. Care este valoarea bunurilor?
59. În cărbunele de pămînt intră în medie 80% carbon, iar în turbă 56%. Ce cantitate de turbă trebuie să luăm pentru ca să avem o cantitate de carbon egală cu cantitatea pe care o au 2 t de cărbuni?
60. Lemnele conțin în medie 50% carbon, antracitul 96% carbon. Cîte tone de antracit conține aceeași cantitate de carbon ca 25 m³ de lemne, dacă 10% din volumul lemnului reprezintă spațiile goale dintre butuci? (Densitatea lemnului este egală cu 0,7 g/cm³.)
61. Turba conține 25% apă și 10% cenușă, iar în rest se află 2% azot. Ce cantitate de turbă trebuie procurată pentru îmbunătățirea unei porțiuni de pămînt, ca această porțiune să primească 130 kg de azot?
62. Pentru recuperarea unei întîrzieri, un tren își mărește viteza cu 35%, ajungîndu-se astfel la 54 km pe oră. Să se calculeze viteza trenului prevăzută la început.
63. O bîrnă, al cărei volum este de 594 dm³, se transformă într-un pilon lung de 746,9 cm, lat de 14,45 cm și înalt de 10,55 cm. Cît la sută din cantitatea inițială de lemn reprezintă deșeurile după transformarea bîrnei?

64. O cantină a cumpărat 3 vagoane de cartofi de câte 15,9 t fiecare. La primire s-au găsit 47,54 t, scăzământul fiind datorit uscării. Cît la sută reprezintă scăzământul?
65. De pe 1 ha de pămînt se recoltează 30 q de grîu. La măcinatul grîului rămîne 90% făină; la coacerea pîinii se obține un adaos de 40% din masa făinii. Cîtă pîine se va obține din grîul cules de pe 10 ha?
66. În cercul de matematică al unei școli sînt 15 elevi, ceea ce reprezintă 30% din efectivul clasei a VI-a, iar elevii clasei a VI-a sînt cu 4 mai puțini decît 30% din efectivul claselor V—VIII. Cîți elevi sînt în clasele V—VIII?

Rezolvare:

$$15 = \frac{30}{100} x; \quad 1\,500 = 30 x; \quad x = 50;$$

$$54 = \frac{30}{100} y; \quad y = \frac{5\,400}{30} = 180;$$

67. La tîrgul de vară, la pînză s-a făcut o reducere de 15% la costul unui metru. La mătase s-a redus cu $\frac{1}{5}$ prețul unui metru iar un costum care costa 260 lei se vinde cu 230 lei. Să se exprime reducerea fiecărui articol în procente.
68. Prin irigare s-a obținut în medie la hectar o recoltă de porumb cu 2 380 kg mai mare. Știind că sporul de recoltă reprezintă 85% din recolta obținută înainte de irigare, să se afle producția obținută la hectar pe pămîntul irigat.
69. Ionel are 44% din numărul de nuci pe care îl are Adrian și în același timp cu 28 de nuci mai puțin decît acesta. Cîte nuci are fiecare dintre băieți?
70. Unui muncitor i s-a mărit retribuția în trei ani de două ori; o dată cu 48% și a doua oară cu 10%. După a doua mărire primește cu 551 lei pe lună mai mult decît la început. Să se calculeze cît primea pe lună înainte de fiecare mărire și cît primește acum. Cît la sută primește acum în plus față de acum trei ani?
71. De pe un ar de pămînt neîngrășat, o cooperativă agricolă de producție a cules în medie 384,1 kg de cartofi. După îngrășarea pămîntului, recolta medie de pe 1 ha a fost de 53 t 349,7 kg. Cu cît la sută a crescut recolta de cartofi prin îngrășarea pămîntului?
72. O marfă a costat 260 de lei. După două reduceri de preț consecutive, aceasta a fost vîndută cu 182 lei. Să se afle cît la sută din prețul inițial al mărfii reprezintă a doua scădere de preț, dacă prima scădere reprezintă 12,5% din prețul inițial.
73. Un miner a scos într-un schimb 26,45 t de cărbune, realizînd 115% din normă. Cîte tone de cărbune a scos un al doilea miner, care a realizat 112% din aceeași normă?
74. Prin ridicarea dîgului din jurul bălții Iezer s-au redat agriculturii 12 000 ha de pămînt, din care 15% s-au cultivat cu legume și 80% din rest cu porumb pentru porci. Cîți porci s-ar putea îngrășa cu acest porumb dacă unui porc îi sînt necesare 510 kg de porumb, pe an? Recolta medie de porumb este de 5 150 kg la hectar.

75. Ionel, Dinu și Ruxandra au depus bani la C.E.C.
Dinu a depus $\frac{3}{4}$ din cât depusese Ionel. Ruxandra a depus 80% din sumele depuse de Ionel și de Dinu iar 40% din sumele depuse de Dinu și de Ruxandra reprezintă 80% din suma depusă de Ionel. Ce sumă a depus fiecare copil la C.E.C.?
76. În țara noastră, într-un an procentele speciilor de pomi fructiferi au fost:
- | | | | |
|------------|--------|--------|--------|
| meri | 34,5 % | pruni | 29,1 % |
| piersici | 1,9 % | vișini | 4,6 % |
| peri | 6,3 % | caiși | 10 % |
| eireși | 6,3 % | gutui | 1,9 % |
| nuci 5,4 % | | | |
- Câți pomi au fost din fiecare fel, dacă numărul nucilor a fost 11 967 600?
77. O bibliotecă a împrumutat într-un an 110 700 cărți.
Câte cărți a dat în fiecare trimestru, dacă se știe că în fiecare trimestru a dat cu 25% mai mult ca în trimestrul precedent?
78. Trei brigăzi de tractoriști au arat o tarla astfel: prima brigadă 40%, a doua $\frac{1}{3}$ din rest plus 5% din întreaga suprafață, iar a treia restul. Pentru executarea acestei lucrări au făcut 400 de ore.
Cît la sută din lucrare a executat a treia brigadă?
Cîte ore a făcut fiecare brigadă?
79. O gospodină face dulceață din 12 kg de prune. Simburii care se aruncă reprezintă 15% din cantitatea prunelor. Se adaugă zahăr cîte 800 g la fiecare kilogram de prune fără simburi. Prin fierbere se pierde 12% din cantitate. Cîtă dulceață se va obține?

Răspunsuri

Cap. VIII. Procente

1. Aflarea procentelor dintr-un număr dat

$$11. 300 \cdot 540 = 162\,000 \text{ kg}, 162\,000 \cdot \frac{18}{100} = 29\,160 \text{ kg.}$$

$$29\,160 \cdot \frac{14}{100} = 4\,082,40 \text{ kg de gudron}$$

$$12. 1\,600 \text{ t} \cdot \frac{18}{100} = 288 \text{ t de praf de cărbune}$$

$$288 \cdot \frac{14}{100} = 40,32 \text{ t de gudron.}$$

$$288 + 40,32 = 328,32 \text{ de brichete pe zi.}$$

$$328,32 \cdot 30 = 9\,849,60 \text{ t.}$$

13. *Rezolvarea I.* $365 \cdot 540 = 197\,100$ kg

$$197\,100 \cdot \frac{10}{100} = 19\,710 \text{ kg de praf de cărbune}$$

$$197\,100 - 19\,710 = 177\,390 \text{ kg de cărbune ales}$$

$$177\,390 \cdot \frac{20}{100} = 35\,478 \text{ kg pierdut prin spălare}$$

$$177\,390 - 35\,478 = 141\,912 \text{ kg de cărbune spălat.}$$

Rezolvarea II. Acest fel de problemă se mai poate rezolva și altfel, folosind următoarea proprietate:

Dacă asupra unui număr oarecare A se fac operații succesive de adăugare sau scădere a anumitor procente din el, după a n -a operație rezultatul va fi egal cu

$$A \left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right) \left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right) \cdots \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right).$$

La acest rezultat s-a ajuns deoarece:

Dacă inițial numărul era A și s-a scăzut din el $p\%$,

1) după prima operație rezultatul era

$$A_1 = A - \frac{p_1}{100} A = A \left(1 - \frac{p_1}{100}\right).$$

2) după a doua operație rezultatul era:

$$A_2 = A_1 - \frac{p_2}{100} A_1 = A_1 \left(1 - \frac{p_2}{100}\right).$$

3) după a treia operație rezultatul era:

$$A_3 = A_2 - \frac{p_3}{100} A_2 = A_2 \left(1 - \frac{p_3}{100}\right)$$

.....
n) după a n -a operație rezultatul era

$$A_n = A_{n-1} - \frac{p_n}{100} A_{n-1} = A_{n-1} \left(1 - \frac{p_n}{100}\right).$$

Înmulțind membru cu membru obținem:

$$A_1 A_2 A_3 \dots A_n = A A_1 A_2 \dots A_{n-1} \left(1 - \frac{p_1}{100}\right) \left(1 - \frac{p_2}{100}\right) \dots \left(1 - \frac{p_n}{100}\right).$$

Împărțind relația cu $A_1 A_2 \dots A_{n-1}$ obținem:

$$A_n = A \left(1 - \frac{p_1}{100}\right) \left(1 - \frac{p_2}{100}\right) \dots \left(1 - \frac{p_n}{100}\right).$$

Această formulă se folosește în industrie pentru a calcula cât rămâne dintr-o cantitate oarecare de material după mai multe operații prin care se pierd diferite procente de deșeuri:

În problema noastră, cantitatea de cărbune obținută după spălare va fi:

$$A_2 = 197\,000 \left(1 - \frac{10}{100}\right) \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 197\,100 \cdot 0.90 \cdot 0.80 = 141\,912 \text{ kg.}$$

$$14. 1\,200 \left(1 - \frac{12}{100}\right) \left(1 - \frac{21}{100}\right) \left(1 - \frac{2}{100}\right) 200 = 163\,511,04 \text{ t.}$$

$$15. 258,40 \text{ lei.}$$

16. Randamentul sfecei este cantitatea de zahăr care se obține din 100 kg de sfeclă.

$$110 \cdot 80 \cdot 8\,500 = 74\,800\,000$$

$$A = 74\,800\,000 \left(1 - \frac{3}{100}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right) \left(\frac{13}{100}\right) = 933\,795,72 \text{ kg.}$$

$$17. 75 \cdot 156 \cdot 0,8 \left(1 - \frac{5}{100}\right) \left(1 + \frac{30}{100}\right) = 11\,559,60 \text{ kg.}$$

$$18. 10\,121 \text{ kg.}$$

$$19. \left[165 \cdot 75 \left(1 + \frac{60}{100}\right) \left(1 - \frac{12}{100}\right)\right] : 0,750 = 23\,232.$$

$$20. 450 \cdot 3\,600 \left(1 - \frac{12}{100}\right) \left(1 + \frac{28}{100}\right) = 1824\,768 \text{ kg.}$$

$$21. 18 \left(1 - \frac{12}{100}\right) \left(\frac{46}{100}\right) : \frac{9}{10} = 8,096 \text{ l.}$$

$$22. 100 \cdot 0,90 \cdot 0,80 = 72 \text{ kg; } 100 \cdot 0,95 \cdot 0,80 = 76 \text{ kg; } 100 \cdot 0,90 \cdot 0,85 = 76,5 \text{ kg.}$$

2. Aflarea unui număr

cînd se dă un număr de procente din el

29. Procentul zahărului față de sfeclă este

$$1,9 \cdot 8 = 15,2\%.$$

Cantitatea de sfeclă se obține din relația:

$$15,2\% \text{ din masa sfecei} = 7\,600.$$

$$\text{Masa sfecei} \frac{7\,600}{15,2\%} = 50\,000 \text{ t.}$$

Aria suprafeței cultivată cu sfeclă:

$$40 \text{ t} \cdot \text{Aria suprafeței} = 50\,000 \text{ t.}$$

$$\text{Aria suprafeței} = \frac{50\,000}{40} = 1\,250 \text{ ha.}$$

30. Masa a 8 hl de ulei este $90 \text{ kg} \cdot 8 = 720 \text{ kg.}$

Cantitatea măslinelor necesare: $12\% \text{ din masa măslinelor} = 720 \text{ kg;}$

$$720 : 0,12 = 6\,000 \text{ kg de măline; } 40 \cdot \text{volum} = 6\,000 \text{ kg; } 6\,000 : 40 = 150 \text{ hl.}$$

31. $8\% \text{ din cantitatea de unt} = \text{cantitatea de sare}$

$$\frac{\text{cantitatea de sare}}{\text{procent}} = \text{cantitatea de unt}$$

$$\frac{125,96}{0,08} = 1\,574,50 \text{ kg.}$$

34. 75 963 t. 35. 120 kg. 36. 400 m. 37. $6 \frac{6}{11} \text{ kg.}$ 10,25 kg. 38. 144; 72; 18 elevi

39. 2,85 kg.

3. Rapoarte procentuale

43. 20%; 20%; 60%. 44. 33%. 45. 21,428%. 46. 47,3%.

47. $40\% + 25\% = 65\%$; $\frac{65}{100} 16\ 000 = 10\ 400$;

$16\ 000 - 10\ 400 = 5\ 600$ lei.

4. Probleme combinate

48. 8; 2. 49. 42 de lei. 50. 1,575 kg; 0,2625 kg; 8,6625 kg. 51. 425,25 kg; 215,25 kg; 15,7 kg. 52. 3 mingi. 53. 40 de lei. 54. $100 - 33 = 67\%$; $67 - 33 =$

$= 34\%$; $\frac{100 \cdot 25,50}{34} = 75$ m.

55. 80%; 20%. 56. 16,6%. 57. 13,75%; 27,50%. 58. 50 000. 67. 15%; 20%; 11,54%. 68. 5 180 kg.

74. $\left(12\ 000 - 12\ 000 \cdot \frac{15}{100}\right) \cdot \frac{80}{100} \cdot 5\ 150 : 510 = 82\ 400$. 75. Ionel — 100 lei,

Dinu — 75 lei, Ruxandra — 140 lei.

78. 35%; 160; 100; 140 ore. 79. 16,156 kg.

Capitolul IX

Reprezentări grafice

Reprezentați grafic prin segmente datele problemelor nr. 1—3:

1. Lungimea frontierelor țării noastre este:

terestră	1 070 400 m
fluvială	1 837 800 m
maritimă	245 000 m
	3 152 900 m

Rezolvare

Dacă pe grafic se ia 1 cm pentru 200 000 m, segmentele care reprezintă lungimea frontierelor vor fi:

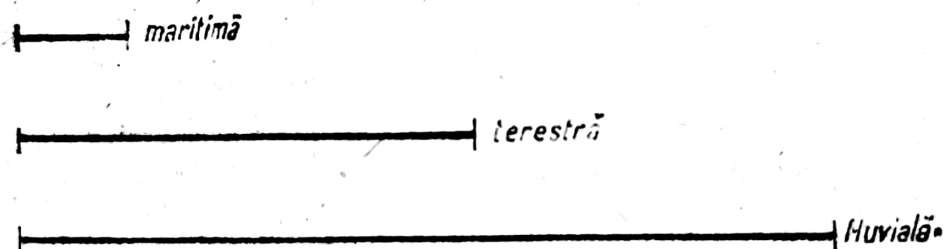


Fig. 9.

2. Liniile de transporturi fluviale din țara noastră au următoarele lungimi:

- 1) Brăila — Sulina 171 km
- 2) Brăila — Chilia — Periprava 201 km
- 3) Brăila — Măcin 15 km.
- 4) Galați — Brăila 20 km
- 5) Tulcea — Sf. Gheorghe 114 km
- 6) Brăila — Oltina 164 km
- 7) Brăila — Piatra-Frecăței 64 km
- 8) Brăila — Mărasu 55 km
- 9) Călărași — Ostrov 20 km
- 10) Drobeta-Turnu Severin — Gruia 80 km
- 11) Moldova-Veche — Orșova 94 km
- 12) Timișoara — Otelek (pe Bega) 33 km.

3. Lungimea liniilor de cale ferată ale țării noastre au fost:

1966	11 007 km
1967	11 028 km
1968	11 016 km
1969	11 006 km
1970	11 012 km
1971	11 093 km
1972	11 023 km
1973	11 019 km
1974	11 086 km

4. Reprezentați grafic, prin coloane, înălțimile din lanțul alpino-carpato-himalaian: Virful Everest (Chomolungma) 8 848 m, Mont-Blanc 4 810 m, Moldoveanu 2 543 m.

Rezolvare

Fenomenele geografice și economice se reprezintă în general prin coloane și benzi. Coloanele și benzile sînt dreptunghiuri, primele așezate vertical, ultimele orizontal (fig. 10). Coloanele au aceeași bază iar înălțimea este proporțională cu datele care se reprezintă. Coloanele sînt așezate la o distanță oarecare una de alta, eventual la o distanță egală cu baza.

Se poate lua 1 cm pentru 1 000 m.

5. Reprezentați grafic prin coloane principalele altitudini muntoase din țara noastră:

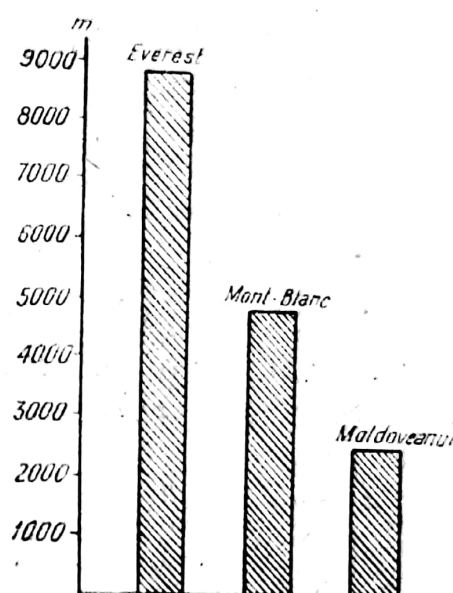


Fig. 10.

Denumirea vîrfului și a masivului

Înălțimea în metri

Moldoveanu	2 543
Negoiul-Făgăraș	2 535
Mindra-Paring	2 529
Omul-Bucegi	2 511
Urlea-Făgăraș	2 507
Iezerul Mare-Iezer	2 463
Ludișorul-Făgăraș	2 305
Pietrosul-Rodna	2 305
Godeanu	2 229
Omul-Stinișoara	1 931
Toaca-Ceahlău	1 904
Giulalău-Rarău	1 887
Ocolășul Mare-Ceahlău	1 857
Bihor-Apuseni	1 848
Vlădeasa-Apuseni	1 836

Buila-Buila	1 809
Buteasa-Apuseni	1 782
Rarău-Rarău	1 653

6. Reprezentați grafic prin coloane înălțimile vulcanilor (se vor aranja înălțimile în ordine descrescătoare).

Etna-Sicilia-Europa	3 263 m
Kliucev-Kameiatka-Asia	4 850 m
Mauna Loa-Hawai	4 167 m
Orizaba-Mexic	5 700 m
Liullaillaco-Chilo	6 710 m
Meru-Africa	4 566 m
Erebus-Antaretica	4 023 m

7. Reprezentați grafic prin coloane adâncimea medie a oceanelor:

Oceanul Pacific	4 280 m
Oceanul Atlantic	3 940 m
Oceanul Indian	3 960 m

8. Reprezentați grafic prin coloane populația orașelor:

București	1 565 872 locuitori	1
Cluj-Napoca	218 703 locuitori	2
Timișoara	210 520 locuitori	3
Brașov	198 753 locuitori	5
Ploiești	175 527 locuitori	8
Iași	210 388 locuitori	4
Constanța	193 720 locuitori	1
Arad	145 968 locuitori	10
Brăila	165 803 locuitori	3
Craiova	194 235 locuitori	6

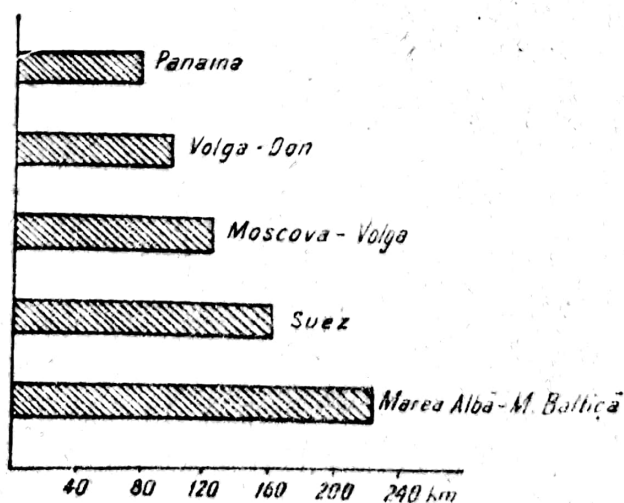


Fig. 11.

9. Să se reprezinte grafic prin benzi:
Cele mai mari canale din lume sînt:

Marea Albă-Marea Baltică	227 km
Suez	166 km
Moscova-Volga	128 km
Volga-Don „V.I. Lenin“	101 km
Panama	81 km

Rezolvare

Benzile sînt dreptunghiuri așezate orizontal, toate au aceeași lățime, lungimile lor sînt proporționale cu numerele de reprezentat.

În cazul acesta putem lua 1 cm pentru 40 km (fig. 11).

10. Reprezentați grafic prin benzi lungimea fluviilor:

Nil	6 671 km
Amazon	6 280 km
Mississippi	6 418 km
Volga	3 688 km
Dunărea	2 850 km

11. Reprezentați grafic prin benzi lungimea fluviilor Europei:

Volga	3 688 km	Loara	1 020 km
Dunărea	2 850 km	Oder	848 km
Nipru	2 285 km	Ron	759 km
Don	1 967 km	Ebru	928 km
Pecioara	1 789 km	Sena	776 km
Ural	2 534 km	Pad	652 km
Rin	1 360 km	Weser	733 km
Vistula	1 068 km	Tibru	405 km
Elba	1 112 km	Tamisa	405 km

12. Reprezentați grafic prin benzi principalele cursuri de apă din țara noastră (aranjați-le mai întâi în ordine crescătoare):

Dunărea	1 075 km	Vedea	243 km
Prut	704 km	Dimbovița	266 km
Mureș	718 km	Bega	169 km
Olt	699 km	Birlad	247 km
Siret	592 km	Trnava Mare	249 km
Someșul Mare	346 km	Jijia	283 km
Ialemița	414 km	Oltet	184 km
Timiș	241 km	Prahova	169 km
Jiu	349 km	Trnava Mică	191 km
Argeș	340 km	Arieș	164 km
Buzău	334 km	Neajlov	188 km
Bistrița	279 km	Teleorman	178 km
Crișul Alb	226 km		

13. Reprezentați grafic prin benzi lungimea tunelurilor:

Simplon Elveția-Italia	19 283 m
Apenini-Bologna-Florența	18 508 m
St. Gotthardt-Elveția	14 990 m
Lötschberg-Elveția	14 536 m
Mont Cenis-Franța-Italia	13 636 m
Arlberg-Austria	10 248 m
Sumițu-Japonia	9 600 m
Otira-Oceania	8 580 m

Huntington-California
Cascade Range-S.U.A.
Transandin-Argentina

21 760 m
12 550 m
8 100 m

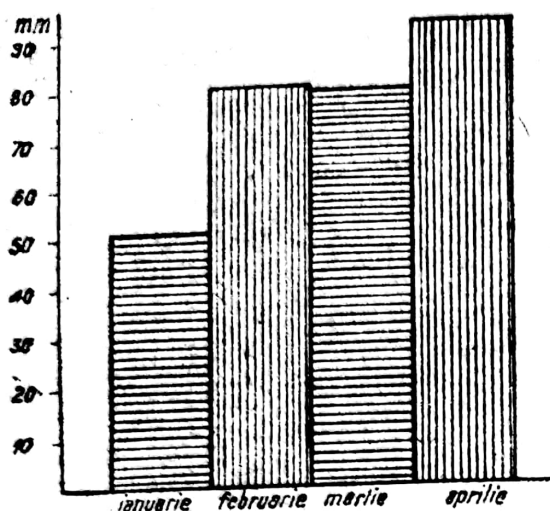


Fig. 12.

14. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri așezate vertical următoarele cantități de precipitații (vezi fig. 12).

ianuarie	50,9 mm
februarie	80,7 "
martie	79,2 "
aprilie	92,6 "
mai	87,7 "
iunie	73,9 "
iulie	51,6 "
august	66,1 "
septembrie	45,1 "
octombrie	46,9 "
noiembrie	31,4 "
decembrie	72,7 "

15. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri așezate vertical:

munții noștri au înălțimi de 2 500 m
dealurile noastre se ridică pînă la 800 m
cîmpia de la 0 pînă la 200 m.

16. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri suprapuse relieful țării noastre (fig. 13):

cîmpii	33 %
dealuri	37 %
munți	30 %
	100 %

17. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri creșterea fondului de bază a unei cooperative agricole de producție pe următorii ani:

1970	3 600 001 lei
1971	3 900 025 lei
1972	3 998 826 lei
1973	4 000 007 lei
1974	4 125 000 lei
1975	4 315 256 lei

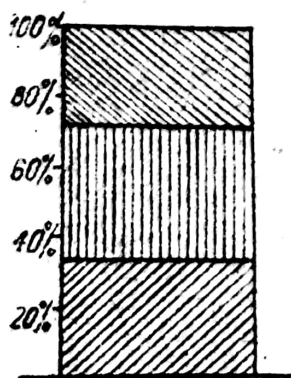


Fig. 18.

Reprezentați grafic datele din problemele 18 și 19.

18. Producția de fontă a țării noastre în anii:

1970	4 210 000 t
1971	4 382 000 t
1972	4 890 000 t
1973	5 713 000 t
1974	6 081 000 t
1975	6 892 000 t

19. Producția de oțel a țării noastre a fost:

1967	4 088 000 t
1968	4 751 000 t
1969	5 540 000 t
1970	6 517 000 t
1971	6 803 000 t
1972	7 401 000 t
1973	8 161 000 t
1974	8 840 000 t
1975	9 549 000 t

20. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri așezate orizontal suprafețele bazinelor (fig. 14).

Amazon.	6 120 000 km ²
Nil	2 900 000 km ²
Volga	1 380 000 km ²
Dunărea	817 000 km ²

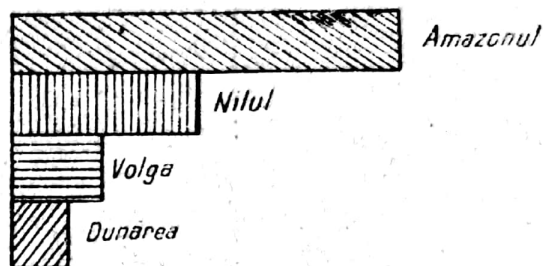


Fig. 14.

Rezolvare:

Se poate lua 1 cm² pentru 1 000 000 km².

21. Reprezentați grafic prin dreptunghiuri așezate orizontal suprafețele următoarelor județe:

Alba	6 231 km ²	Cluj	6 650 km ²
Arad	7 654 km ²	Constanța	7 055 km ²
Argeș	6 801 km ²	Dolj	7 403 km ²
Bacău	6 603 km ²	Harghita	6 610 km ²
Bistrița	5 305 km ²	Iași	5 469 km ²
Botoșani	4 965 km ²	Satu-Mare	4 405 km ²
Brașov	5 351 km ²	Timiș	8 678 km ²
		Vrancea	4 863 km ²

Reprezentați grafic prin dreptunghiuri așezate orizontal datele din problemele nr. 22 și 23.

22. Producția de oțel în anul 1975:

Argentina	1 790 000 t
Canada	14 296 000 t
Chile	826 000 t
Franța	24 319 000 t
Italia	17 312 000 t
Japonia	78 312 000 t
Republica Socialistă România	9 549 000 t
Turcia	2 009 000 t
R.P. Ungară	3 005 000 t

23. Producția de ciment în anul 1975

R.P. Bulgaria	4 219 000 t
R.S. Cehoslovacă	7 439 000 t
Grecia	5 159 000 t
R.D. Germană	8 029 000 t
R.S.F. Iugoslavia	4 595 000 t
Republica Socialistă România	11 520 000 t
Turcia	5 132 000 t
R.P. Ungară	3 802 000 t

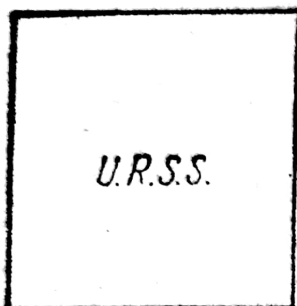


Fig. 15.



24. Reprezentați grafic prin pătrate suprafețele țărilor (fig. 15):

U.R.S.S. (partea europeană)	5 570 000 km ²
Republica Socialistă România	237 500 km ²
R.P. Ungară	93 000 km ²
R.P. Bulgaria	112 000 km ²

Rezolvare:

Se extrage rădăcina pătrată din fiecare dată numerică și se împarte la scară; rezultatul obținut va fi latura pătratului. $\sqrt{5\,570\,000} = 2\,360$ km. Pentru latura pătratului se poate lua 1 cm pentru 500 km.

25. Reprezentați grafic prin pătrate suprafețele următoarelor țări ale Europei:

R.P. Albania	28 748 km ²
R.S. Cehoslovacă	127 827 km ²
Grecia	131 944 km ²
R.P. Polonă	312 677 km ²

26. Reprezentați grafic prin pătrate cantitățile de cărbune extras în țara noastră:

1968	17 020 mii tone
1969	19 152 mii tone
1970	22 835 mii tone
1971	22 951 mii tone
1972	25 271 mii tone
1973	26 664 mii tone
1974	29 207 mii tone
1975	29 385 mii tone

27. Reprezentați grafic prin pătrate, numărul apartamentelor construite într-un an din fondul statului

Județul Alba	2 005
Județul Arad	2 558
Județul Brașov	3 056

Județul Cluj	4 512
Județul Prahova	3 514
Județul Vâlcea	2 316

28. Reprezentați grafic prin pătrate suprafețele și numărul locuitorilor de pe continente:

Europa	4 929 000 km ²	452 000 000 locuitori
Asia	27 530 000 km ²	190 700 000 locuitori
Africa	30 259 000 km ²	328 000 000 locuitori
America	42 089 000 km ²	479 000 000 locuitori
Oceania	8 511 000 km ²	18 000 000 locuitori
U.R.S.S.	22 402 000 km ²	236 000 000 locuitori

29. Reprezentați grafic prin triunghiuri isoscele temperaturile:

<i>Moscova</i>	
ianuarie	— 10°
iulie	19°
<i>București</i>	
ianuarie	— 3,6°
iulie	21,5° (fig. 16)

30. Reprezentați grafic prin triunghiuri isoscele temperaturile:

<i>Omul</i>	
ianuarie	— 15,9°
iulie	5,7°
<i>Urziceni</i>	
ianuarie	— 7,6°
iulie	23°

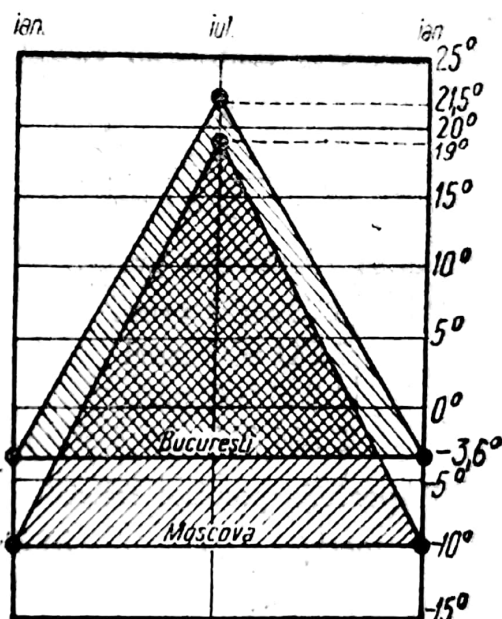


Fig. 16.

Reprezentați grafic cu ajutorul cercurilor datele din problemele 31 și 32.

31. Cantitățile de mărfuri transportate pe căile ferate în țara noastră

1970	171 mil. tone
1971	184 mil. tone
1972	193 mil. tone
1973	205 mil. tone
1974	218 mil. tone

32. Suprafața țării noastre repartizată după modul de folosință în anul 1974 a fost:

arabil	9 703,3 mii ha
pășuni	3 037,1 mii ha
finete	1 412,5 mii ha
vii	332,4 mii ha
livezi	433,7 mii ha
fond forestier	6 313,2 mii ha
alte suprafețe	2 507,4 mii ha

Reprezentați grafic prin sectoare circulare datele din problemele nr. 33—36.

33. Repartiția pădurilor din țara noastră:

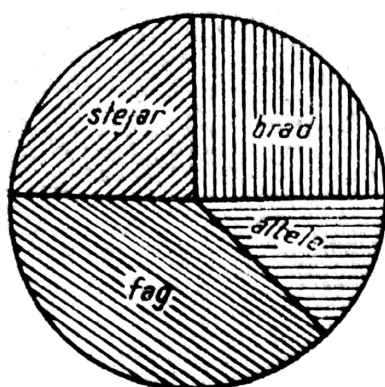


Fig. 17.

25 % brad 38 % fag
24 % stejar 13 % altele

Rezolvare:

Pentru a afla lungimea arcului de cerc corespunzător sectorului (fig. 17) se folosește regula de trei simplă: de exemplu, pentru fag se consideră:

$$\begin{array}{l} 100 \% \dots\dots\dots 360^\circ \\ 38 \% \dots\dots\dots x \end{array}$$

$$x = \frac{38 \cdot 360}{100} = 137^\circ$$

34. Populația Republicii Socialiste România la începutul anului 1975 era:

— mediu urban	8 978 917
— mediu rural	12 049 924
T o t a l	21 028 841

35. Să se reprezinte grafic:

38 739 000 pruni	1 244 900 caiși și zarzări
7 841 000 meri	11 967 600 nuci
2 548 000 peri	3 587 500 alți pomi
3 597 700 cireși și vișini	

36. Repartiția pomilor fructiferi în țara noastră este următoarea:

meri	34,5 %	pruni	29,1 %
piersici	1,9 %	caiși și zarzări	10 %
peri	6,3 %	gutui	1,9 %
cireși și vișini	10,9 %	nuci	5,4 %

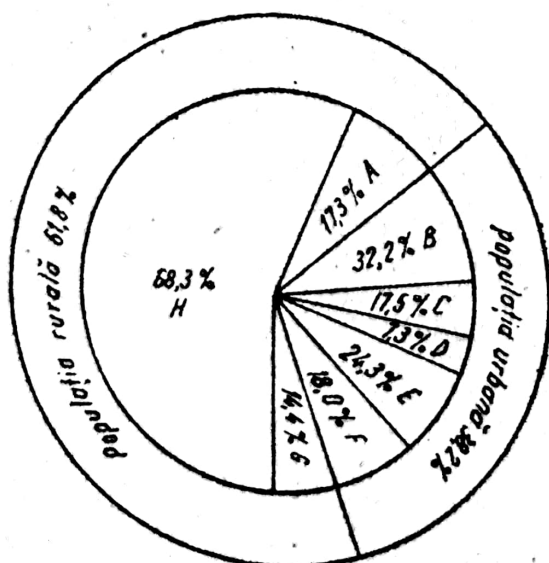


Fig. 18.

37 a) Repartizați grafic în culori gruparea următoarelor orașe și comune după numărul populației (fig. 18).

B orașe sub	20 000 locuitori
C orașe	20 000 — 50 000 locuitori
D orașe	50 000 — 100 000 locuitori
E orașe	100 000 — 200 000 locuitori
F orașul București	
G comune sub	2 000 locuitori
H comune	2 000 — 5 000 locuitori
A comune peste	5 000 locuitori

b) Reprezențați grafic cu ajutorul unui semicerc datele din problemele:

a) Suprafața forestieră în producție este de 6 493 000 ha, din care (fig. 19).

codru	4 880 000 ha
cring lemn tare	762 000 ha
cring lemn moale	130 000 ha
alte	721 000 ha

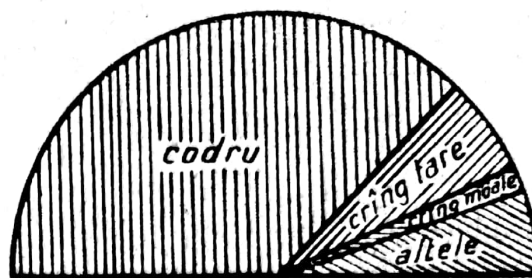


Fig. 19.

Rezolvare:

Se consideră

$$\begin{array}{rcl} 6\,493\,000 & \dots\dots\dots & 180^\circ \\ 4\,880\,000 & \dots\dots\dots & x \\ \hline & & x = 135^\circ. \end{array}$$

b) În agricultura țării noastre au lucrat într-un an:

specialiști cu studii superioare	19 236
specialiști cu studii medii	21 436
tractoristi mecanizatori	61 405

c) Reprezentați grafic cu ajutorul cercurilor, energia electrică — putere instalată într-un an, ca în figura 20, în centrale, în mii kw.

38. Să se figureze pe axa numerelor reale punctele: $A(3)$; $B(-3)$;

$$C\left(\frac{1}{2}\right); \quad D\left(\sqrt{2}\right); \quad E\left(-\frac{3}{4}\right);$$

$$F\left(\frac{7}{5}\right); \quad G\left(2\frac{1}{2}\right); \quad H\left(-1\frac{2}{7}\right).$$

39. Să se figureze pe axa numerelor reale:

— toate numerele întregi mai mari ca -5 și mai mici decât 3 ;

— toate numerele întregi cuprinse între -8 și -1 ;

— toate numerele naturale cuprinse între -2 și 7 ;

— toate fracțiile cu numărătorul 1 și numitorul număr par ≤ 10 .

40. Desenați simetricele punctelor $A(2,1)$; $B(-3,4)$; $C(2,-1)$; $D(-5,-5)$ față de origine, față de axa xx' , față de axa yy' .

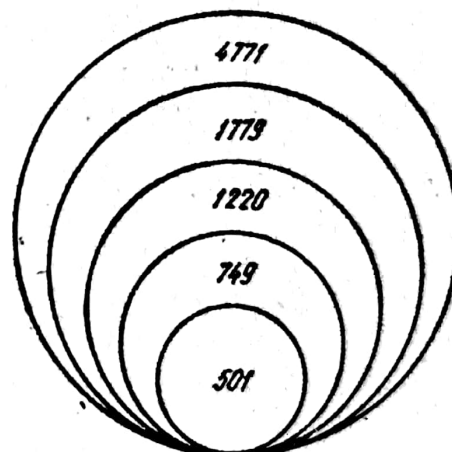


Fig. 20.

41. Să se construiască:

a) segmentele care unesc punctele:

$$A(3,4) \text{ și } B(-5,-1);$$

$$C(-4,3) \text{ și } D(8,2);$$

$$E(0,2) \text{ și } B(0,3);$$

— triunghiul care are ca vîrfuri punctele:

$A(4,5)$, $B(6,3)$ și $C(-4,2)$;

$M(0,4)$, $N(2,0)$ și $P(-3,-3)$;

— patrulaterul care are ca vîrfuri punctele:

$A(1,2)$, $B(-3,4)$, $C(2,5)$ și $D(6,-5)$;

$M(3,4)$, $N(-2,-2)$, $P(1,2)$ și $Q(-2,5)$.

42. Să se deseneze patrulaterul care are ca vîrfuri punctele:

$A(5,1)$, $B(6,5)$, $C(1,1)$ și $D(2,4)$ și

să se afle cu ajutorul acestui desen coordonatele punctului de intersecție a diagonalelor lui.

43. Să se alcătuiască un tabel de variație pentru următoarea problemă: 1 kg de zahăr costă 9 lei, 2 kg de zahăr costă 18 lei, $1/2$ kg costă 4,50 lei

Rezolvare:

x	0	$1/2$	1	2	3
$y = 9x$	0	4,5	9	18	27

Așezați pe un sistem de axe de coordonate perechile

$(0,0)$ $(1,9)$ $(2,18)$ $(3,27)$.

Observați că unind aceste puncte obținem o linie dreaptă (fig. 21).

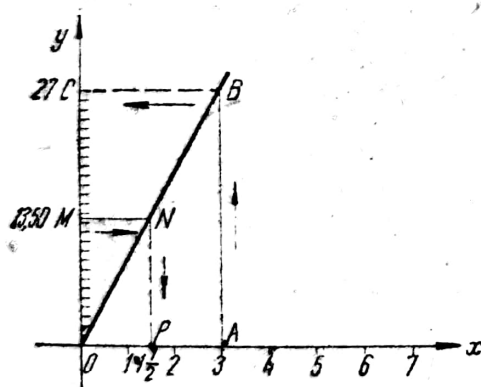


Fig. 21.

Acest grafic poate servi ca barem de prețuri astfel:

Pe axa x -lor figurează cantitățile, pe a y -lor prețurile.

Pentru a afla cât costă 3 kg de zahăr pornim după săgeata de la $A \rightarrow B \rightarrow C$. 27 lei reprezintă costul a 3 kg de zahăr. Cât zahăr se poate cumpăra cu 13,50 lei?

Pornim $M \rightarrow N \rightarrow P$ $3/2$ kg zahăr.

44) Stabiliți tabelul de variație și graficul funcției

$$y = 15x; \quad y = \frac{3}{2}x$$

dînd lui x valorile: -4 , -3 , $-1,0,3,5$.

45) Reprezentați grafic funcția $y = \frac{1}{2}x$ dînd lui x valorile: -4 ; -2 , 0 , 2 , 4

46. Rezolvați cu ajutorul graficelor următoarele probleme:

Într-o tabără trebuia să se dea fiecărui copil 300 g de prune, care costau 4 lei kilogramul, dar s-au dat:

300 g piersici care costau 6 lei kilogramul.

a) Cu cât s-a scumpit masa în această zi?

b) Ce cantitate de piersici trebuia dată ca să nu se scumpească masa?

c) Ce cantitate de prune se pot da în loc de 300 g de piersici?

Rezolvare:

Se reprezintă grafic pe același sistem de axe de coordonate (fig. 22):

$$y = 4x \quad \text{și} \quad y = 6x.$$

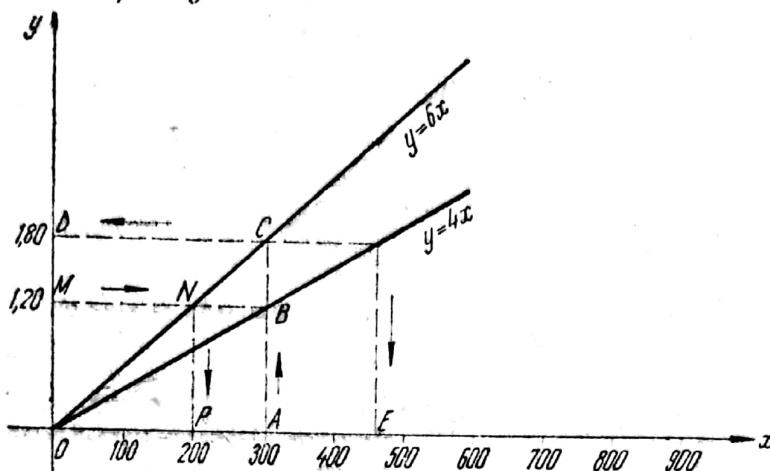


Fig. 22.

300 g de prune costau 1,20 lei.

300 g de piersici costau 1,80 lei.

Segmentul BC reprezintă suma cu care s-a scumpit masa.

b) Cantitatea de piersici, care trebuia să înlocuiască prunele se află pornind în sensul săgeții de la M la N și apoi P care are abscisa 200.

c) 450 g prune în loc de 300 g piersici.

47. Două mașini una cu viteza de 60 km/oră și cealaltă cu viteza de 45 km/oră pornesc în același moment una spre alta din două puncte A și B situate la 210 km unul de altul. La ce oră și la ce distanță se vor întâlni cele două mașini?

Rezolvare:

Notăm pe axa x -lor timpul în ore, pe axa yy' distanțele cu kilometri (fig. 23).

Stabilim în primul rând graficul mișcării mașinii cu viteza de 60 km astfel:

Graficul mișcării mașinii trece prin punctele $A(0,0)$ și $C(1, 60)$ iar a celei de a doua prin punctele $B(0, 210)$ și $D(1, 165)$. Punctul de întâlnire al celor două vehicule este F . Pentru a afla timpul pornim pe verticală din F până în E . Abscisa lui E reprezintă timpul, adică 2 ore, iar locul întâlnirii îl aflăm pornind pe orizontală din F în H . Deci vehiculele se întâlnesc în punctul F de coordonate (120 km, 2 ore).

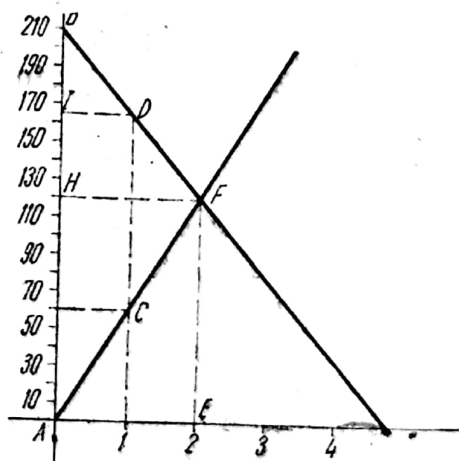


Fig. 23.

48. O mașină pornește din punctul A cu o viteză de 50 km/oră. După 20 minute pornește în același sens o altă mașină cu viteza de 60 km/oră. După cât timp și în ce loc se vor întâlni cele două mașini?

Rezolvare:

Graficul mișcării primei mașini (fig. 24) este o dreaptă care trece prin punctele $A(0,0)$ și $B(1,50)$. A doua mașină are graficul mișcării dreapta care trece prin $C(\frac{1}{3}, 0)$ și $D(\frac{4}{3}, 60)$. Cele două mașini se întâlnesc în punctul E . Pentru a afla timpul, coborâm o perpendiculară din E în F . Găsim 2, deci după 2 ore

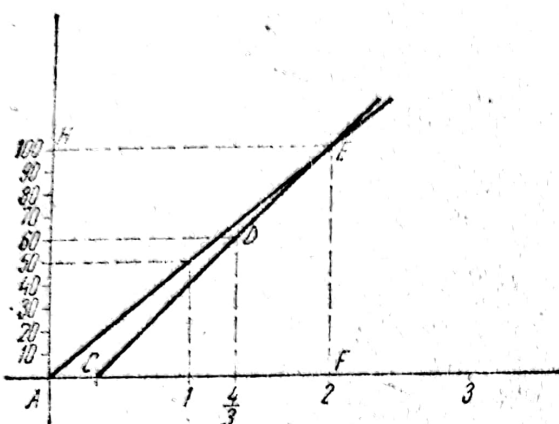


Fig. 24.

de la plecarea primei mașini, iar locul îl aflăm ducând o orizontală EH , $H(0,100)$ deci coordonatele punctului E sînt 2 și 100.

49. Rezolvați cu ajutorul graficelor problemele:

- Un robinet dă în 3 minute 17 litri de apă; câți litri de apă va da în 10 minute?
- O mașină pornește de la kilometrul 20 cu o viteză de 60 km pe oră. Unde se va găsi după $1/2$ oră, $3/4$ oră, 2 ore? Ce drum a parcurs după 50 minute, după 20 minute?

În cît timp a ajuns la kilometrul 120?

Dar la kilometrul 150?

Cînd va trece prin fața kilometrului 100?

- Un biciclist pleacă din București spre Pitești cu o viteză de 20 km pe oră. După o oră pleacă o mașină tot din București spre Pitești, cu o viteză de 60 km pe oră. Reprezentați grafic folosindu-vă de două axe de coordonate mersul biciclistului și al mașinii și notați cu roșu punctul de întîlnire.

50. Considerați din nou datele din problema precedentă, socotind însă că mașina a avut o pană, din cauza căreia a stat pe loc 30 de minute. Arătați punctul de întîlnire în acest caz.

Reprezentați grafic cu ajutorul a doua axe mersul trenurilor din problemele nr. 51—53.

51. Tren nr. 16

Stații C.F.R.	kilometri	ora
București-Nord	0	1 h 20 min
Videle	51	2 h 42 min
Roșiori	100	3 h 57 min
Caracal	156	6 h 3 min
Craiova	209	8 h 3 min

52. Rapidul „Tansilvania“

Stația C.F.R.	kilometri	ora
București	0	13 h
Ploiești-Vest	59	13 h 54 min

Predeal	140	15 h 19 min
Braşov	166	15 h 53 min
Sighişoara	294	17 h 44 min

53. Accelerat 312

Timişoara — Cluj-Napoca — Vatra Dornei

Timişoara	0	16 h 39 min
Arad	57	7 h 45 min
Oradea	178	10 h 06 min
Huedin	281	12 h 12 min
Cluj-Napoca	331	13 h 11 min
Dej	390	14 h 23 min
Vatra Dornei	536	18 h 22 min

54. Reprezentați grafic cu ajutorul a doua axe de coordonate producția de laminate din țara noastră:

Anul:	1966	2 585 000 t
	1967	2 908 000 t
	1968	3 393 000 t
	1969	3 816 000 t
	1970	4 504 000 t
	1971	4 763 000 t
	1972	5 230 000 t
	1973	5 833 000 t
	1974	6 253 000 t
	1975	6 810 000 t

55. Două mașini pornesc în același timp și merg cu viteza de 45 km/oră. După o oră una dintre ele are o pană și trebuie să stea o oră pe loc pentru reparații. După aceea pornește cu viteza V după cealaltă mașină care și-a continuat drumul cu viteza inițială. După o oră mașina a doua o ajunge pe prima. Cu ce viteză a mers această mașină în ultima oră?

Capitolul X

Diferite metode de rezolvare a problemelor de aritmetică

A. Metoda grafică

1. Aflarea numerelor cînd se dau suma și diferența lor

1. O frînghie de 86 m a fost tăiată în două părți, în așa fel încît una din ele să fie cu 24 m mai mare decît cealaltă. Cîți metri are fiecare parte?

Rezolvarea I

Fie AB partea mai mică și CD partea mai mare. Porțiunea ED cu care partea mai mare o întrece pe cea mai mică este de 24 m. Dacă suprimăm această porțiune, ne rămîn două bucăți de frînghie egale AB și CE (fig. 25). Ele au împreună $86 - 24 = 62$ m, deci o parte are $62 : 2 = 31$ m. Aceasta este lungimea părții mai mici. Partea mai mare va avea $31 + 24 = 55$ m (sau: $86 - 31 = 55$ m).

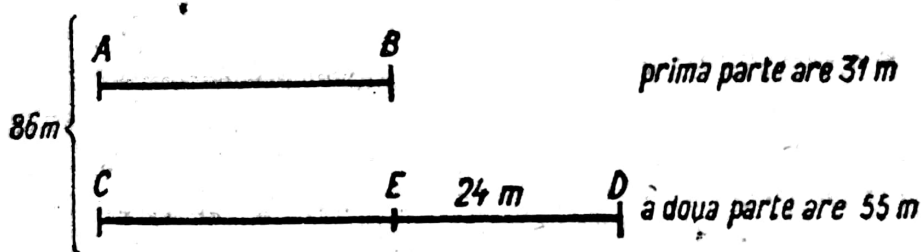


Fig. 25.

Rezolvarea II

Putem afla mai întîi partea mai mare.

Ne închipuim că adăugăm la partea mai mică o bucată de frînghie BE (fig. 26) de 24 m. Obținem două bucăți egale, AE și CD , care au împreună $86 + 24 = 110$ m, deci o parte are $110 : 2 = 55$ m. Aceasta este lungimea părții mai mari. Partea mai mică este de $55 - 24 = 31$ m (sau: $86 - 55 = 31$ m).

Notă. Din rezolvarea acestei probleme am observat că atunci cînd ni se dau suma și diferența a două numere, dacă adunăm suma cu diferența obținem de două ori numărul cel mai mare, iar dacă scădem diferența din sumă obținem de două ori numărul cel mic.

În general, dacă notăm cu S suma, cu D diferența, cu N numărul mai mare și cu n numărul mai mic, putem scrie următoarele formule:

$$\frac{S + D}{2} = N \text{ și } \frac{S - D}{2} = n.$$

2. Două piese de metal cântăreau 158 kg; una din ele avea cu 32,80 kg mai mult decât cealaltă. Cite kilograme cântărea fiecare piesă (fig. 27)?

Rezolvare

$$158 \text{ kg} - 32,80 \text{ kg} = 125,20 \text{ kg}$$

$$125,20 \text{ kg} : 2 = 62,60 \text{ kg} - \text{partea cea mai mică}$$

$$62,60 + 32,80 = 95,40 \text{ kg} - \text{partea cea mai mare.}$$

$$\text{Proba: } 95,40 + 62,60 = 158,00 \text{ kg}$$

sau:

$$158 \text{ kg} + 32,80 \text{ kg} = 190,80 \text{ kg}$$

$$190,80 \text{ kg} : 2 = 95,40 \text{ kg}$$

$$95,40 \text{ kg} - 32,80 \text{ kg} = 62,60 \text{ kg.}$$

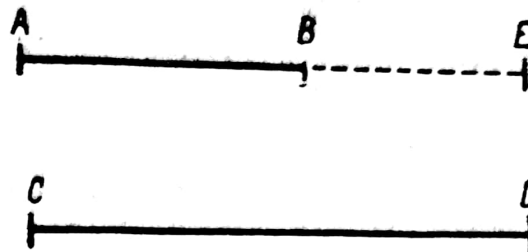


Fig. 26.

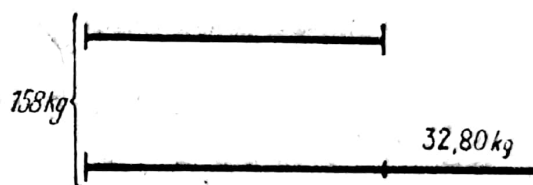


Fig. 27.

3. Două grupuri de pionieri au strins 36,250 kg de semințe de plante furajere; un grup a strins cu $8\frac{3}{5}$ kg mai mult decât celălalt. Cite kilograme de semințe a strins fiecare grup?

$$\text{Rezolvare } 36,250 - 8\frac{3}{5} = 36,250 - 8,600 = 27,650$$

$$27,650 : 2 = 13,825 \text{ kg}$$

$$13,825 + 8,600 = 22,425 \text{ kg.}$$

$$\text{Proba: } 22,425 + 13,825 = 36,250 \text{ kg.}$$

4. Pentru electrificarea a două sate s-au folosit 104 km de cablu; pentru unul din ele s-a folosit cu 16 km mai mult decât pentru celălalt. Câți kilometri de cablu s-au folosit pentru fiecare sat?

Rezolvarea I

104 km reprezintă suma kilometrilor folosiți de cele două sate, iar 16 km, diferența lor. Dacă se adaugă diferența la sumă se obține de două ori numărul cel mare.

$$104 \text{ km} + 16 \text{ km} = 120 \text{ km}$$

$$120 \text{ km} : 2 = 60 \text{ km numărul cel mare}$$

$$60 \text{ km} - 16 \text{ km} = 44 \text{ km}$$

$$\text{Proba: } 60 \text{ km} + 44 \text{ km} = 104 \text{ km}$$

Rezolvarea II

$$104 - 16 = 88 \text{ km}$$

$$88 : 2 = 44 \text{ km}$$

$$44 + 16 = 60 \text{ km.}$$

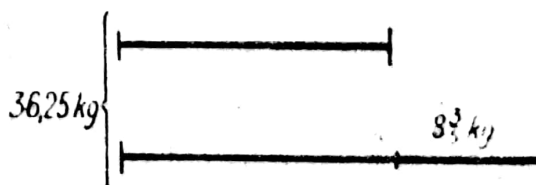


Fig. 28.

5. Suma depusă de Dinu și de Anca la C.E.C. este de 246 de lei. Cît a depus fiecare din ei, dacă Dinu a depus cu 32 de lei mai mult?

Rezolvare $(246 + 32) : 2 = 139$ de lei —
 $139 - 32 = 107$ lei.

Proba: $139 + 107 = 246$ de lei.

6. În două lăzi sînt $38\frac{1}{4}$ kg de cuie; dacă dintr-o ladă se mută în cealaltă $4\frac{3}{4}$ kg de cuie, în ambele lăzi vor fi cantități egale de cuie. Cîte kilograme de cuie au fost la început în fiecare ladă?

Rezolvare

Segmentul EB arată cu cît prima ladă conține mai mult decît a doua. Pentru ca cele două lăzi să conțină cantități egale de cuie, trebuie să mutăm din prima ladă într-a doua o cantitate de cuie reprezentată de jumătate din segmentul EB , adică FB . În problemă se dă că FB reprezintă $4\frac{3}{4}$ kg, deci

EB reprezintă $4\frac{3}{4} \cdot 2 = 9\frac{1}{2}$ kg. Acum cunoaștem suma $(38\frac{1}{4})$ și diferența $(9\frac{1}{2})$ dintre masele celor două lăzi (fig. 29).

Lada I conține $(38\frac{1}{4} + 9\frac{1}{2}) : 2 = 23\frac{1}{8}$ kg.

7. Un aliaj de zinc cu cositor cîntărește $11\frac{1}{5}$ kg. Ce cantitate de zinc și de cositor conține aliajul, dacă cantitatea de zinc e cu 9 kg mai mare decît cea de cositor?

8. Pe un lot de pămînt s-au adus $47\frac{7}{30}$ kg de îngrășăminte chimice de două

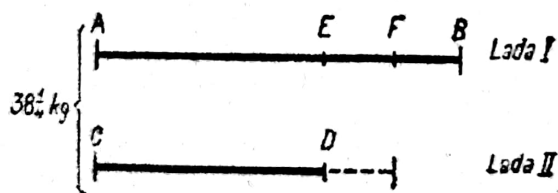


Fig. 29.

feluri, din primul fel, cu $\frac{5}{39}$ kg mai mult decît din al doilea. Ce cantitate de îngrășăminte s-a adus din fiecare fel?

9. Trei piese de oțel cîntăresc împreună 134 kg. Prima piesă are cu 26 kg mai mult decît a doua, iar a treia cu 18 kg mai mult decît a doua (fig. 30). Cît cîntărește fiecare piesă?

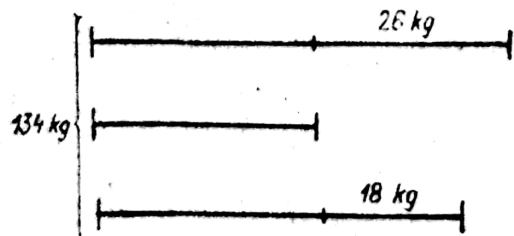


Fig. 30.

Rezolvarea I

Ca toate piesele să devină egale cu cea mai mică dintre ele (a doua) trebuie să tăiem din prima 26 kg, iar

dintr-a treia 18 kg, atunci ele ar cîntări $134 \text{ kg} - 26 \text{ kg} - 18 \text{ kg} = 90 \text{ kg}$; $90 : 3 = 30 \text{ kg}$. Deci a doua piesă cîntărește 30 kg, iar celelalte cîntăresc $30 + 26 = 56 \text{ kg}$; $30 + 18 = 48 \text{ kg}$.

Proba: $30 + 56 + 48 = 134 \text{ kg.}$

Rezolvarea II

Pornim de la presupunerea că toate piesele au aceeași masă ca prima.

$$134 + 26 + 8 = 168 \text{ kg}$$

$$168 : 3 = 56 \text{ kg}$$

$$56 - 26 = 30 \text{ kg}$$

$$56 - 8 = 48 \text{ kg.}$$

10. Într-o livadă sînt 156 de meri, peri și pruni; numărul merilor este cu 18 mai mare decît al perilor, iar al prunilor cu 3 mai mic decît al merilor. Cîți pomi sînt de fiecare fel (fig. 31)?

Rezolvare $18 - 3 = 15;$

$$[156 - (18 + 15)] : 3 = 41 \text{ de peri;}$$

$$41 + 18 = 59 \text{ de meri;}$$

$$59 - 3 = 56 \text{ de pruni.}$$

Proba: $59 + 41 + 56 = 156.$

11. În trei saci erau 207 kg de cartofi. După ce din fiecare sac s-a vîndut aceeași cantitate de cartofi, în primul sac au rămas $25\frac{1}{2}$ kg, iar în al doilea 35,50 kg și în al treilea 38 kg (fig. 32). Cîte kilograme de cartofi au fost la început în fiecare sac?

Rezolvare $[207 - (25\frac{1}{2} + 35,50 + 38)] : 3 = 36 \text{ kg}$

$$36 \text{ kg} + 25\frac{1}{2} \text{ kg} = 61\frac{1}{2} \text{ kg în primul sac}$$

$$36 \text{ kg} + 35,50 \text{ kg} = 71,50 \text{ kg în al doilea sac}$$

$$36 \text{ kg} + 38 \text{ kg} = 74 \text{ kg în al treilea sac.}$$

Proba: $61\frac{1}{2} + 71,50 + 74 = 207 \text{ kg.}$

12. Trei bucăți de granit cîntăresc împreună 51,5 kg, a doua și a treia cîntăresc împreună 22,05 kg, iar a doua are cu 15,17 kg mai mult ca a treia. Cît cîntărește fiecare bucată?

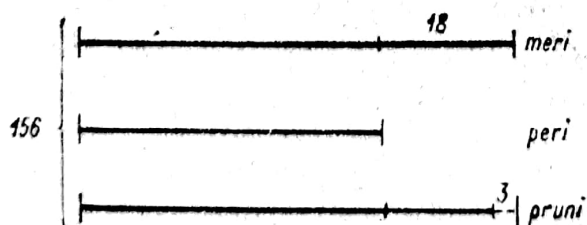


Fig. 31.

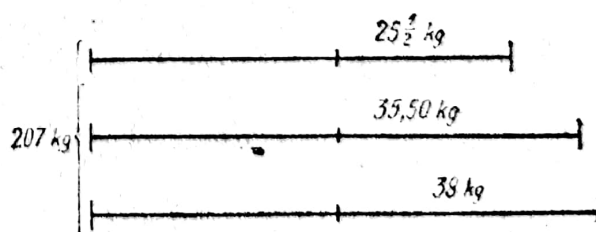


Fig. 32

13. De la cherhanaua din Mahmudia s-au expedit 54,8 t de pește în trei rînduri: prima oară cu 1,9 t mai puțin decît a doua oară, iar a doua oară cu 12,9 t mai puțin decît a treia oară. Cîte tone s-au expedit de fiecare dată?

14. Radu, Dinu și Mihai au depus la C.E.C. o sumă de bani. Banii depuși de Radu și Dinu fac împreună 100 de lei, banii depuși de Dinu și Mihai fac împreună 75 de lei, iar cei depuși de Radu și Mihai fac împreună 110 lei. Ce sumă a depus fiecare?

Rezolvare

Suma acestor segmente reprezintă $100 + 75 + 110 = 285$ lei și în această sumă intră fiecare segment de două ori (fig. 33).
Suma celor trei segmente reprezintă:

$$285 : 2 = 142,50 \text{ lei.}$$

Figura 34 arată că Mihai are $142,50 - 100 = 42,50$ lei. La fel se găsește că Radu are 67,50 lei, iar Dinu $142,50 - 110 = 32,50$ lei.

2. Aflarea a două numere cînd se dau suma și raportul lor

15. Într-un depozit erau 2 475 kg de zahăr și orez. Cantitatea de orez era de 9 ori mai mare decît cea de zahăr. Cîte kilograme de zahăr și cîte de orez erau în depozit (fig. 35)?

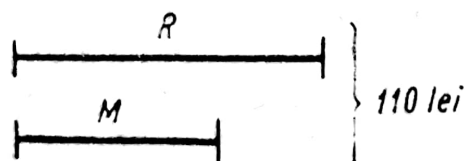
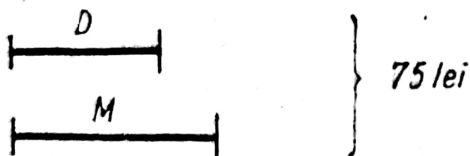
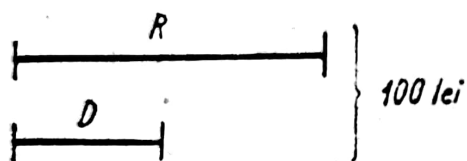


Fig. 33.

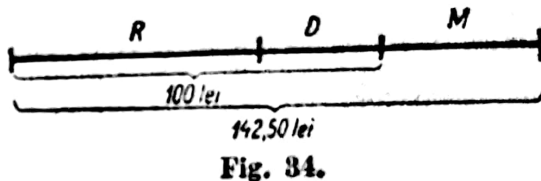


Fig. 34.

$$\begin{array}{r} 67,50 - \\ 42,50 \\ \hline 25,00 \end{array}$$

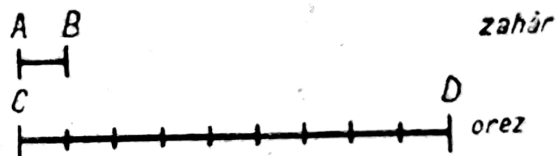


Fig. 35.

Rezolvare

Presupunem că în depozit ar fi 1 kg de zahăr. Atunci ar fi 9 kg de orez, deci în total 10 kg. De fapt sînt 2 475 kg, adică de $2\,475 : 10 = 247,5$ ori mai mult. Deci, sînt:

$$1 \cdot 247,5 = 247,5 \text{ kg de zahăr și } 9 \cdot 247,5 = 2\,227,5 \text{ kg de orez.}$$

16. Doi muncitori au primit pentru o lucrare 840 de lei. Unul din ei a lucrat $\frac{3}{4}$ din eit a lucrat celălalt. Cît se cuvine fiecăruia din ei?

Rezolvarea I

Presupunem că primul muncitor a lucrat 3 zile, atunci al doilea a lucrat 4 zile, deci s-au lucrat în total $3 + 4 = 7$ zile. Pentru o zi de lucru se plătește $840 : 7 = 120$ de lei. Primul muncitor primește $120 \cdot 3 = 360$ de lei; al doilea primește $120 \cdot 4 = 480$ de lei.

Rezolvarea II

Reprezentăm timpul cât a lucrat primul muncitor printr-un segment AB . Timpul cât a lucrat muncitorul al doilea va fi reprezentat printr-un segment CD egal cu $\frac{3}{4}$ din primul. În total avem

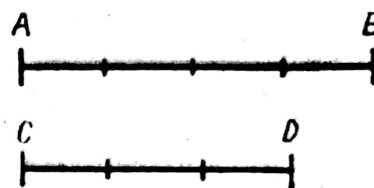


Fig. 36.

7 părți, care reprezintă 840 de lei. $840 : 7 = 120$ de lei (o parte) $120 \cdot 4 = 480$ de lei (muncitorul I); $120 \cdot 3 = 360$ de lei (muncitorul II), (fig. 36).

Notă. Dacă suma a două numere este s , iar raportul lor este $\frac{a}{b}$, cele două numere sînt:

$$x = \frac{s}{a+b} \cdot a; y = \frac{s}{a+b} \cdot b.$$

17. O soluție de acid cîntărește 4,40 kg și e compusă din 99 părți de apă și o parte de acid. Cît cîntărește acidul și cît cîntărește apa?

Rezolvare

$$\begin{aligned} 99 + 1 &= 100 \\ 4,40 : 100 &= 0,044 \text{ kg de acid} \\ 0,044 \cdot 99 &= 4,356 \text{ kg de apă.} \end{aligned}$$

Proba: $4,356 + 0,044 = 4,40$ kg.

18. Să se împartă numărul 273 în două părți al căror raport să fie $\frac{5}{8}$.

Rezolvare

$$\begin{aligned} 5 + 8 &= 13; \\ 273 : 13 &= 21; \\ 21 \cdot 5 &= 105 \text{ (partea I);} \\ 21 \cdot 8 &= 168 \text{ (partea II).} \end{aligned}$$

Proba: $168 + 105 = 273$.

19. Două ferme agricole au în total 270 de vaci; în prima sînt de $1\frac{1}{2}$ ori mai multe vaci decît în cealaltă. Cîte vaci are fiecare fermă?

Rezolvare

Reprezentăm vacile fermei a doua printr-un segment oarecare AB . Atunci vacile primei ferme vor fi reprezentate printr-un segment egal cu AB mărit cu jumătate din AB , deci egal cu 3 jumătăți din AB . Cele două segmente au împreună 5 părți (fig. 37).

$$\begin{aligned} 270 : 5 &= 54 \text{ (o parte)} \\ 54 \cdot 2 &= 108 \text{ vaci ferma a II-a} \\ 54 \cdot 3 &= 162 \text{ ferma I.} \end{aligned}$$

Proba: $162 + 108 = 270$ de vaci.

20. O scindură de $6\frac{3}{4}$ m trebuie tăiată în două părți, dintre care una să fie de $3\frac{1}{2}$ ori mai lungă decât cealaltă. Care va fi lungimea fiecărei părți?

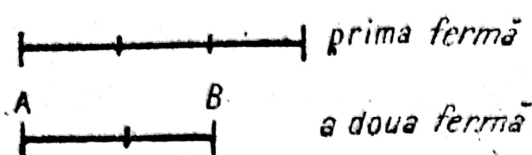


Fig. 37.

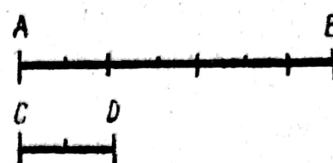


Fig. 38.

Rezolvare

AB va reprezenta lungimea scindurii celei mari, iar CD lungimea scindurii mici. Ambele scinduri au 9 părți (fig. 38).

$$6\frac{3}{4} : 9 = \frac{3}{4}, \quad \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2} \text{ m (scindura mică)}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4} \text{ m (scindura mare).}$$

Proba: $5\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = 6\frac{3}{4} \text{ m.}$

21. Cu 145,60 lei s-au cumpărat scinduri și cuie. Pentru cuie s-a plătit 0,12 din cât s-a plătit pentru scinduri. Cât s-a plătit pentru cuie și cât pentru scinduri?

Rezolvare

Socotim că pentru scinduri s-a plătit 100 de lei, atunci pentru cuie s-a plătit 12 lei, deci în total $100 + 12 = 112$ lei. De fapt s-a plătit mai mult, și anume de $145,60 : 112 = 1,3$ ori mai mult. Pentru scinduri s-a plătit $1,3 \cdot 100 = 130$ de lei, iar pentru cuie $12 \cdot 1,3 = 15,60$ lei.

3. Aflarea a două numere când se dau diferența și raportul lor

22. Un metru de mătase costă cu 48 de lei mai mult decât un metru de stambă și este de 7 ori mai scump. Cât costă un metru de stambă și cât costă un metru de mătase?

Rezolvarea I

Presupunem că 1 m de stambă costă 1 leu, atunci 1 m de mătase va costa $1 \cdot 7 = 7$ lei, deci cu $7 - 1 = 6$ lei mai mult. De fapt 1 m de mătase costă cu 48 de lei mai mult. $48 : 6 = 8$. Deci 1 m de stambă costă: $1 \cdot 8 = 8$ lei, iar 1 m de mătase costă $7 \cdot 8 = 56$ de lei.

Rezolvarea II

Reprezentăm costul unui metru de stambă printr-un segment AB , costul unui metru de mătase va fi reprezentat printr-un segment CD de 7 ori mai mare (fig. 39).

Segmentul ED , care arată cu cât CD este mai mare decât AB , este format din $7 - 1 = 6$ părți și reprezintă 48 de lei.

$48 : 6 = 8$ lei (o parte, costul unui metru de stambă);

$8 \cdot 7 = 56$ de lei (costul unui metru de mătase).

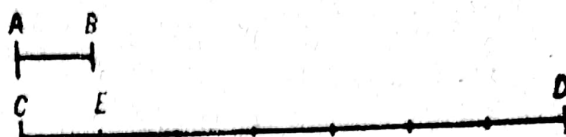


Fig. 39.

23. Într-o școală, numărul elevilor corigenți este $\frac{2}{9}$ din numărul celor promovați. Diferența dintre numărul elevilor promovați și al celor corigenți este 266. Câți elevi sînt corigenți și câți sînt promovați?

Rezolvare

Dacă în școală sînt 2 corigenți, numărul promovaților este 9, iar diferența este $9 - 2 = 7$. De fapt această diferență este 266, deci de $266 : 7 = 38$ de ori mai mare. Numărul corigenților $= 2 \cdot 38 = 76$; numărul promovaților este $= 9 \cdot 38 = 342$.

Notă. Dacă diferența a două numere este d , iar raportul lor este $\frac{a}{b}$ ($a > b$), cele două numere sînt date de formulele:

$$x = \frac{d}{a-b} \cdot a, \quad y = \frac{d}{a-b} \cdot b.$$

24. O brigadă de țesătoare a produs cu $79,50 \text{ m}^2$ de covor mai mult decât altă brigadă, adică de 4 ori mai mult. Câți metri pătrați a lucrat o brigadă și cit a lucrat cealaltă?

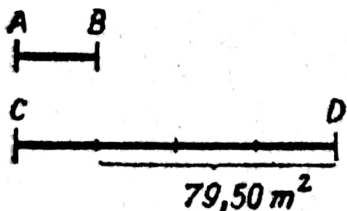


Fig. 40.

Rezolvare $79,50 : 3 = 26,50 \text{ m}^2$ o brigadă
 $26,50 \cdot 4 = 106,00 \text{ m}^2$ a doua brigadă
 $106 - 26,50 = 79,50 \text{ m}^2$ (fig. 40).

25. Un maistru olar face cu 9 256 de ghivece mai mult decât un alt olar, care a făcut de 27 de ori mai puține ghivece decât primul. Cite ghivece a făcut primul și cite al doilea?
26. Un tractorist a arat $\frac{13}{15}$ din ceea ce a arat alt tractorist. Cite hectare a arat fiecare tractorist, dacă primul a arat cu $192 \frac{1}{4}$ ha mai puțin decât al doilea?
27. O gospodină a făcut dulceață de prune și de gutui. Cantitatea de dulceață de prune este cu 9 kg mai mare decât cea de gutui, iar cantitatea de dulceață de gutui este de 9 ori mai mică decât cealaltă. Cite kilograme de dulceață a făcut din fiecare fel?
28. Maria are cu 18 cireșe mai puțin decât Ileana; numărul cireșelor pe care le are Maria reprezintă 0,6 din numărul cireșelor pe care le are Ileana. Cite cireșe are Maria și cite are Ileana?

29. În lotul școlar, locul rezervat pentru morcovi este cu 3 m^2 mai mic decât locul rezervat pentru cartofi, primul fiind a treia parte din cel de-al doilea. Cît s-a rezervat pentru cartofi și cît pentru morcovi?

30. Ionel are 35 de lei, iar Dinu are 8 lei. Ei primesc în fiecare zi cîte 1 leu. Peste cîte zile va avea Ionel de două ori mai mulți bani decât Dinu?

Rezolvarea I

Reprezentăm prin segmentul AB banii lui Ionel (35) și prin CD banii lui Dinu (8). Diferența lor EC reprezintă $35 - 8 = 27$ de lei. Trebuie să prelungim ambele segmente cu două segmente egale, BF și DG , astfel ca AF să fie dublul lui CG , adică EG să fie dublul lui CG , ceea ce înseamnă că EC trebuie să fie egal cu CG . Dar EC reprezintă 27 de lei, deci CG reprezintă de asemenea 27 de lei. Cum CD reprezintă 8 lei, DG va reprezenta $27 - 8 = 19$ lei. Peste 19 zile Ionel va avea de două ori mai mulți bani decât Dinu (fig. 41).

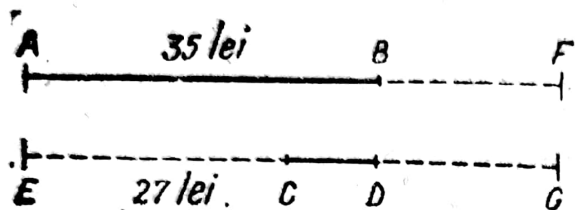


Fig. 41.

Rezolvarea II

De vreme ce ei primesc în fiecare zi aceeași sumă de bani, diferența dintre banii lor rămîne constantă, egală cu $35 - 8 = 27$ de lei. Raportul lor trebuie să fie 2. Deci, cunoaștem diferența (27) și raportul (2) a două numere. Cele două numere sînt 27 și 54. Deci Dinu trebuie să aibă 27 de lei, iar Ionel 54 de lei. Pentru aceasta trebuie să treacă $27 - 8 = 19$ zile.

31. Într-un vas sînt 80 l de apă, iar în alt vas sînt 350 l de apă. În fiecare dintre aceste vase intră cîte 5 l de apă pe minut. Peste cîte minute va conține vasul al doilea de 3 ori mai multă apă decât primul?
32. Un tată are 47 de ani, iar fiul său are 23 de ani. Cu cîți ani în urmă a fost tatăl de 5 ori mai mare ca fiul?
33. Într-o magazie se găsesc 465 kg de zahăr și 585 kg de orez. În fiecare zi se scot cîte 15 kg de zahăr și 15 kg de orez. După cîte zile va fi cantitatea de zahăr din magazie $\frac{3}{4}$ din cantitatea de orez?

4. Probleme diverse

34. Un automobil a făcut un drum de 1 250 km în trei etape, în prima etapă de 7 ori mai mult decât în a doua, iar în a treia cu 50 km mai mult decât în prima. Cîți kilometri a făcut în fiecare etapă?

Rezolvare

$$1\,250 - 50 = 1\,200 \text{ km.}$$

Dacă luăm drumul parcurs în etapa a II-a ca unitate, în 1 200 se cuprind $7 + 1 + 7 = 15$ unități de acest fel (fig. 42).

$$\begin{aligned}
 1\,200 : 15 &= 80 \text{ km (etapa a II-a)} \\
 80 \cdot 7 &= 560 \text{ km (etapa I)} \\
 80 \cdot 7 + 50 &= 610 \text{ km (etapa a III-a)} \\
 80 + 560 + 610 &= 1\,250 \text{ km.}
 \end{aligned}$$

Proba :

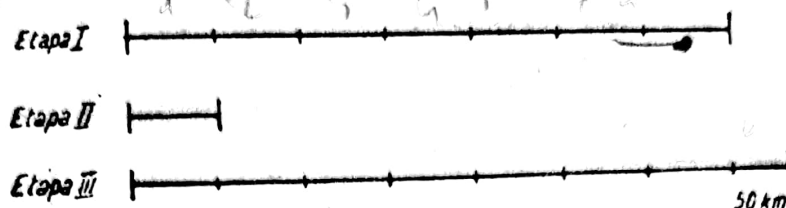


Fig. 42.

35. Un automobil a făcut în prima zi $\frac{2}{7}$ din tot drumul pe care-l avea de parcurs; a doua zi $\frac{7}{13}$ din distanța rămasă, iar a treia zi 90 km. Cîți kilometri avea de parcurs automobilul?

Rezolvarea I

Împărțim tot drumul AB în 7 părți egale; două părți reprezintă drumul parcurs în prima zi. Restul CD îl împărțim în 13 părți egale; 7 părți prezintă drumul parcurs în ziua a doua, iar cele 6 părți rămase reprezintă drumul parcurs în ziua a treia; adică 90 km (fig. 43).

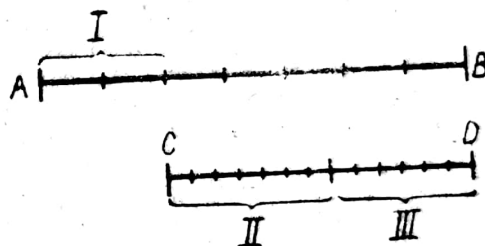


Fig. 43.

$$\begin{aligned}
 90 : 6 &= 15 \text{ km (o parte de pe segmentul } CD) \\
 15 \cdot 13 &= 195 \text{ km (segmentul } CD) \\
 195 : 5 &= 39 \text{ km (o parte de pe segmentul } AB) \\
 39 \cdot 7 &= 273 \text{ km (tot drumul).}
 \end{aligned}$$

Rezolvarea II

Presupunem că tot drumul ar fi de 91 km (alegem numărul $91 = 7 \cdot 13$, care este divizibil atât cu 7, cît și cu 13). Atunci, în prima zi automobilul face $91 \cdot \frac{2}{7} = 26$ km; rămîn $91 - 26 = 65$ km. A doua zi face $65 \cdot \frac{7}{13} = 35$ km; rămîn $65 - 35 = 30$ km. De fapt au rămas 90 km, adică de $90 : 30 = 3$ ori mai mult. Deci tot drumul este de $91 \cdot 3 = 273$ km.

Rezolvarea III

Privim tot drumul ca 1 întreg. Atunci, după prima zi rămîn $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$. A doua zi se face $\frac{7}{13}$ din $\frac{5}{7}$, rămîn de făcut $\left(1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}\right) \cdot \frac{7}{13} = \frac{5}{13}$ din $\frac{5}{7}$, $\frac{30}{91}$. Acest rest egal cu 90 km, deci tot drumul este de $90 : \frac{30}{91} = 273$ km.

36. Adrian și Mihai au strîns 44 de alune. Cîte alune a strîns fiecare, dacă jumătate din numărul alunelor lui Mihai fac c t $\frac{3}{5}$ din numărul alunelor lui Adrian?

Rezolvare

Adrian are 5 părți. Mihai are 6 părți, deci amândoi au $5 + 6 = 11$ părți. O parte este egală cu $44 : 11 = 4$ alune (fig. 44).

Adrian are $4 \cdot 5 = 20$ de alune

Mihai are $4 \cdot 6 = 24$ de alune.

Proba: $20 + 24 = 44$.

37. Un tată are de 7 ori vîrsta fiului său, dar peste 10 ani va fi numai de 3 ori mai mare decît fiul. Ce vîrstă are fiecare (fig. 45)?

Rezolvare

Fie AB vîrsta copilului. Vîrsta tatălui CD este de 7 ori mai mare. Adăugăm la aceste segmente $RE = DF = 10$; vîrsta fiului va fi AE , iar a tatălui CF .

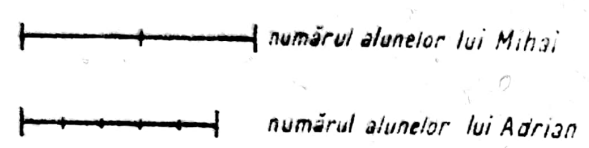


Fig. 44.

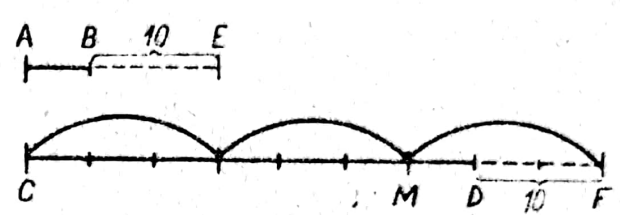


Fig. 45.

În problemă se spune că CF este de 3 ori mai mare ca AE sau MF . Rezultă că CM este de $3 - 1 = 2$ ori mai mare ca MF . Dar CM este format din 6 părți, deci MF este format din 3 părți. Cum MD este o parte, rezultă că $DF = 10$ este format din două părți, deci o parte reprezintă 5 ani. Copilul are 5 ani, iar tatăl are $5 \cdot 7 = 35$ de ani.

38. Un tată are de 5 ori vîrsta fiului. Cu doi ani în urmă, el a avut de 6 ori vîrsta fiului. Cîți ani are fiecare?
39. Dinu are de 3 ori mai mulți bani decît Ionel. Ei mai primesc cîte 8 lei și atunci Dinu are de două ori mai mult decît Ionel. Cîți bani are fiecare?
40. O ladă conține de 5 ori mai mult zahăr decît altă ladă. Dacă se scot din ambele lăzi cîte 4 kg, rămîne în prima ladă de 7 ori mai mult zahăr decît într-a doua. Cîte kilograme de zahăr conține fiecare dintre aceste lăzi?

B. Metoda comparației

1. Eliminarea unei mărimi prin scădere

41. 17 saci cu făină și 26 de saci cu cartofi cîntăresc 2 764 kg. 35 de saci cu cartofi și 17 saci cu făină cîntăresc 3 250 kg. Cît cîntărește un sac cu cartofi și cît un sac cu făină?

Rezolvare

Problema se judecă în felul următor:

- 17 saci cu făină și 26 saci cu cartofi cîntăresc 2 764 kg;
 17 saci cu făină și 35 saci cu cartofi cîntăresc 3 250 kg.

Comparind mărimile scrise în aceste două rânduri, observăm că a doua oară sint cu $35 - 26 = 9$ saci de cartofi mai mult și cantitatea totală s-a mărit cu $3\,250 - 2\,764 = 486$ kg. Deci 486 kg reprezintă masa a 9 saci cu cartofi: $486 : 9 = 54$ kg.

Masa a 26 de saci $= 26 \cdot 54 = 1\,404$ kg cartofi.

Făina cîntărește $= 2\,764 - 1\,404 = 1\,360$ kg.

Masa unui sac de făină este $= 1\,360 : 17 = 80$ kg.

42. La o întreprindere agricolă de stat, la 125 de vaci și 78 de cai se dau zilnic 2 592 kg de fin, iar la 78 de cai și 109 vaci se dau 2 400 kg de fin. Ce cantitate de fin mîinecă pe zi un cal? Dar o vacă? (se presupune că în ambele cazuri rațiile pentru vaci și respectiv pentru cai erau aceleași).

Rezolvare

125 v.....78 c.....2 592 kg

109 v.....78 c.....2 400 kg

$$\frac{2\,592 - 2\,400}{125 - 109} = \frac{192}{16} = 12 \text{ kg de fin pentru o vacă}$$

$$\frac{2\,592 - (12 \cdot 125)}{78} = 14 \text{ kg de fin pentru un cal.}$$

43. Într-un bazin, apa vine prin două robinete. Dacă lăsăm deschis primul robinet 4 ore, iar al doilea 6 ore, în bazin curg 10 628 de găleți de apă, iar dacă lăsăm primul 7 ore, iar al doilea 6 ore, atunci în bazin curg 13 883 de găleți de apă. Cîte găleți de apă curg prin fiecare robinet într-o oră?
44. Mergînd 5 ore pe jos și 6 ore pe bicicletă, un tînăr poate parcurge 92 km. Mergînd 7 ore pe jos și 6 ore cu bicicleta, el poate parcurge 100 km. Cîți kilometri face pe oră cu bicicleta? Dar pe jos?
45. O dată pentru 16 m de pînză și 25 m de stambă s-a plătit 408 lei. Altă dată pentru 22 m de pînză și 25 m de stambă s-a plătit 486 de lei. Cît costă un metru de pînză? Dar un metru de stambă?
46. O dată pentru $5\frac{1}{2}$ kg de bomboane și $3\frac{1}{2}$ kg de biscuiți s-a plătit $106\frac{3}{20}$ lei, iar altă dată pentru $5\frac{1}{2}$ kg de bomboane și $4\frac{1}{3}$ kg de biscuiți s-a plătit $114\frac{2}{5}$ lei. Cît costă 1 kg de bomboane și cît 1 kg de biscuiți?
47. 12 m de stofă de calitatea întîi și 8 m de calitatea a doua costă 7 840 de lei. 8 m stofă de calitatea întîi și 7 m de calitatea a doua costă 5 810 lei. Cît costă un metru de stofă din fiecare calitate?

Rezolvare

Judecăm problema astfel:

12 m I.....8 m II.....7 840 lei

8 m I.....7 m II.....5 810 lei.

Pentru a avea același număr de metri de calitatea I, căutăm c.m.m.c.m. al numerelor 12 și 8, care este 24, toate numerele din rîndul întîi vor fi înmulțite cu 2, iar cele din rîndul al doilea cu 3.

$$\begin{array}{r} 486 \\ - 408 \\ \hline \end{array}$$

$$78:6=$$

Dacă cumpărăm de 2 ori mai multă stofă de ambele calități decît se arată în rîndul întîi, vom plăti $7\,840 \cdot 2 = 15\,680$ de lei; dacă cumpărăm de 3 ori mai multă stofă de ambele calități decît se arată în rîndul al doilea, vom plăti $5\,810 \cdot 3 = 17\,430$ de lei. Obținem schema:

24 m I.....	16 m II.....	15 680 lei
24 m I.....	21 m II.....	17 430 lei

Acum putem judeca la fel ca în problema precedentă. 1 m de stofă de calitate II costă

$$\frac{17\,430 - 15\,680}{21 - 16} = 350 \text{ de lei}$$

1 m de stofă de calitate I costă

$$\frac{7\,840 - 350 \cdot 8}{12} = 420 \text{ de lei.}$$

48. 5 automobile „Volga” și 3 automobile „Dacia” consumă la 100 km 84 l de combustibil, iar 15 automobile „Volga” și 5 automobile „Dacia” consumă la 100 km 220 l de combustibil.

Cîți litri de combustibil consumă un automobil „Volga”? Dar unul „Dacia”?

Rezolvare

5.....	3.....	84 l
15.....	5.....	220 l

R. 12 l, 8 l.

49. O dată pentru 98 kg de mere și 89 kg de prune s-a plătit 472 de lei. Altă dată pentru 14 kg de mere și 155 kg de prune s-a plătit 352 de lei. Cit s-a plătit 1 kg de prune și cit 1 kg de mere?

Rezolvare

98 kg mere.....	89 kg prune.....	472 lei
14 kg mere.....	155 kg prune.....	352 lei.

Observăm ca și în problema precedentă că 98 este multiplul lui 14 ($98 = 14 \cdot 7$); deci pentru a aduce la același termen de comparație vom înmulți toate citimile rîndului al doilea cu 7.

98 kg mere.....	89 kg prune.....	472 lei
98 kg mere.....	1 085 kg prune.....	2 464 lei

$$\frac{2\,464 - 472}{1\,085 - 89} = 2 \text{ lei 1 kg de prune;}$$

$$\frac{472 - (89 \cdot 2)}{98} = 3 \text{ lei 1 kg de mere.}$$

50. 12 găini și 10 rațe consumă într-un an 1 054 kg de grăunțe, iar 18 găini și 12 rațe consumă 1 394 kg. Cit consumă pe an o găină? Dar o rață?
51. O dată s-au cumpărat 2 kg de cireșe, 5 kg de vișine și s-a plătit 23 de lei. Altă dată s-au cumpărat 3 kg de cireșe și 2 kg de vișine și s-a plătit 18 lei. Cit costă 1 kg de cireșe și cit costă 1 kg de vișine?

Rezolvare

2 kg cireșe.....5 kg vișine.....23 lei
3 kg cireșe.....2 kg vișine.....18 lei

Aducerea la același termen de comparație se face căutând multiplul comun a 2 dintre mărimi a cantităților de cireșe sau a cantităților de vișine.

6 kg cireșe.....15 kg vișine.....69 lei
6 kg cireșe.....4 kg vișine.....36 lei

Deci 1 kg de vișine costă $\frac{69 - 36}{15 - 4} = \frac{33}{11} = 3$ lei.

Deci 1 kg de cireșe costă $\frac{69 - (3 \cdot 15)}{6} = \frac{69 - 45}{6} = \frac{24}{6} = 4$ lei.

52. Pentru 3 curcani și 4 găini s-a plătit 385 lei. Pentru 5 curcani și 6 găini s-a plătit 615 lei. Cît costă un curcan și cît costă o găină?

Rezolvare

3 curcani.....4 găini.....385 lei
5 curcani.....6 găini.....615 lei

Aducem la același termen de comparație

9 curcani.....12 găini.....1 155 lei
10 curcani.....12 găini.....1 230 lei

1 curcan $\frac{1\ 230 - 1\ 155}{10 - 9} = 75$ lei;

1 găină $\frac{385 - 3 \cdot 75}{4} = \frac{160}{4} = 40$ lei.

53. Trei gospodine mergînd la piață au cumpărat: prima 3 kg de mere, 3 kg de pere și 5 kg de gutui și a plătit 20 de lei; a doua 6 kg de mere, 4 kg de pere și 2 kg de gutui și a plătit 28 de lei; a treia 6 kg de mere, 7 kg de pere și 7 kg de gutui și a plătit 39 lei. Cît costă 1 kg de mere, 1 kg de pere și 1 kg de gutui?

Rezolvare

3 kg mere.....3 kg pere.....5 kg gutui.....20 lei
6 kg mere.....4 kg pere.....2 kg gutui.....28 lei
6 kg mere.....7 kg pere.....7 kg gutui.....39 lei.

Observăm că dacă adunăm cumpărăturile primelor două gospodine obținem:

9 kg mere.....7 kg pere.....7 kg gutui.....48 lei
6 kg mere.....7 kg pere.....7 kg gutui.....39 lei.

Cantitățile de pere și de gutui fiind aceleași în ambele cazuri, diferența 48—39 provine din cauza diferenței de cantități la mere, adică $9 - 6 = 3$.

Deci 1 kg de mere costă $\frac{48 - 39}{9 - 6} = 3$ lei.

3 kg pere.....	5 kg gutui.....	11 lei
4 kg pere.....	2 kg gutui.....	10 lei
12 kg pere.....	20 kg gutui.....	44 lei
12 kg pere.....	6 kg gutui.....	30 lei

$$1 \text{ kg de gutui costă } \frac{44 - 30}{20 - 6} = \frac{14}{14} = 1 \text{ leu,}$$

iar

$$1 \text{ kg de pere costă } \frac{11 - (5 \cdot 1)}{3} = 2 \text{ lei.}$$

54. Pentru 4 bilete de stalul I, 5 bilete de stalul II și 3 bilete de stalul III s-a plătit 51,50 de lei. La aceleași prețuri, pentru 5 bilete de stalul I și 6 bilete de stalul III s-a plătit 45 de lei, iar pentru 3 bilete de stalul I și 8 bilete de stalul II s-a plătit 50 de lei. Cât costă un bilet de fiecare fel?
55. Pentru 3 creioane, 4 gume și 5 caiete s-a plătit 7,65 lei. Prețurile fiind aceleași, pentru 4 creioane, 3 gume și 6 caiete s-a plătit 9,10 lei, iar pentru un creion, o gumă și un caiet s-a plătit 1,85 lei. Cât costă un caiet, o gumă, un creion?
56. $3\frac{1}{3}$ l de benzină și 5 l de petrol cântăresc 6 100 g. $5\frac{1}{5}$ l de benzină și $3\frac{2}{19}$ l de petrol cântăresc 5 948 g. Cât cântărește 1 l de benzină? Dar 1 l de petrol?
57. Un călător, călătorind $4\frac{1}{2}$ ore, cu trenul și 2 ore cu mașina, a parcurs un drum de 290 km, iar mergând 5 ore cu trenul și $3\frac{1}{5}$ ore cu mașina a parcurs 376 km. Să se determine viteza trenului și a automobilului.
58. $4\frac{1}{2}$ kg de orez și $3\frac{1}{2}$ kg de zahăr cubic costă $68\frac{11}{20}$ lei, iar $13\frac{1}{2}$ kg de orez și $5\frac{1}{4}$ kg de zahăr cubic costă $156\frac{33}{40}$ lei. Cât costă 1 kg de orez și cit 1 kg de zahăr cubic?

2. Eliminarea unei necunoscute prin înlocuirea ei

59. S-au cumpărat 30 m de stofă neagră și 40 m de stofă verde și s-a plătit în total 9 750 de lei. 1 m de stofă neagră este de 3 ori mai scump decît 1 m de stofă verde. Cât costă 1 m din fiecare fel de stofă?

Rezolvare

Stofa neagră fiind de 3 ori mai scumpă, înseamnă că cu banii plătiți pentru 30 m de stofă neagră se puteau cumpăra $30 \cdot 3 = 90$ m de stofă verde, deci cu 9 750 de lei se puteau cumpăra $40 + 90 = 130$ m de stofă verde.

1 m de stofă verde costă $9\,750 : 130 = 75$ de lei;
1 m de stofă neagră costă $75 \cdot 3 = 225$ de lei.

60. 8 viței și 5 oi au mincat într-o zi 83,500 kg de nutreț; un vițel mănincă cu 2 kg 800 g mai mult ca o oaie. Cît a mincat o oaie? Dar un vițel?

Rezolvare

Dacă un vițel mănincă cu 2,8 kg mai mult ca o oaie, 8 viței mănincă cu $2,8 \cdot 8 = 22,4$ kg mai mult ca 8 oi. Înlocuim cei 8 viței prin 8 oi. Vom avea $8 + 5 = 13$ oi, care mănincă $83,5 - 22,4 = 61,1$ kg de nutreț. Rezultă că o oaie mănincă $61,1 : 13 = 4,7$ kg de nutreț. Un vițel mănincă $4,7 + 2,8 = 7,5$ kg de nutreț.

61. Două mașini au treierat 538,2 t de grâu lucrînd una $12\frac{1}{2}$ zile și cealaltă 14 zile. Mașina a doua a treierat numai $\frac{1}{2}$ din cantitatea de grâu pe care o treieră prima. Ce cantitate de grâu a treierat într-o zi fiecare mașină?

Rezolvare

$$14 : 2 = 7 \text{ zile}; \quad 12\frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2} \text{ zile};$$

$538,2 : 19,5 = 27,6$ t treieră prima mașină într-o zi; $27,6 : 2 = 13,8$ t treieră mașina a doua.

62. Un băiat a făcut 8,5 pași pînă a întîlnit o fetiță care făcuse în întîmpinarea lui 10,25 pași. În total cei doi copii au mers unul spre altul 12,95 m. Pasul băiatului este de 1,33 ori mai mare ca pasul fetiței. Care este lungimea pasului fetiței. Dar al băiatului?

63. Pentru $7\frac{1}{2}$ m de pînză și 6 m de stambă s-a plătit $152\frac{7}{10}$ lei. 1 m de pînză costă cu $1\frac{3}{5}$ lei mai puțin decît 1 m de stambă. Cît costă 1 m de pînză? Dar 1 m de stambă?

64. Un călător a mers cu bicicleta $3\frac{1}{2}$ ore și pe jos $2\frac{3}{4}$ ore; în total $54\frac{3}{8}$ km. Viteza cu care a mers cu bicicleta era cu $7\frac{1}{2}$ km mai mare decît viteza cu care a mers pe jos. Care a fost viteza cu bicicleta? Dar pe jos?

65. O barcă cu pinze a mers pe un riu 46 de ore împotriva curențului și 22 de ore în sensul curențului, parcurgînd în total 684 km. Viteza împotriva curențului este de două ori mai mică decît în sensul curențului. Care este viteza apei rîului?

66. Pentru 32 m de stambă, 40 m de barhet și 25 m de pînză s-au plătit 1 428 de lei; 1 m de pînză este de 2,4 ori mai scump ca 1 m de stambă, iar 1 m de barhet de 1,44 ori mai ieftin ca 1 m de pînză. Cît costă metrul din fiecare fel de material?

C. Metoda ipotezelor

67. Suma de 950 de lei s-a plătit cu ajutorul a 14 bancnote de 100 de lei și 25 de lei. Cite bancnote au fost de 25 de lei? Dar de 100 de lei?

Rezolvare

Presupunem că ar fi fost toate bancnotele de 100 de lei; atunci ar fi fost $100 \cdot 14 = 1400$ de lei. În loc de 950 de lei s-ar fi plătit 1400 de lei, deci cu $1400 - 950 = 450$ de lei mai mult. Această diferență provine din faptul că bancnotele de 25 de lei valorează cu $100 - 25 = 75$ de lei mai puțin. Au fost $450 : 75 = 6$ bancnote de 25 de lei și $14 - 6 = 8$ bancnote de 100 de lei.

68. Într-o curte erau găini și oi: 20 de capete și 68 de picioare. Cite găini și cite oi erau?
69. Un taxator de tramvai a vândut 500 de bilete de 30 de bani și de 40 de bani, încasând în total 170 de lei. Cite bilete a vândut din fiecare fel?
70. 300 de grinzi, unele de brad și altele de stejar, cântăresc 10 524 kg. O grindă de brad cântărește 28 kg, iar una de stejar 46 kg. Cite grinzi de stejar erau? Dar de brad?
71. Pe distanța de 16,124 m s-au așezat 21 de șine de $61\frac{1}{6}$ cm și $97\frac{3}{5}$ cm. Cite șine s-au așezat din fiecare?
72. 25 de muncitori au primit pentru o zi de lucru 880 de lei. Unii sint plătiți cu 30 de lei pe zi, iar ceilalți de $\frac{4}{3}$ ori mai mult. Citi muncitori au primit 30 de lei?
73. În 340 de coșuri s-au așezat 2,300 t de fragi și zmeură, fragii cite 8 kg în coș și zmeura cite 6 kg. Zmeura s-a vândut cu 6 lei kilogramul și fragii cu 7 lei kilogramul. Cit s-a încasat pe toată cantitatea de fructe?

D. Metoda mersului invers

74. Îndoitul unui număr mărit cu 3 a fost înmulțit cu 4. Produsul obținut, micșorat cu 5, a fost împărțit cu 9 și s-a obținut 15. Care a fost numărul inițial?

Rezolvare

Pornim rezolvarea de la sfârșit.

Înainte de a împărți cu 9, rezultatul era $15 \cdot 9 = 135$; înainte de a micșora cu 5 era $135 + 5 = 140$; înainte de a face înmulțirea cu 4 era $140 : 4 = 35$; înainte de a mări cu 3 era $35 - 3 = 32$, iar înainte de a dubla era $32 : 2 = 16$. Metoda folosită aici se numește metoda mersului invers, pentru că se reconstituie întâmplările de la sfârșit către început.

75. Avem două grămezi cu nuci. Punem din prima grămadă într-a doua atit cit conținea. Apoi punem din grămada a doua în prima atit cit conține prima. În sfârșit, punem din nou din grămada I în a doua atit cit conține a doua.



La sfârșit se găsesc în fiecare grămadă câte 24 de nuci. Câte nuci au fost la început în fiecare grămadă?

Rezolvare

La sfârșit, situația se prezintă astfel:

Grămada I	Grămada II
24 de nuci	24 de nuci

La ultima operație, nucile din grămada a doua au fost dublate. Înainte de ultima operație, această grămadă a conținut numai $24 : 2 = 12$ nuci, iar restul de nuci se găseau în prima grămadă, care conținea astfel $24 + 12 = 36$ de nuci. Deci, înainte de operația a treia, adică după operația a doua, situația era:

Grămada I	Grămada II
36 de nuci	12 nuci

Cele 36 de nuci din prima grămadă de unde provin? Ce a fost înainte s-a dublat. Deci, înainte de operația a doua, au fost în prima grămadă $36 : 2 = 18$ nuci, deci într-a doua $12 + 18 = 30$ de nuci. După prima operație situația era deci:

Grămada I	Grămada II
18 nuci	30 de nuci.

La fel, se vede că, înainte de prima operație, situația era:

Grămada I	Grămada II
33 de nuci	15 nuci

Așadar, la început, prima grămadă conținea 33 de nuci, iar a doua 15 nuci. În practică, lucrările se fac cu ajutorul unei scheme ca următoarea:

	Grămada I	Grămada II
După operația a III-a	24	24
După operația a II-a	36	12
După operația I	18	30
La început	33	15

76. Aceeași problemă, dacă după 5 operații se găsesc în cele două grămezi câte 64 de nuci.
77. Avem două vase cu apă *A* și *B*. Turnăm din *A* în *B* atît cît conține *B*; apoi turnăm din *B* în *A* atît cît a rămas în *A* ș.a.m.d. După 4 operații, în cele două vase rămîn cîte 16 l de apă. Cît era la început în fiecare vas?
78. Avem 3 vase *A*, *B*, *C*. Turnăm din *A* în *B* atît cît conține *B* și din *A* în *C* cît conține *C*; apoi din *B* în *A* și *C* atît cît conține *A*, respectiv *C*; iar la urmă turnăm din *C* în *A* și *B* atît cît conține *A*, respectiv *B*. După a treia operație, fiecare vas conține 8 l. Cît conținea fiecare vas la început?

79. O femeie vinde niște ouă la trei cumpărători. Primul ia jumătate din numărul ouălor care se găsesc în coș și încă jumătate de ou. Al doilea ia jumătate din numărul ouălor care se găsesc în coș și încă o jumătate de ou. Al treilea ia de asemenea jumătate din numărul ouălor care se găsesc în coș și încă o jumătate de ou și astfel coșul rămâne gol. Cite ouă a avut femeia la început?

Rezolvare

Să reconstituim faptele de la sfârșit. Ultimul cumpărător a împărțit ouăle din coș în două, a luat jumătate din numărul lor și încă jumătate de ou și coșul a rămas gol. Dacă nu lua această jumătate de ou, ea rămânea în coș, iar partea cumpărată de el ar fi fost egală cu ceea ce rămâne în coș, adică ar fi fost de o jumătate de ou. Rezultă că el a găsit în coș $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ou.

Penultimul cumpărător a lăsat în coș un singur ou, după ce a cumpărat jumătate din ce a găsit și încă o jumătate de ou. Dacă nu lua acea jumătate de ou, el ar fi lăsat în coș atât cât a cumpărat. Dar în coș ar fi rămas 1 ou și jumătate, deși și el ar fi trebuit să ia un ou și jumătate. Înainte de a cumpăra, erau în coș $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$ ouă.

Aceste trei ouă au rămas în coș după ce primul cumpărător a cumpărat partea lui, și anume jumătate din ce a găsit și încă o jumătate de ou. Dacă nu lua acea jumătate de ou, în coș ar fi rămas $3\frac{1}{2}$ ouă, iar partea cumpărată ar fi fost egală cu partea rămasă. Deci el ar fi cumpărat $3\frac{1}{2}$ ouă. Femeia a avut la început $3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 7$ ouă.

Acum ne explicăm cum a fost posibil să se vîndă jumătăți de ou. Aceste jumătăți servesc la întregirea altor jumătăți. Lucrurile s-au petrecut astfel:

	Găsește	Cumpără	Lasă
Primul cumpărător	7	$3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$	3
Al 2-lea cumpărător	3	$1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$	1
Al 3-lea cumpărător	1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	0

80. Aceeași problemă, dacă sînt a) 4 cumpărători; b) 5 cumpărători.

81. Cineva pleacă de acasă cu o sumă de bani și face cumpărături în trei magazine. În primul magazin cheltuiește $\frac{2}{5}$ din bani și încă 10 lei; în magazinul al doilea, cheltuiește cu 30 de lei mai puțin decît $\frac{3}{4}$ din banii care i-au rămas după prima cumpărătură; în magazinul al treilea cheltuiește $\frac{1}{2}$ din banii care

i-au rămas după cumpărătura a doua și încă 30 de lei. La sfârșit îi rămân 10 lei. Câți lei a avut la început?

Rezolvare

În schița din figura 46 s-au reprezentat grafic datele problemei.

Reconstituim suma de bani pornind de la sfârșit. $CD = 10$, $BC = 30$, deci $BD = 40$. Dar BD este jumătate din AD , deci $AD = 40 \cdot 2 = 80$.

Atit a avut cind a intrat în magazinul al treilea sau cind a ieșit din magazinul al doilea, deci: $EF = 80$. Se știe că $EG = 30$, deci $GF = 80 - 30 = 50$; rezultă că $HF = 50 \cdot 4 = 200$. Atit a avut cind a intrat în magazinul al doilea sau cind a ieșit din primul magazin, deci:

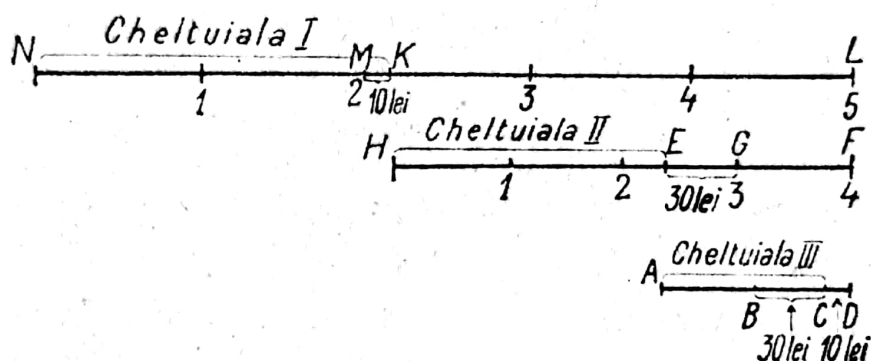


Fig. 46.

$KL = 200$. Se știe că $MK = 10$, deci: $ML = 210$. Dar ML este format din 3 părți egale, deci o parte este $210 : 3 = 70$. Rezultă că întregul $NL = 70 \cdot 5 = 350$. Persoana a avut la început 350 de lei.

Proba

$$350 \cdot \frac{2}{5} + 10 = 150; \quad 350 - 150 = 200,$$

$$200 \cdot \frac{3}{4} - 30 = 120; \quad 200 - 120 = 80,$$

$$80 \cdot \frac{1}{2} + 30 = 70; \quad 80 - 70 = 10.$$

82. Un biciclist trebuie să facă un drum anumit. El face în prima oră de mers mai puțin cu 1 km din jumătatea drumului. În ora a doua, el face $\frac{5}{7}$ din drumul rămas și încă 1 km și mai rămân de făcut 3 km. Câți kilometri a avut drumul?

83. Dintr-un vas cu vin se scoate pe rind: $\frac{1}{2}$ din conținut și încă 1 l, $\frac{2}{3}$ din rest și încă 1 l, $\frac{3}{4}$ din noul rest și încă 1 l, $\frac{4}{5}$ din acest rest și încă 1 l, $\frac{5}{6}$ din acest rest și încă 1 l. La sfârșitul operațiilor rămân în vas 3 l de vin. Cît vin a fost la început?

Răspunsuri

Cap. X. Diferite metode de rezolvare a problemelor de aritmetică

1. Metoda grafică

7. 10,100 kg; 1,100 kg. 8. $23\frac{177}{260}$ kg; $23\frac{431}{780}$ kg. 12. 29,45 kg; 18,61 kg; 3,44 kg.
13. 12,7 t; 14,6 t; 27,5 t. 25. 356; 9 612. 26. $1\,249\frac{5}{8}$ ha; $1\,441\frac{7}{8}$ ha.
27. 10,125 kg; 1,125 kg. 28. 27; 45 de cireșe. 29. $1,5\text{ m}^2$; $4,5\text{ m}^2$. 31. 11
minute. 32. 17 ani. 33. 7 zile. 39. 8 lei; 24 de lei. 40. 12 kg; 60 kg.

2. Metoda comparației

43. 1 085; 1 048. 44. 4 km; 12 km. 45. 13 lei; 8 lei. 46. $9\frac{9}{10}$ lei; 13 lei. 50. 36 kg;
62,2 kg. 54. 6 lei; 4 lei; 2,50 lei. 55. 0,20 lei; 0,95 lei, 0,70 lei. 56. 690 g;
760 g. 57. 40 km; 55 km. 62. $\approx 0,8\text{ m}$; 0,6 m. 63. $10\frac{3}{5}$ lei; $12\frac{1}{5}$ lei.
64. 12 km; $4\frac{1}{2}$ km. 65. 3,8 km/oră. 66. 9 lei; 15 lei; 21,60 lei.

3. Metoda ipotezelor

68. 14 oi și 6 găini. 69. 300; 200. 70. 118; 182. 71. 12; 9. 72. 12. 73. 14 840
de lei.

4. Metoda mersului invers

76. 86; 42. 77. 21; 11. 78. 13; 7; 4. 80. 15; 31. 82. 26 km.

Răspunsuri

Cap. X. Diferite metode de rezolvare a problemelor de aritmetică

1. Metoda grafică

7. 10,100 kg; 1,100 kg. 8. $23\frac{177}{260}$ kg; $23\frac{431}{780}$ kg. 12. 29,45 kg; 18,61 kg; 3,44 kg.
13. 12,7 t; 14,6 t; 27,5 t. 25. 356; 9 612. 26. $1\,249\frac{5}{8}$ ha; $1\,441\frac{7}{8}$ ha.
27. 10,125 kg; 1,125 kg. 28. 27; 45 de cireșe. 29. $1,5\text{ m}^2$; $4,5\text{ m}^2$. 31. 11
minute. 32. 17 ani. 33. 7 zile. 39. 8 lei; 24 de lei. 40. 12 kg; 60 kg.

2. Metoda comparației

43. 1 085; 1 048. 44. 4 km; 12 km. 45. 13 lei; 8 lei. 46. $9\frac{9}{10}$ lei; 13 lei. 50. 36 kg;
62,2 kg. 54. 6 lei; 4 lei; 2,50 lei. 55. 0,20 lei; 0,95 lei, 0,70 lei. 56. 690 g;
760 g. 57. 40 km; 55 km. 62. $\approx 0,8\text{ m}$; 0,6 m. 63. $10\frac{3}{5}$ lei; $12\frac{1}{5}$ lei.
64. 12 km; $4\frac{1}{2}$ km. 65. 3,8 km/oră. 66. 9 lei; 15 lei; 21,60 lei.

3. Metoda ipotezelor

68. 14 oi și 6 găini. 69. 300; 200. 70. 118; 182. 71. 12; 9. 72. 12. 73. 14 840
de lei.

4. Metoda mersului invers

76. 86; 42. 77. 21; 11. 78. 13; 7; 4. 80. 15; 31. 82. 26 km.

Capitolul XI

Probleme de mișcare

1. Distanță — spațiu, viteză, timp

1. O rază de lumină străbate distanța de la Soare la Pământ în $8^m 18^s$; viteza luminii este de 300 000 km pe secundă. Care este distanța de la Soare la Pământ?
2. Un vapor a mers timp de 18 zile 15 ore și 45 minute cu o viteză medie de 400 m pe minut. Ce distanță a parcurs acest vapor? (Vaporul a mers zi și noapte, opririle în porturi nu se scad.)
3. Un tren expres care are o viteză de 102 km pe oră a mers fără oprire de la $8^h 50^m$ până la ora 10. Ce drum a străbătut acest tren? Arătați grafic distanța străbătută de acest tren.
4. Ce viteză a avut un tren care a parcurs o distanță de 600 km în 8 ore?
5. Un tren personal care are o viteză de 48 km pe oră a parcurs o distanță de 100 km. În cât timp a parcurs această distanță?
6. Cât timp îi trebuie unui avion cu reacție să străbată distanța de 2 450 km dintre Moscova și Paris, dacă viteza avionului este 490 km/oră?
7. Un submarin care avea viteza de 16 km pe oră a străbătut distanța dintre două porturi în $7\frac{3}{4}$ ore. Ce distanță era între cele două porturi?
8. Un tren de marfă a parcurs distanța de 484 km în $12\frac{4}{5}$ ore. În cât timp va parcurge un tren de persoane distanța de $151\frac{1}{4}$ km, dacă viteza lui este de $1\frac{1}{3}$ ori mai mare decât viteza trenului de marfă?
9. Un sunet a fost auzit după 25 de secunde de la vederea fulgerului. La ce distanță s-a produs acest fulger, dacă viteza sunetului în aer este de 340 m pe secundă?
10. Tatăl lui Ionel a plecat să ia trenul de la o gară situată la 9 km de satul lor. El pornește pe jos și parcurge 6 km pe oră. După 40 min, Ionel vede că tatăl său și-a uitat ochelarii acasă și pornește cu bicicleta să-i ducă. El are viteza de 18 km pe oră. La ce distanță de gară l-a întâlnit pe tatăl lui?
11. Un șofer pleacă cu mașina din București spre Medias, distanța dintre aceste orașe fiind de 330 km. El merge cu viteza de 60 km pe oră, dar, când se

află la distanța de 150 km de București, o pană îl obligă să stea pe loc 20 de minute. Cu ce viteză trebuie să meargă acum, ca să recupereze timpul pierdut cu pana?

12. Un grup de pionieri se pregătește pentru o excursie cu bicicletele și cu trenul și fac următorul plan:

Vor pleca din satul A pînă la satul B , unde vor rămîne $2^h 15^m$, apoi de aici în orașelul C , unde trebuie să ajungă cu 25 de minute înainte de plecarea trenului de $17^h 35^m$, cu care se vor întoarce. La ce oră vor trebui să plece din A , dacă pe hartă distanța dintre A și C este de 40,5 km, harta avînd scara $\frac{1}{25\,000}$ și ei putînd să parcurgă cîte 12 km pe oră?

13. Într-o oră și 20 de minute un tren a parcurs 120 km. După ce a mers 40 km, trenul s-a oprit într-o gară 20 de minute, apoi și-a continuat drumul cu aceeași viteză. Care a fost viteza mijlocie pe minut? Rezolvați grafic această problemă.

14. Un tren a plecat la $11^h 5^m$ și a sosit la destinație la $14^h 25^m$, drumul parcurs în acest timp este de 320 km. Cu ce viteză a mers acest tren?

15. Un vapor străbate distanța de 92 km în 4 ore. În cît timp va străbate distanța de 322 km?

16. La ce oră trebuie să plece la gară o persoană care vrea să ia trenul ce pleacă la ora $8^h 5^m$, dacă gara se află la o distanță de 4,5 km și pentru luarea biletului îi mai trebuie 10 minute? Această persoană poate face pe jos 4 km într-o oră.

17. Un cal ocolește un manej circular în $\frac{1}{5}$ oră. În cît timp va parcurge un arc de $82^\circ 40' 45''$?

18. Un patinator parcurge marginea patinoarului circular în 12 minute; în cît timp a parcurs $88^\circ 25' 45''$?

2. Mobile care merg în același sens

19. Două localități A și B sînt situate pe aceeași șosea, distanța dintre ele fiind de 26 km. Din A și B pleacă în același timp doi bicicliști în același sens (fig.

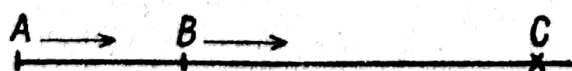


Fig. 47.

47). Biciclistul care pornește din A merge cu o viteză de 12 km pe oră, iar cel care pornește din B — cu 9 km pe oră. După cît timp ajunge primul biciclist pe cel de-al doilea?

Notă. Cînd distanța dintre punctele de plecare este d , iar mobilele pornesc în același timp și merg în același sens cu vitezele V și v , timpul necesar primului ca să-l ajungă pe al doilea este dat de formula:

$$t = \frac{d}{V - v}$$

20. Un călător a pierdut vaporul care a plecat la ora 8 și care făcea câte 28 km pe oră. La ora 11, el a luat un hidroavion, care face 180 km pe oră, ca să ajungă vaporul. La ce oră și la ce distanță de portul de plecare a ajuns călătorul vaporul?
21. Un tren pleacă din Ploiești la ora 12 cu viteza de 35 km pe oră, iar altul pleacă tot din Ploiești la 12^h 30^m și are viteza de 71 km pe oră. Când va ajunge trenul al doilea primul tren? La ce distanță de Ploiești?
22. Un biciclist pleacă din Petroșani de la kilometrul 121 cu o viteză de $8\frac{1}{2}$ km pe oră. Când a ajuns la Ponor la kilometrul 153,5 a plecat după el un motociclist cu o viteză de 15 km pe oră. După câte ore motociclistul a ajuns pe biciclist?
23. Un tren de marfă pleacă din Timișoara luni la ora 17 și ajunge în București marți la ora 16. Tot luni la ora 20 pleacă din Timișoara un alt tren de marfă, care ajunge în București marți la ora 9. La ce oră al doilea tren va ajunge primul tren.
24. Doi patinatori aleargă pe o gheață artificială de formă circulară; primul descrie într-o secundă un arc de 53'25", iar al doilea un arc de 3°25'40". Ei pornesc în același moment din același loc, în același sens. După cât timp se vor întâlni și ce arc de cerc a descris fiecare patinator?

3. Mobile care merg în sens contrar

25. Distanța dintre două localități A și B este de 126 km. Din aceste localități pleacă în același timp doi bicicliști unul către celălalt. Primul are o viteză de 8 km pe oră, iar al doilea de 10 km pe oră (fig. 48). După cât timp se întâlnesc cei doi bicicliști?

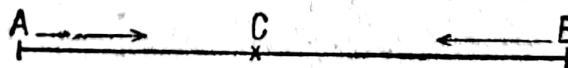


Fig. 48.

Notă. Când distanța dintre punctele de plecare este d , iar mobilele pleacă în același timp și merg unul către celălalt cu vitezele V și v , timpul după care se întâlnesc este dat de formula:

$$t = \frac{d}{V + v}$$

26. Un tren pleacă la ora 6 din Arad spre București și în același moment pleacă din București un tren spre Arad. Trenul din Arad are viteza de 50 km pe oră, iar cel din București de 70 km pe oră. Distanța dintre Arad și București este de 600 km. La ce oră și la ce distanță de București se vor întâlni aceste trenuri?
27. La 12^h 35^m pleacă un tren din Pitești spre Basarabi, cu viteza de 60 km pe oră, iar la 14^h 5^m pleacă din Basarabi spre Pitești un alt tren, cu viteza de 80 km pe oră. Distanța dintre gările Pitești și Basarabi este de 315 km. La ce oră și la ce distanță de Pitești se întâlnesc cele două trenuri?

28. Un motociclist a pornit din Iași spre București cu o viteză de 54 km pe oră. În același moment a pornit din București spre Iași un alt motociclist, cu viteza de 48 km pe oră. Fiecare dintre motocicliști a mers cu viteza cu care a pornit. Distanța de la București la Iași este de 408 km. După cât timp s-au întâlnit și la ce distanță de punctele lor de plecare?
29. La 13^h 17^m pornește din Craiova un biciclist spre București; el merge tot timpul cu viteza de 18 km pe oră. În aceeași zi la 15^h 57^m a plecat din București spre Craiova un alt biciclist, care merge cu viteza de 22 km pe oră. Distanța dintre București și Craiova este de 208 km. La ce distanță de București s-au întâlnit cei doi bicicliști? La ce oră?
30. La 13^h 30^m pornește din Snagov un biciclist cu viteza de 14 km pe oră. Dintr-un punct situat la o distanță de 15 km pornește în același moment un alt biciclist, care are viteza de 10 km pe oră.
- 1) La ce oră se vor întâlni cei doi bicicliști dacă merg unul spre altul?
 - 2) La ce oră se vor întâlni cei doi bicicliști dacă pleacă unul după altul?
31. Doi patinatori aleargă pe o gheață artificială de formă circulară; primul descrie într-o secundă un arc de 53'25", iar al doilea un arc de 3°25'40". Ei pornesc în același moment din același loc, dar în sens contrar. După cât timp se vor întâlni și ce arc de cerc a parcurs fiecare?
32. Un cal poate parcurge marginea unui maneaj circular în 12 minute; un alt cal o poate parcurge în 13 minute. Cei doi cai pornesc în același moment din același loc, dar în sens contrar. Când va fi distanța dintre cei doi cai de 120°?

4. Probleme combinate

33. Un tren rapid pleacă din A la ora 13, îndreptându-se spre B cu viteza de 60 km pe oră; după 15 minute pleacă tot din A spre B un tren de persoane cu o viteză de 40 km pe oră. Un tren accelerat pleacă din B spre A și merge cu o viteză de 50 km pe oră, se întâlnește cu rapidul după o oră de mers, iar cu trenul de persoane după alte 20 de minute. La ce oră a plecat din B acest tren accelerat?

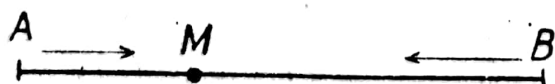


Fig. 49

34. Luni la ora 5 dimineața a plecat dintr-un port spre alt port un vapor de pasageri; în același timp, de la al doilea port către primul a plecat un șlep (fig. 49). Întilnirea lor a avut loc la ora 23 în aceeași zi. Când va ajunge fiecare din ele la destinație, dacă vaporul de pasageri merge cu o viteză de două ori mai mare decât șlepu?
35. Dintr-un port de pe Dunăre a plecat spre alt port un vapor de pasageri la ora 12 noaptea; în același timp, de la al doilea port către primul a pornit un șlep. Ambele vapoare s-au întâlnit la ora 6 dimineața. Vaporul de pasageri a sosit la al doilea port la ora 9 dimineața. La ce oră ajunge șlepu la primul port, dacă vaporul de pasageri are o viteză de două ori mai mare decât șlepu?

36. Un pieton a plecat dintr-un sat spre un oraș, situate la o distanță de 20 km unul de altul. După $1\frac{5}{6}$ ore a plecat din oraș spre el un biciclist, cu o viteză de $3\frac{3}{4}$

ori mai mare decât a pietonului. Ei s-au întâlnit la jumătatea drumului (fig. 50).

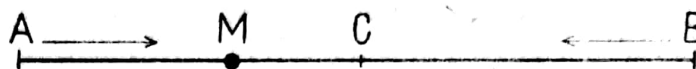


Fig. 50.

Să se afle viteza biciclistului și a pietonului.

37. Doi bicicliști au plecat în același timp din două orașe, unul spre celălalt, și s-au întâlnit după 8 ore. Primul a parcurs în 6 ore tot atât cât a parcurs cel de-al doilea în $7\frac{1}{2}$ ore. Câți kilometri a făcut fiecare într-o oră, dacă distanța dintre cele două orașe este de 180 km?
38. Doi frați au plecat la școală pe același drum; fiecare dintre ei și-a numărat pașii în timpul drumului; s-a constatat că cel mic a făcut cu 180 de pași mai mult decât cel mare.
Să se determine lungimea drumului pe care au mers frații la școală, știind că mărimea pasului fratelui mai mare este de $\frac{39}{50}$ m și că 6 pași de-ai fratelui mai mic fac cât 5 pași de-ai celui mai mare.
39. Un țăran a plecat dintr-un sat la ora 4 și jumătate dimineața și a sosit la oraș la ora 7 și 50 minute dimineața; dacă el ar fi parcurs pe oră cu $\frac{3}{5}$ km mai puțin, atunci ar fi mers până la oraș $3\frac{13}{24}$ ore. Câți kilometri sînt de la acel sat până la oraș?
40. Două trenuri merg unul spre celălalt. Primul tren poate să parcurgă distanța întreagă în 12 ore, al doilea tren în 20 de ore. Ce parte din drum a fost parcursă de ambele trenuri în 1 oră? În 3 ore? În 5 ore?
41. Un biciclist a plecat din București spre Brașov, parcurgînd în fiecare $3\frac{3}{4}$ ore cîte 69 km. După $2\frac{1}{2}$ ore, în urma lui a plecat un al doilea biciclist, parcurgînd în fiecare $\frac{2}{3}$ ore cîte $15\frac{3}{5}$ km. Peste cît timp al doilea biciclist îl va ajunge pe primul?
42. O vulpe care face $2\frac{1}{3}$ salturi pe secundă se află la o distanță de $30\frac{3}{4}$ salturi de ciinele care o urmărește și care reușește să facă $4\frac{1}{2}$ salturi pe secundă. Peste cît timp ciinele va ajunge vulpea, dacă 3 salturi de-ale ciinelui fac cât 2 salturi de-ale vulpii?
43. Din București a plecat spre Cluj-Napoca—Oradea un tren la orele 11 dimineața, parcurgînd $37\frac{1}{3}$ km pe oră, iar la ora 14 din aceeași zi a plecat după el

- un al doilea tren, care parcurge $47 \frac{5}{6}$ km pe oră. Când și la ce distanță de București trenul al doilea îl va ajunge pe primul?
44. Lungimea unei șosele dintre două sate este de 44 km. La orele 6 dimineața din primul sat a plecat un țăran, iar la orele 7 și 8 minute, venind spre el, a plecat un alt țăran din satul al doilea. Ei s-au întâlnit la orele 9 dimineața. Al doilea țăran a parcurs într-o oră cu $2 \frac{1}{2}$ km mai puțin decât primul. Să se determine câți kilometri pe oră a parcurs fiecare țăran.
45. Trenul de la Cluj-Napoca a întârziat cu 0,75 ore și de aceea s-a întâlnit cu trenul de la București nu în locul convenit după grafic, ci cu 22,5 km mai aproape de Cluj. Să se găsească vitezele trenurilor, presupunând că ele au fost egale.
46. Un motociclist a mers un timp cu o viteză de $24 \frac{1}{2}$ km pe oră, apoi a început să meargă cu o viteză de $31 \frac{1}{4}$ km pe oră și a mers cu această viteză de 1,4 ori mai mult timp decât cu prima viteză. Ce distanță a parcurs motociclistul, dacă el a parcurs cu viteza mărită cu 77 km mai mult decât cu prima viteză?
47. Doi oameni înconjură un teren circular, mergând în sensuri diferite. Unul îl străbate în 3 minute, altul în 5 minute. Peste câte minute are loc fiecare întâlnire.
48. Două trenuri au plecat în același timp unul spre celălalt din orașele A și B, cu distanța între ele de 486 km. Ele s-au întâlnit la ora 9 dimineața, când primul tren parcursese cu 54 km mai mult decât al doilea; după aceea, fiecare a pornit cu viteza inițială în direcția sa. Primul tren a sosit în B la ora 12 și 36 de minute. Când a ajuns trenul al doilea în A? (Cu aproximație de 1 minut.)
49. O barcă cu pânze a mers pe un râu 46 de ore contra curentului și 22 de ore în direcția curentului apei și a parcurs în total 684 km. Cât de mare este viteza cursului râului, dacă barca a mers de două ori mai încet contra curentului decât în direcția curentului apei?

Răspunsuri

Cap. XI. Probleme de mișcare

1. Distanță — spațiu, viteză, timp

1. Folosind relația care ne spune că spațiul, adică distanța, se află înmulțind viteza pe unitatea de timp cu timpul, adică $s = v \cdot t$, obținem:

$$s = 300\,000 \cdot 8^{\text{h}}18^{\text{s}} = 300\,000 \cdot (8 \cdot 60 + 18) = 149\,400\,000 \text{ km.}$$

2. $s = 400 \cdot [(18 \cdot 24 + 15) 60 + 45] = 10\,746 \text{ km.}$

3. $102 \text{ km} : 60 \text{ min} = 1,7 \text{ km/min}$; $10^h - 8^h 50^m = 70 \text{ min}$; $s = 1,7 \cdot 70 = 119 \text{ km}$.
5. $t = s:v$; 48 km ; $60 \text{ min} = 0,8 \text{ km/min}$; $100:0,8 = 125 \text{ min}$; $125 \text{ min} = 2^h 5^m$.
6. 5 ore. 7. 124 km. 8. În 3 ore. 9. $340 \cdot 25 = 8500 \text{ m}$.
13. Durata drumului $= 1^h 20^m = 80$ de minute. Viteza medie aparentă $= 120 \text{ km} : 80 \text{ min} = 1,5 \text{ km/min}$.
 Durata reală $= 80 - 20 = 60$ de minute. Viteza medie reală $= 120 \text{ km} : 60 = 2 \text{ km/min}$.
14. $320:200 = 1,6 \text{ km/min}$. 15. 14 ore.
16. $4 \text{ km} \dots\dots\dots 60 \text{ min}$
 $0,5 \text{ km} \dots\dots\dots 7 \text{ min } 30 \text{ sec}$
 $60 \text{ min} + 7 \text{ min } 30 \text{ sec} + 10 \text{ min} = 77 \text{ min } 30 \text{ sec}$
 $8^h 5^m - 1^h 17^m 30^s = 6^h 47^m 30^s$.
17. $360^\circ = 1\,296\,000''$ sint descrise în 12 minute. O secundă de arc va fi descrisă în $\frac{12 \cdot 60}{1\,296\,000}$ secunde.
 $82^\circ 40' 45''$ vor fi descrise în:

$$\frac{12 \cdot 60(82 \cdot 3\,600 + 40 \cdot 60 + 45)}{1\,296\,000} \text{ secunde.}$$
18. O secundă este parcursă în $\frac{12 \cdot 60}{360 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1}{360 \cdot 5}$;
 $88^\circ 25' 45''$ vor fi parcurse în $\frac{1}{360 \cdot 5} (88^\circ \cdot 3\,600 + 25 \cdot 60 + 45)$.

2. Mobile care merg în același sens

19.

Rezolvarea I

În fiecare oră, primul biciclist înaintează cu 12 km, iar al doilea numai cu 8 km, deci distanța dintre ei scade cu $12 - 8 = 4 \text{ km}$. La început, distanța dintre ei a fost de 26 km. Trebuie să aflăm de câte ori putem scădea 4 din 26, adică să facem o împărțire: $26 : 4 = 6 \frac{1}{2}$. Primul biciclist ajunge pe cel de-al doilea după $6 \frac{1}{2}$ ore.

Rezolvarea II

Fie C punctul în care primul biciclist îl ajunge pe cel de-al doilea. În timp ce primul biciclist face drumul AC , al doilea face drumul BC . Raportul dintre aceste drumuri este egal cu raportul dintre viteze, adică $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Diferența lor este $AB = 26 \text{ km}$. Cunoaștem raportul și diferența a două numere.

20. $11^h - 8^h = 3^h$; $28 \cdot 3 = 84 \text{ km}$; $180 - 28 = 152 \text{ km}$ pe oră;
 $152 \text{ km} : 60 = 2 \frac{8}{15} \text{ km}$ pe minut; $84 : 2 \frac{8}{15} = 2^h 3^m$.
21. $\approx$ la ora 13; la 34,5 km de Ploiești. 22. 5 ore.

23. Primul tren străbate drumul Timișoara—București în 23 de ore, deci într-o oră străbate $\frac{1}{23}$ din distanță. Al doilea tren străbate același drum în 13 ore, deci într-o oră face $\frac{1}{13}$ din distanță. Al doilea tren câștigă într-o oră $\frac{1}{13} - \frac{1}{23} = \frac{10}{299}$ din distanță. Când trenul al doilea a plecat, primul tren, care pornise cu 3 ore mai înainte făcuse $\frac{1}{23} \cdot 3 = \frac{3}{23}$ din tot drumul.

Al doilea tren va ajunge primul tren când va reuși să câștige $\frac{3}{23}$ din distanță.

Pentru aceasta îi trebuie:

$$\frac{3}{23} : \frac{10}{299} = \frac{3 \cdot 299}{23 \cdot 10} = 3 \frac{9}{10} \text{ ore}; 20 \text{ ore} + 3 \frac{9}{10} \text{ ore} = 23 \frac{9}{10} \text{ ore.}$$

La ora 23 și 54 de minute, trenul al doilea va ajunge primul tren.

24. Cel de-al doilea parcurge într-o secundă cu $3^{\circ}25'40'' - 53'25'' = 9'135''$ mai mult.

El va face înconjurul cercului o dată în plus față de celălalt în $\frac{1'296'000}{9'135} \approx 141''$.

Primul a parcurs $53'25'' \cdot 141$.

Al doilea a parcurs $3^{\circ}25'40'' \cdot 141$.

3. Mobile care merg în sens contrar

25.

Rezolvarea I

În fiecare oră, distanța dintre bicicliști scade cu $8 + 10 = 18$ km. Pentru ca ei să se întâlnească, trebuie să treacă atâtea ore de câte ori se cuprinde 18 în 126 și ei se întâlnesc după $126 : 18 = 7$ ore.

Rezolvarea II

Fie C punctul de întâlnire. Primul biciclist parcurge drumul AC , iar al doilea BC . Aceste drumuri sînt proporționale cu vitezele, deci raportul lor este $\frac{8}{10}$,

adică $\frac{4}{5}$. Suma drumurilor este 126 km. Trebuie să aflăm două numere cînd cunoaștem suma și raportul lor.

26. (viteza de apropiere este $70 \text{ km} + 50 \text{ km} = 120 \text{ km}$, egală cu suma vitezelor). $600 \text{ km} : 120 \text{ km} = 5$ ore; $6 \text{ ore} + 5 \text{ ore} = 11$ ore.

Distanța de București = $70 \cdot 5 = 350 \text{ km}$.

27. $80 + 60 = 140 \text{ km}$ pe oră; $\frac{140}{60} = \frac{7}{3} \text{ km}$ pe minut. $315 : \frac{7}{3} = 135 \text{ min} = 2^{\text{h}}15^{\text{m}}$; $12^{\text{h}}35^{\text{m}} + 2^{\text{h}}15^{\text{m}} = 14^{\text{h}}50^{\text{m}}$.

Trenurile se întîlnesc la ora 14 și 50 de minute. Distanța de la Pitești la locul întîlnirii este $2 \frac{1}{4} \cdot 60 = 135 \text{ km}$.

28. 4 ore. 29. La $15^h 57^m$, deci după $2\frac{40}{60}$ ore, distanța dintre bicicliști este
 $208 - \left(18 \cdot 2\frac{40}{60}\right) = 208 - 48 = 160 \text{ km.}$

Viteza celor doi bicicliști este de $18 + 22 = 40 \text{ km.}$

$$\frac{160}{40} = 4^h.$$

Punctul la care s-au întâlnit este situat la:

$22 \cdot 4 = 88 \text{ km}$ față de București.

Ora la care s-au întâlnit:

$$13^h 17^m + 2^h 40^m + 4^h = 19^h 57^m.$$

30. 1) La ora 14 și 7 minute 30 de secunde; 2) la ora 17 și 15 minute. 31. Primul parcurge într-o secundă $53'25''$, adică $3\ 205''$; al doilea parcurge într-o secundă $3'25'40''$, adică $12\ 340''$; deci în fiecare secundă ei se apropie cu $3\ 205'' + 12\ 340'' = 15\ 545''$. Cercul are 360° , adică $360 \cdot 60 \cdot 60 = 1\ 296\ 000''$.

Ei se vor întâlni după $\frac{1\ 296\ 000}{15\ 545} \approx 83^s = 1^m 23^s$.

Primul patinator va fi parcurs până la întâlnire $83 \cdot 53'25''$.

Al doilea patinator va fi parcurs până la întâlnire $83 \cdot 3'25'40''$.

32. Într-un minut, distanța dintre cai va fi de $\frac{360}{12} + \frac{360}{13} = \frac{750}{13}$ grade; distanța dintre ei va fi de 120° după $120 : \frac{750}{13} = \frac{52}{25}$ minute ≈ 2 minute 5 secunde.

4. Probleme combinate

33. Cu cât a fost trenul personal în urma rapidului în momentul când rapidul s-a întâlnit cu acceleratul? În problemă se spune că acceleratul și trenul personal se întâlnesc peste 20 de minute $= \frac{1}{3}$ oră de la întâlnirea cu rapidul.

Viteza cu care aceste trenuri se apropie unul de celălalt este de $50 + 40 = 90 \text{ km}$ pe oră. Deci, distanța căutată este de $90 \cdot \frac{1}{3} = 30 \text{ km}$. Așadar, la 1 oră după ce acceleratul a plecat din B, distanța dintre rapid și trenul personal a fost de 30 km .

Să vedem acum la cât timp după plecarea din A distanța dintre rapid și trenul personal va fi de 30 km . Când trenul personal pornește, rapidul a mers timp de $\frac{1}{4}$ oră, deci a făcut $60 : 4 = 15 \text{ km}$. Într-o oră, această distanță crește cu

$60 - 40 = 20 \text{ km}$. Ca să crească cu $30 - 15 = 15 \text{ km}$, îi trebuie $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ oră,

socotit de la momentul plecării trenului personal sau $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$ oră de la plecarea rapidului.

Rezultă că distanța dintre accelerat și trenul personal este de 30 km la o oră

după plecare, atât a rapidului, cât și a acceleratului. Aceste trenuri au plecat deci în același timp.

34. Dacă viteza vaporului este de două ori mai mare decât a șleului, el parcurge până la întâlnire un drum de 2 ori mai mare decât șleul, deci $BM = 2AM$. În 18 ore, vaporul a parcurs $\frac{2}{3}$ din drum; pentru a parcurge treimea rămasă îi mai trebuie $18 : 2 = 9$ ore. El ajunge la destinație marți la ora 8 dimineața. Șleului îi mai trebuie $18 \cdot 2 = 36$ de ore; el ajunge la destinație miercuri la ora 11 dimineața.
35. Vezi problema precedentă. După întâlnire, șleul are de făcut un drum de două ori mai lung. Deoarece viteza sa este de două ori mai mică îi va trebui de două ori mai mult timp să străbată drumul pe care vaporul l-a făcut în 6 ore, deci 12 ore. Șleul ajunge în port la ora 18.
36. Fie A satul, B orașul, C locul întâlnirii ($AC = CB = 10$ km), iar M punctul în care se află pietonul la $1\frac{5}{6}$ ore după plecare, adică în momentul când pleacă biciclistul. În timp ce pietonul face drumul MC , biciclistul face drumul BC , care este egal cu $AC (= 10$ km). Cum viteza biciclistului este de $3\frac{3}{4}$ ori mai mare ca a pietonului, BC sau AC este de $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ ori mai mare ca MC sau $MC = \frac{4}{15}$ din $AC = \frac{4}{15} \cdot 10 = 2\frac{2}{3}$ km, iar $AM = 10 - 2\frac{2}{3} = 7\frac{1}{3}$ km. Pietonul parcurge acest drum în $1\frac{5}{6}$ ore, deci viteza sa este de $7\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6} = 4$ km pe oră. Viteza biciclistului este de $3\frac{3}{4} \cdot 4 = 15$ km pe oră.
37. Raportul dintre vitezele lor este: $6 : 7\frac{1}{2} = \frac{4}{5}$. Drumul de 180 km se împarte în părți proporționale cu 4 și 5. Vitezele lor sînt $13\frac{1}{3}$ km pe oră și $16\frac{2}{3}$ km pe oră.
38. 702 km. 39. 34 km. 42. $46\frac{1}{8}$ s. 44. 10 km etc. 45. 30 km/oră.
47. După $1\frac{7}{8}$ minute. 48. La ora 14 și 38 de minute.
49. 3,8 km pe oră.

Probleme de amestec și aliaj

1. Probleme de genul I

Genul I cuprinde probleme în care trebuie găsită calitatea amestecului cînd se dau cantitățile și calitățile corpurilor care se amestecă.

1. S-a cosit fînul de pe trei parcele: prima de 8 ha, a doua de 12 ha și a treia de 9 ha. De pe prima s-au strîns 100 de căpițe, de pe a doua 167 de căpițe și de pe a treia 110 căpițe. Cîte căpițe s-au strîns în medie de pe un hectar?
2. S-au amestecat trei feluri de făină: 6 kg de 2,20 lei kilogramul, 9 kg de 2 lei kilogramul și 3 kg de 4 lei kilogramul. Cît costă un kilogram de făină amestecată?
3. S-au amestecat 100 l de spirt de 50 de lei litru cu 60 l de spirt de $\frac{130}{3}$ lei litrul și cu 30 l de apă. Cît costă un litru de amestec?
4. S-au amestecat 2 kg de soluție de sare de 8% cu 5 kg de soluție de 4% și cu 8 kg de soluție de 5,5%. Care va fi tăria soluției obținute?

Notă. Dacă notăm cu $A, B, C...$ cantitățile care se amestecă, iar cu $m, n, p...$ calitățile lor (prețuri, concentrații etc.), atunci calitatea amestecului se poate determina cu ușurință:

$$\begin{array}{l} A \dots\dots\dots m \dots\dots\dots A \cdot m \\ B \dots\dots\dots n \dots\dots\dots B \cdot n \\ C \dots\dots\dots p \dots\dots\dots C \cdot p \\ \hline A+B+C+\dots\dots\dots A \cdot m + B \cdot n + C \cdot p + \dots \end{array}$$

Calitatea unei unități de amestec =

$$= \frac{Am + Bn + Cp + \dots}{A + B + C + \dots}$$

Folosind această formulă rezolvați următoarele probleme:

5. S-au amestecat $5\frac{1}{3}$ l de spirt de 85°, 2 l de 60°, $1\frac{1}{3}$ l de 45° și $2\frac{2}{3}$ l de 92,5°. Care este tăria amestecului?
6. Într-o baie s-au turnat 6 găleți de apă cu temperatura de 60° și 12 găleți cu temperatura de 15°. Care este temperatura apei amestecate?
7. Într-o baie s-au turnat 2 găleți de apă cu temperatura de 60°C, 3 găleți cu temperatura de 10°C și 6 găleți cu temperatura de 25°C. Care este temperatura apei rezultate?

2. Probleme de genul al doilea

Genul al II-lea cuprinde probleme în care se dă calitatea amestecului și calitățile unei părți din fiecare din corpurile care se amestecă și se cer calitățile uneia dintre corpurile care se amestecă sau se cere raportul dintre cantitățile care se amestecă.

8. Din cireșe de 3 lei kilogramul și de 2 lei kilogramul trebuie făcut un amestec de 35 kg care să se vîndă cu 2,60 lei kilogramul. Ce cantitate de cireșe trebuie să se ia din fiecare fel?
9. Din făină de 3 lei kilogramul și de 2,40 lei s-a făcut un amestec care trebuie să se vîndă cu 2,60 lei kilogramul. Care trebuie să fie raportul dintre cantitățile amestecate?
10. Se amestecă o soluție de acid sulfuric de 60% cu o soluție de acid sulfuric de 10%, ca să se obțină un amestec de 40%. Ce părți trebuie luate din fiecare fel?
11. Din îngrășăminte chimice de 96 de lei kilogramul și de 64 de lei kilogramul se face un amestec care se vinde cu 88 de lei kilogramul. Ce cantitate trebuie să se ia din fiecare fel?
12. Se amestecă 150 kg de acid sulfuric de 40% cu apă în așa fel ca să se obțină o soluție de 15% concentrație. Să se calculeze raportul de amestecare, cantitatea de apă și cantitatea totală a amestecului.
13. S-au amestecat soluții acide de 9% și 15%, obținindu-se un amestec de 12%. Care este raportul de amestecare?
14. Se amestecă apă la temperatura de 70°C cu apă la temperatura de 20°C. Care trebuie să fie raportul dintre cele două cantități de apă, ca să se obțină apă cu temperatura de 40°C?
15. Cîte kilograme de apă sînt necesare pentru a se obține o soluție de 18% din 12 kg de soluție de 42%?
16. Pentru a prepara 4 kg de acid de 20% se amestecă acid de 80% cu acid de 15%. Ce cantități de acid se vor folosi?
17. Pentru 4,75 kg de bomboane, de trei feluri s-a plătit 104 lei. 1 kg de bomboane din primul fel a costat 24 de lei, din al doilea fel 22 de lei și din al treilea fel 19 lei. Ce cantități de bomboane s-au cumpărat din fiecare fel, dacă din al doilea fel s-a cumpărat cu 750 g mai puțin decît din prima calitate?
18. Din îngrășăminte de 60 de lei kilogramul și de 35 de lei kilogramul s-a făcut 140 kg de amestec de 42 de lei kilogramul. Cîte kilograme s-a folosit din fiecare fel?
19. Un litru de amestec format din 75% alcool și 25% apă cîntărește 960 g. 1 l de apă cîntărește 1 kg. Cît va cîntări 1 l de amestec format din 48% alcool și 52% apă?
20. Pentru marmeladă s-au amestecat 39 kg de vișine de 2,45 lei cu 48 kg de vișine de 1,82 lei. Prin alegere și spălare s-au pierdut $\frac{2}{21}$ din cantitatea lor. Cu cît trebuie să se vîndă 1 kg de amestec, dacă costul zahărului și cheltuielile de preparare reprezintă $117\frac{2}{3}\%$ din costul fructelor?

8. Probleme de aliaj

În rezolvarea problemelor de aliaj este necesar să se țină minte că titlul este raportul dintre masa metalului prețios și masa totală a aliajului. Dacă notăm cu T titlul aliajului, cu M masa aliajului, iar cu m masa metalului prețios avem următoarele relații:

$$T = \frac{m}{M}; \quad m = T \cdot M; \quad M = \frac{m}{T}$$

21. Care este titlul unui aliaj format din 120 g de aur și 30 g de aramă?
22. S-a făcut un aliaj de 5 845 g de argint și 1 155 g de aramă. Ce titlu are aliajul?
23. Ce cantitate de aliaj cu titlul 0,750 se obține din 35 kg de argint?
24. S-a făcut un aliaj din 1 200 g cu titlul 0,850 și 2 000 g cu titlul 0,920. Care este titlul noului aliaj?
25. Un aliaj de 2 kg cu titlul 0,910 este făcut dintr-o bucată de aur cu titlul 0,800 și o alta cu titlul 0,950. Ce cantitate a intrat în aliaj din fiecare fel de aur?
26. În ce proporție trebuie topite două aliaje, unul cu titlul 0,927 și altul 0,865, pentru a obține un aliaj cu titlul 0,890?
27. Ce cantități de argint cu titlurile 0,950 și 0,800 trebuie luate pentru a obține 37 g de argint cu titlul 0,835?
28. Cite grame de aur cu titlul 0,920 trebuie adăugate la 26 g de aur cu titlul 0,750, pentru a obține aur cu titlul 0,840?

Răspunsuri

Cap. XII. Probleme de amestec și aliaj

1. Probleme de genul I

1.	8 ha.....	100	căpițe
	12 ha.....	167	căpițe
	9 ha.....	110	căpițe
	29 ha.....	377	căpițe

De pe 1 ha s-au strins $\frac{377}{29} = 13$ căpițe.

2.	6 kg de 2,20 lei ...	$2,20 \cdot 6 = 13,20$	lei
	9 kg de 2 lei ...	$2 \cdot 9 = 18$	lei
	3 kg de 4 lei ...	$4 \cdot 3 = 12$	lei
	18 kg	43,20	lei

1 kg de amestec costă $\frac{43,20}{18} = 2,40$ lei.

3.

$$100 \text{ l} \dots 50 \text{ lei} \dots 100 \cdot 50 = 5000 \text{ lei}$$

$$60 \text{ l} \dots \frac{130}{3} \text{ lei} \dots 60 \cdot \frac{130}{3} = 2600 \text{ lei}$$

$$\frac{80 \text{ l}}{190 \text{ l}} \dots 0 \text{ lei} \dots 30 \cdot 0 = \frac{0 \text{ lei}}{7600 \text{ lei}}$$

1 l de amestec costă $\frac{7600}{190} = 40 \text{ lei}$.

4.

$$2 \text{ kg de } 8\% \text{ conțin } 2 \cdot \frac{8}{100} = \frac{16}{100} \text{ kg de sare}$$

$$5 \text{ kg de } 4\% \text{ conțin } 5 \cdot \frac{4}{100} = \frac{20}{100} \text{ kg de sare}$$

$$8 \text{ kg de } 5,5\% \text{ conțin } 8 \cdot \frac{5,5}{100} = \frac{44}{100} \text{ kg de sare}$$

$$\frac{15 \text{ kg}}{80}$$

$$\text{Tăria soluției va fi } \frac{\frac{80}{100}}{\frac{15}{100}} = 5\frac{1}{3}\%$$

$$5. 77 \frac{11^\circ}{17} \quad 6. \frac{6 \cdot 60^\circ + 12 \cdot 15^\circ}{6 + 12} = \frac{540^\circ}{18} = 30^\circ$$

$$7. \frac{2 \cdot 60^\circ + 3 \cdot 10^\circ + 6 \cdot 25^\circ}{11} = \frac{300^\circ}{11} = 27 \frac{3^\circ}{11}$$

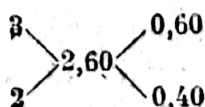
2. Probleme de genul al II-lea

Rezolvare

8. 1) Dacă 1 kg costă 3 lei și se vinde cu 2,60 lei, se va pierde 0,40 lei. Dacă 1 kg costă 2 lei și se vinde cu 2,60 lei, se va câștiga 0,60 lei.

Câștigul obținut de la cireșele mai ieftine trebuie să compenseze paguba care provine de la cireșele mai scumpe. C.m.m.m.c. al numerelor 40 și 60 este 120; $120 : 40 = 3$; $120 : 60 = 2$. La 2 kg de cireșe mai ieftine se câștigă atât cât se pierde la 3 kg de cireșe mai scumpe ($3 \cdot 0,40 = 1,20$; $2 \cdot 0,60 = 1,20$). Rezultă că trebuie să luăm de atâtea ori 2 kg de cireșe ieftine de câte ori luăm 3 kg de cireșe scumpe (cantitățile de cireșe trebuie să fie proporționale cu 2 și 3). Dacă luăm câte o singură dată 2 kg de cireșe ieftine și 3 kg de cireșe scumpe, obținem un amestec de $2 + 3 = 5 \text{ kg}$, care costă 2,60 lei kilogramul. Pentru a avea 35 kg de amestec, trebuie să facem această operație de $35 : 5 = 7$ ori. Deci vom lua $7 \cdot 2 = 14 \text{ kg}$ de cireșe ieftine și $7 \cdot 3 = 21 \text{ kg}$ de cireșe scumpe.

Schematic, lucrările se pot așeza astfel:



$$\frac{0,40}{0,60} = \frac{2}{3}; 2+3=5; 35:5=7; 7 \cdot 2 = 14 \text{ kg de cireșe ieftine}; 7 \cdot 3 = 21 \text{ kg de cireșe scumpe.}$$

Notă. Din rezolvarea acestei probleme deducem următoarea regulă a amestecurilor:

Dacă A este prețul mai mare, B prețul mai mic, iar C prețul pe care trebuie să-l aibă amestecul, x cantitatea care trebuie să se ia din primul fel, y cantitatea din al doilea fel, atunci raportul în care trebuie folosite cele două mărfuri este:

$$\begin{array}{c} A \quad C-B(x) \\ \diagdown \quad \diagup \\ C \\ \diagup \quad \diagdown \\ B \quad A-C(y) \end{array} \quad \frac{x}{y} = \frac{C-B}{A-C}.$$

De observat că termenii raportului se iau în ordine inversă față de felul cum se găsesc în schemă.

2) Se poate aplica metoda ipotezelor. Dacă luăm numai cireșe ieftine, care costă $35 \cdot 2 = 70$ de lei, și le vindem cu 2,60 lei kilogramul, încasăm $2,60 \cdot 35 = 91$ de lei, ceea ce este mai mult cu $91 - 70 = 21$ de lei. Pentru a nu încasa mai mult, trebuie să înlocuim o parte din cireșele ieftine cu cireșe scumpe. La fiecare kilogram de cireșe care se înlocuiește, valoarea amestecului crește cu $3 - 2 = 1$ leu. Deci trebuie să luăm 21 kg de cireșe scumpe și $35 - 21 = 14$ kg de cireșe ieftine.

9.

$$\begin{array}{c} 3 \quad 0,20 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 2,60 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 2,40 \quad 0,40 \end{array} \quad \frac{0,20}{0,40} = \frac{1}{2}.$$

La 1 kg de făină scumpă revin 2 kg de făină ieftină.

10.

$$\begin{array}{c} 60\% \quad 30 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 40\% \\ \diagup \quad \diagdown \\ 10\% \quad 20 \end{array} \quad \frac{30}{20} = \frac{3}{2}.$$

La 3 kg de acid de 60% revin 2 kg de acid de 10%.

11.

$$\begin{array}{c} 96 \quad 24 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 88 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 64 \quad 8 \end{array}$$

Raportul cantităților este $\frac{24}{8} = \frac{3}{1}$. Din primul fel se va lua de 3 ori mai mult decât din al doilea fel.

Proba. $\frac{3 \cdot 96 + 1 \cdot 64}{4} = 88$ de lei.

12.

$$\begin{array}{c} 40\% \quad 15 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 15\% \\ \diagup \quad \diagdown \\ 0\% \quad 25 \end{array} \quad \frac{x}{y} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}.$$

Raportul de amestecare este $\frac{3}{5}$, deci 3 părți de acid sulfuric și 5 părți de apă.

Cantitatea de apă $= \frac{150}{3} \cdot 5 = 250$ kg.

Cantitatea amestecului $= 250 + 150 = 400$ kg.

13.

$$\begin{array}{ccc} 15\% & & 3\% \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 12\% & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 9\% & & 3\% \end{array} \quad \frac{3}{3} = \frac{1}{1}$$

S-au luat cantități egale din cele două soluții.

14.

$$\begin{array}{ccc} 70^\circ & & 20^\circ \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 40^\circ & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 20^\circ & & 30^\circ \end{array} \quad \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

15.

$$\begin{array}{ccc} 42\% & & 18\% \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 18\% & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 0\% & & 24\% \end{array} \quad \frac{x}{y} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Cantitatea de apă} = \frac{4 \cdot 12}{3} = 16 \text{ kg.}$$

16.

$$\begin{array}{ccc} 80\% & & 5\% \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 20\% & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 15\% & & 60\% \end{array} \quad \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

1 parte din acidul de 80% și 12 părți din acidul de 15%, deci în total $1+12=13$ părți.

Cantitatea de acid de 80% se obține:

13 părți 4 kg

1 parte $\frac{4}{13}$ kg din acidul de 80% $\approx 0,307$ kg

13 părți 4 kg

12 părți $\frac{12 \cdot 4}{13} = \frac{48}{13}$ kg $\approx 3,692$ kg.

17. Pentru a nu lucra cu 3 feluri de bomboane, luăm din felul al doilea aceeași cantitate ca din primul fel. Vom avea: $4,75 + 0,75 = 5,50$ kg de bomboane în valoare de $104 + 0,75 \cdot 22 = 120,50$ de lei. Valoarea unui kilogram de amestec va fi $\frac{120,5}{5,5} = 21 \frac{10}{11}$ lei. Dat fiind că acum avem din primele două feluri cantități egale, putem considera că ele formează un singur fel, cu prețul de $(24+22) : 2 = 23$ de lei kilogramul.

$$\begin{array}{ccc} 23 & & 2 \frac{10}{11} = \frac{32}{11} \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 21 \frac{10}{11} & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 19 & & 1 \frac{1}{11} = \frac{12}{11} \end{array} \quad \frac{32}{11} : \frac{12}{11} = \frac{8}{3}$$

$8 + 3 = 11$; $5,50 : 11 = 0,5$; $0,5 \cdot 8 = 4$; $0,5 \cdot 3 = 1,50$. Trebuie luat 4 kg de 23 lei kilogramul și 1,50 kg de 19 lei kilogramul. În locul celor 4 kg de 23

de lei kilogramul se pot lua cîte 2 kg de 24 de lei și 22 de lei kilogramul. Acum din calitatea a doua trebuie luate cu 750 g mai puțin, vom lua numai 1,250 kg. Deci se iau: 2 kg de felul întâi, 1,250 kg de felul al doilea și 1,50 kg de felul al treilea.

19. 974,4 g.

Probleme de aliaj

$$21. T = \frac{120}{150} = 0,800. \quad 22. T = \frac{5\,845}{5\,845 + 1\,155} = \frac{5\,845}{7\,000} = 0,835. \quad 23. 46\frac{2}{3} \text{ kg.}$$

24. Masa metalului prețios I:

$$12\,000 \cdot 0,850 = 10\,200 \text{ g.}$$

Masa metalului prețios II:

$$2\,000 \cdot 0,920 = 1\,840 \text{ g.}$$

Masa totală a metalului prețios:

$$10\,200 + 1\,840 = 12\,040 \text{ g.}$$

Masa totală a aliajului:

$$12\,000 + 2\,000 = 14\,000 \text{ g.}$$

$$T = \frac{12\,040}{14\,000} = 0,860.$$

25.

$$\begin{array}{ccc} 0,950 & & 0,110 \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 0,910 & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ 0,800 & & 0,040 \end{array} \quad \frac{0,110}{0,040} = \frac{11}{4}$$

$$11 + 4 = 15 \text{ părți;}$$

$$\frac{2 \cdot 11}{15} = 1\,466 \text{ kg.}$$

$$\frac{2 \cdot 4}{15} = 0,533 \text{ kg.}$$



Probleme cu conținut geometric

1. Lungimi

- Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 640 m. Să se calculeze dimensiunile știind că:
 - lățimea este egală cu $\frac{3}{5}$ din lungime;
 - lungimea reprezintă 1, (6) din lățime.
- Într-un dormitor de internat care are înălțimea de 5,25 m se fixează 8 lămpi așezate la cîte 460 cm față de podea. Cîți metri de sîrmă sînt necesari pentru fixarea lămpilor? Cît costă toată sîrma, dacă 1 m se vinde cu $3\frac{1}{2}$ lei?
- Unele pietre kilometrice așezate pe drumul București—Oradea arată următoarele numere (fig. 51).

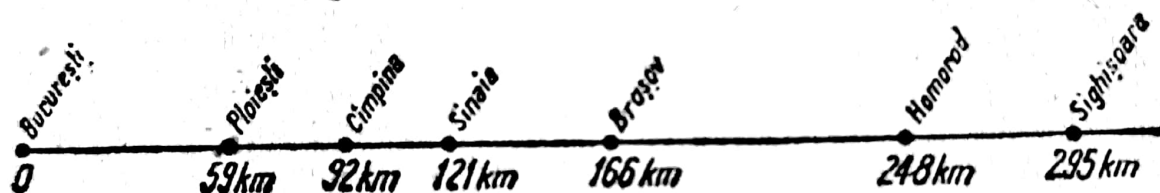


Fig. 51.

Cîți kilometri sînt de la Ploiești la Sinaia?
 Cîți kilometri sînt de la Cîmpina la Brașov?
 Cîți kilometri sînt de la Sinaia la Sighișoara?

- Cîți kilometri a parcurs un călător care a mers de la Ploiești la Homorod și înapoi pînă la București? Dar un călător care a mers de la Sinaia la Sighișoara și înapoi pînă la Ploiești (Folosind datele din problema 3.)
- La plecarea din Arad, aparatul de marcat al unui automobil a arătat 6 493 km; la Simeria arăta 6 668 km, la Orăștie 6 684 km, iar la Alba-Iulia 6 722 km. Cîți kilometri a făcut acest automobil cînd a parcurs drumul Arad—Orăștie—Simeria—Alba-Iulia—Simeria—Arad? Cît va arăta aparatul de marcat al acestui automobil la sosirea în Arad?
- Lungimea gardului unei livezi este de 322 m, iar lățimea este cu 17 m mai mică decît lungimea. Care sînt dimensiunile acestei livezi?
- Înainte de a fi galvanizată, o tablă de oțel avea grosimea de $\frac{4}{5}$ mm, iar după galvanizarea pe ambele fețe, tabla a avut grosimea de 0,88 mm. Care este grosimea stratului de zinc depus pe o față?

8. O vie este formată din 60 de rânduri de câte 96 m. Pentru a susține vițele, se pun pe fiecare rând câte 4 rânduri de sîrmă. Cîți metri de sîrmă sînt necesari?

9. Pentru a măsura o livadă în formă de dreptunghi s-a folosit lanțul de fier de 10 m. Lungimea livezii are 23 de lanțuri și încă 8 m, iar lățimea are 9 lanțuri și încă 5 m. Cîți metri de sîrmă trebuie cumpărați ca să se înconjure livada cu 3 rânduri de sîrmă? Scrieți formula numerică.

10. Un ajustor trebuie să facă pe fiecare față a unei piese de fier cite un șanțuleț, în așa fel, încît piesa în dreptul șanțurilor să aibă grosimea de $\frac{5}{2}$ mm. Înainte de ajustare, piesa

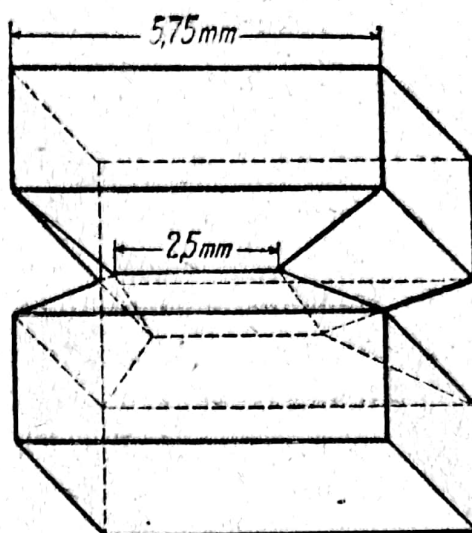


Fig. 52.

are grosimea de 5,75 mm. Care este adîncimea fiecărui șanț? (Piesa e în formă de cub (fig. 52).)

11. Care sînt dimensiunile unei străzi care pe planul orașului are lungimea de 72 cm și lățimea de 2 cm? Scara planului orașului este 1 : 5 000.

12. Harta grădinii botanice din Cluj-Napoca este desenată la scara 1 : 530. Hotarele pe trei străzi înconjurătoare au pe hartă lungimile: prima 12 cm, a doua 15 cm, a treia 6,2 cm. Care este lungimea în realitate a hotarelor pe aceste străzi?

13. O livadă în formă de dreptunghi are lungimea de 280 m și lățimea cu 72 m mai mică. Livada are o poartă de lemn de 4,05 m. Livada se împrejmuiește cu 3 rânduri de sîrmă. Care este lungimea sirmei?

14. Un tîmplar pune pervaz pe podeaua unei camere dreptunghiulare care are lungimea de 5,25 m și lățimea cu 1,35 m mai mică. Pervazul nu se pune în fața sobei, adică pe o lungime de 1,40 m, și nici în fața ușii, care are lățimea de 1,20 m. Care este lungimea pervazului?

15. O livadă are forma de dreptunghi cu lungimea de 87 m și lățimea de 42 m. Livada va fi împrejmuită. Poarta va avea lățimea egală cu a noua parte din diferența dintre lungimea și lățimea livezii (fig. 53). Care va fi lungimea gardului?

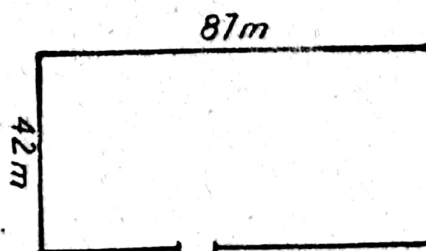


Fig. 53.

16. Un loc dreptunghiular cu lungimea de 175 m și lățimea de 94 m trebuie împrejmuț cu 4 rânduri de sîrmă. Locul are o poartă lungă de 3,20 m. 1 m de sîrmă cîntărește 105 g. Cît cîntărește toată sîrma?

17. Pentru canalizarea unei porțiuni din strada noastră au fost necesare 10 conducte de cite 1,20 m lungime. Fiecare conductă are o parte lărgită la un capăt, pentru ca să intre 10 cm din conducta următoare. Cîți metri de stradă s-au canalizat?

2. Intervale

Dacă anumite obiecte, ca: arbori, butuci de vie, grinzii, stilpi, bulumacii unui gard etc., sînt așezate în mod regulat pe o linie, distanța care desparte două obiecte se numește *interval*.

Lungimea totală a liniei = lungimea unui interval înmulțit cu numărul intervalelor.

La stabilirea numărului obiectelor deosebim trei cazuri:

- 1) Obiecte așezate pe o linie închisă (fig. 54 și 55).

nr. obiectelor = nr. intervalelor:

$$8 = \text{VIII}$$

$$10 = \text{X}$$

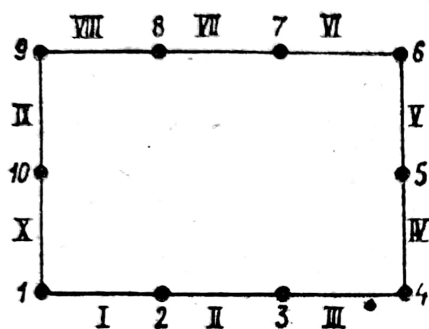


Fig. 54.

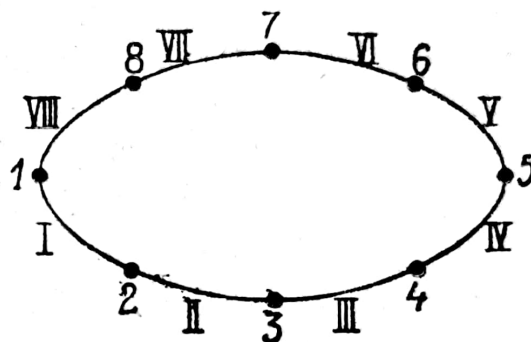


Fig. 55.

- 2) Obiectele sînt așezate pe o linie deschisă și la fiecare capăt există un obiect (fig. 56).

nr. obiectelor = nr. intervalelor + 1

$$8 = \text{VII} + 1.$$

- 3) Obiectele sînt așezate pe o linie deschisă, fără obiecte la capete (fig. 57).

nr. obiectelor = nr. intervalelor - 1.

$$5 = \text{VI} - 1.$$

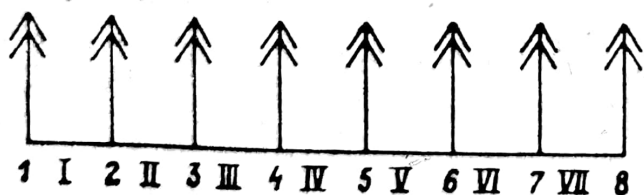


Fig. 56.

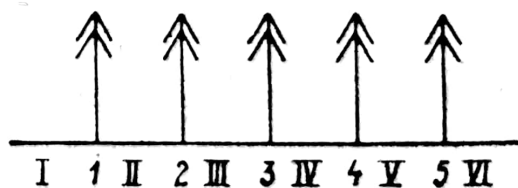


Fig. 57.

18. În jurul unui bazin circular cu lungimea de 36 m s-au plantat arbuști la distanța de 2 m unul de celălalt. Cîți arbuști s-au plantat?

19. În grădina botanică, pe o alee lungă de 280,5 m s-au plantat 34 de plop la intervale egale, punîndu-se cite un plop la capete. Care este distanța dintre doi plop?

20. Pe o plapumă cu lungimea de 2,40 m și lățimea de 2,10 m s-au cusut nasturi la 30 cm unul de altul. Câți nasturi sînt necesari?
21. Pe un teren dreptunghiular cu dimensiunile de 112,6 m și 89 m se plantează viță-de-vie pe rînduri paralele cu lungimea. Butucii se așază la 90 cm unul de altul și la o distanță de margini de cel puțin 2 m (fig. 58). Distanța dintre rînduri trebuie să fie de 110 cm. Câți butuci se vor planta?

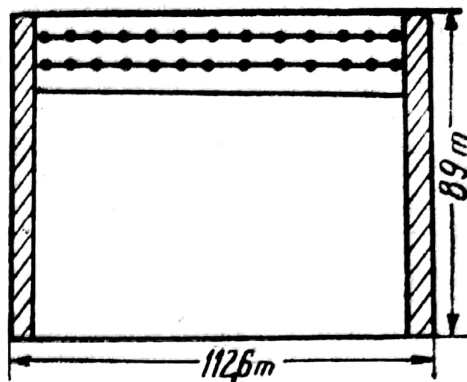


Fig. 58.

22. Într-o livadă cu lungimea de 81 m, merii sînt plantați la distanța de 7 m unul de altul, la cîte 2 m de margini. Sînt în total 17 rînduri de meri. Câți meri sînt în această livadă?
23. O livadă în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 570 m și 270 m se împrejmuește cu 4 rînduri de sîrmă de fier, susținută de stîlpi așezați la 5 m unul de altul. Câți metri de sîrmă s-au folosit? Câți stîlpi?
24. Pe un teren dreptunghiular cu dimensiunile de 555 m și 225 m se plantează caiși pe rînduri paralele cu lungimea: primul și ultimul rînd sînt așezate la cîte 5 m de margini, distanța între rînduri este de 5 m. Arborii sînt așezați la cîte 5 m unul de altul și la 5 m de margini. Cîte rînduri sînt pe teren? Câți arbori sînt pe acest teren?
25. Pe terenul unei grădini în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 46,5 m și 32,5 m se plantează cartofi în rînduri paralele cu lungimea. Cuiburile se așază la 25 cm de margini și la distanța de 60 cm unul de altul. Rîndurile sînt așezate la cîte 25 cm de margini și la 40 cm unul de altul. Cîte cuiburi de cartofi s-au plantat?
26. Pe un teren dreptunghiular s-au plantat 350 de rînduri de viță-de-vie de cîte 90 m lungime. Pe fiecare rînd s-a așezat cîte un spalier de susținere, format din 4 sîrme susținute de stîlpi așezați la 2,50 m unul de altul și la fiecare capăt. Câți stîlpi s-au folosit și care este lungimea sîrmei întrebuintate?

27. O gospodină are un pod dreptunghiular (fig. 59) cu dimensiunile de 7,80 m și 3,60 m și vrea să întindă în acest pod sîrme pentru uscatul rufelor. Sîrmele trebuie să fie așezate la distanța de 0,60 m una de alta. Cum trebuie să fie așezate sîrmele: paralel cu lungimea sau cu lățimea, ca să se obțină o lungime totală cît mai mare de sîrmă?

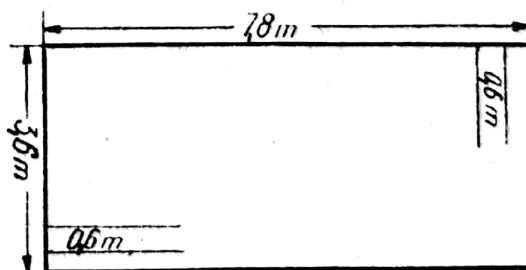


Fig. 59.

28. Monumentul Eroilor dintr-o comună este așezat pe un soclu cu dimensiunile 4,80 m și 2,40 m. La distanța de 8 m de marginile soclului se face un grilaj susținut de pietre depărtate cu cîte 80 cm una de alta. Între două pietre este un lanț de 1,20 m. Cîte pietre sînt necesare? Care este lungimea lanțului?

29. Pe un teren dreptunghiular de 120 m și 90 m se plantează piersici pe rânduri paralele cu lungimea și situate la 15 m unul de altul: primul rând va fi așezat chiar pe marginea terenului. Distanța dintre arbori este de 10 m și primul arbore este așezat chiar pe margine. Câți arbori sînt necesari?
30. Pe șoseaua București — Giurgiu, pe o distanță de 1 km, se plantează plop la cîte 8 m unul de altul, pe ambele părți ale șoselei. Primul arbore este situat la 2 m de piatra kilometrică. Vor ajunge cei 250 de arbori care s-au adus? La ce distanță vor fi așezați ultimii arbori față de următoarea piatră kilometrică?
31. O alee a fost plantată cu tei pe amîndouă părțile. Distanța dintre doi arbori este de 12,25 m. Distanța dintre primul și ultimul arbore este de 624,75 m. Câți arbori s-au plantat?
32. Un teren dreptunghiular cu dimensiunile de 40 m și 24 m se împrejmuiește cu 3 rânduri de sîrmă, susținute de stîlpi așezați la distanța de 4 m unul de altul. Între doi stîlpi este o poartă de lemn, fără sîrmă. Câți stîlpi s-au folosit? Care este lungimea sîrmei?
33. Ciucurii care s-au pus pe marginea unei fețe de masă au costat 35,70 lei, fiind socotiți cu $4\frac{1}{5}$ lei metrul. Lungimea feței de masă este cu 0,75 m mai mare decît lățimea. Care sînt dimensiunile acestei fețe de masă?
34. Un teren dreptunghiular are perimetrul de 286 m, lungimea fiind cu 18 m mai mare ca lățimea. Acest teren se împarte în două parcele printr-o dreaptă paralelă cu lățimea, în așa fel, încît parcela a II-a să fie un pătrat; cele două parcele se împrejmuiesc cu gard de scînduri. Un metru de gard costă 49,50 lei. Cît costă împrejmuirea celor două terenuri?
35. Un teren de sport are lungimea cu 18 m mai mare ca lățimea. Suma celor două laturi este 72 m. Să se afle lungimea gardului care înconjură acest teren.
36. O masă rotundă cu diametrul de 1,20 m se poate desface în două semicercuri, între care se așază o placă de lemn dreptunghiulară cu dimensiunile de 1,20 m și 0,60 m. Care este perimetrul mesei astfel lungite? Cîte persoane se pot așeza la această masă, dacă fiecare are nevoie de cel puțin 70 cm? Cîte plăci de lemn ca cele de mai sus trebuie să se pună între cele două semicercuri, ca să încapă la masă 12 persoane? (Rezultat aproximativ.)
37. Pentru a stabili cît măsoară pasul său, un băiat a parcurs de două ori distanța dintre două pietre kilometrice, făcînd prima oară: 1 246 de pași la dus și 1 254 de pași la întors, iar a doua oară: 1 252 de pași la dus și 1 248 de pași la întors. El a măsurat apoi cu pasul grădina de legume, găsind 320 de pași în lungime și 184 în lățime. Care este lungimea pasului băiatului? Care sînt dimensiunile grădinii de legume?
38. Un covor în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 4,25 m și 3,50 m a fost reparat tăindu-se de jur împrejur o bucată lată de 15 cm și, pentru ca să nu se destrame, i s-a cusut un șiret care costă 1,20 lei metrul. Cît costă șiretul cusut pe marginea covorului?

39. O grădină are forma de dreptunghi (fig. 60) cu dimensiunile de 72 m și 42 m. În mijlocul ei este o fântină circulară cu diametrul egal cu $\frac{1}{3}$ din lungimea dreptunghiului, iar în fiecare colț este un strat de flori în formă de sfert de cerc cu raza egală cu $\frac{1}{7}$ din lățimea dreptunghiului.

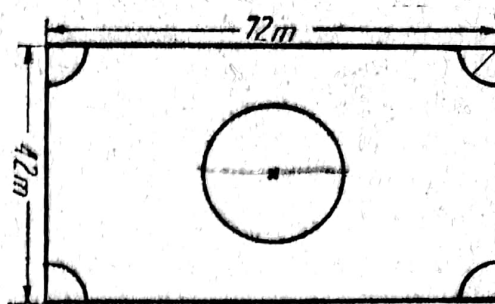


Fig. 60.

- Fântina și straturile sînt mărginite cu cărămizi de oțte 12 cm. Faceți un plan la scara 1 : 1 000. Cîte cărămizi s-au folosit pentru fântină și straturi?
40. Pe tabelul de mai jos lungimea cercului cu diametrul D se poate citi în felul următor:

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,142	6,283	9,425	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,29
1	31,42	34,56	37,70	40,84	43,98	47,12	50,27	53,41	56,55	59,69
2	62,83	65,97	69,12	72,26	75,40	78,54	81,68	84,82	87,96	91,11
3	94,25	97,39	100,5	103,7	106,8	110,0	113,1	116,2	119,4	122,5
4	125,7	128,8	132,0	135,0	138,2	141,4	144,5	147,6	150,8	153,9
5	157,0	160,2	163,4	166,5	169,6	172,8	175,9	182,1	182,2	185,4
6	188,5	191,6	194,8	197,9	201,1	204,2	207,4	210,5	213,6	216,8
7	219,9	223,0	226,2	229,3	232,5	235,6	238,8	241,9	245,9	248,2
8	251,3	254,8	257,6	260,8	63,9	267,0	270,2	273,3	276,5	279,6
9	282,7	285,9	289,0	292,2	295,3	298,4	301,6	304,7	302,9	311,0

Dacă $D = 6$, se citește pe linia 0 coloana 6 18,85.

$D = 60$, se citește pe linia 6 coloana 0 188,5.

Dacă $D = 8$, se citește pe linia 0 coloana 8 25,13.

$D = 80$, se citește pe linia 8 coloana 0 251,3.

Dacă $D = 27$, se citește pe linia 2 coloana 7 84,82.

Folosiți acest tabel la calcularea lungimii cercului.

41. Un strat de flori are forma de cerc cu raza de 1,75 m. În interiorul stratului, la distanța de 75 cm de margini se plantează un rînd (în formă de cerc) cu trandafiri la distanța de 15,7 cm unul de celălalt. Cîți trandafiri au fost folosiți?
42. O pistă de alergări pentru cicliști are diametrul de 210 m.
- a) Un ciclist a parcurs această pistă de 100 de ori cu viteza medie de 36 km pe oră. Care a fost durata cursei?
- b) Un ciclist a pornit la ora 16 și 25 de minute și a terminat cursa la ora 18 și 23 de minute. Cu ce viteză a alergat acest ciclist?

43. O fetiță a tăiat din pinză 12 cercuri cu diametrul de 14 cm, ca să coasă șervețele. Ea coase o dantelă de jur împrejurul fiecărui șervețel. Câtă dantelă trebuie să cumpere, dacă la fiecare șervețel pe lângă lungimea cercului înconjurător mai sînt necesari încă 20 mm. Cît costă dantela, dacă pentru 1 m s-a plătit 4.25 lei?
44. Curtea unei grădinițe de copii are forma unui dreptunghi terminat cu două semicercuri egale. Dimensiunile dreptunghiului sînt: una de 15 m, iar cealaltă de 4 ori mai mare. Un copil, făcînd cîte 84 de pași pe minut, a străbătut perimetrul curții în 3 min 45 s. Care este lungimea mijlocie a pasului acestui copil?
45. Un bazin circular are lungimea cercului de 62,80 m. La distanța de 60 cm de marginea lui se face un grilaj de fier. Un metru de grilaj costă 225 de lei; cît va costa tot grilajul?
46. O piesă are forma de trapez terminat pe baze cu cîte un semicerc (fig. 61). Baza mare este de 84 m, baza mică de 48 m și cele două laturi neparalele sînt de cîte 36 m. Care este perimetrul acestei piese?
47. O figură geometrică este formată dintr-un trapez, un semicerc și un pătrat, ca în figura 62. Trapezul are baza mare de 68 cm; baza mică cu 24 cm mai mică, AD este egală cu $\frac{3}{4}$ din baza mare, iar BC este $\frac{5}{4}$ din baza mică. Să se afle perimetrul acestei figuri.

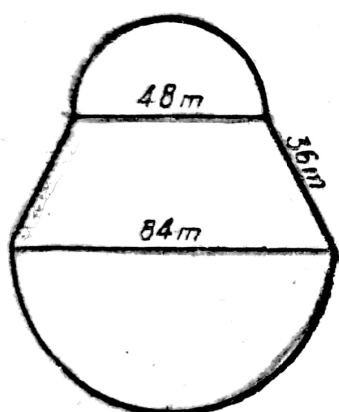


Fig. 61.

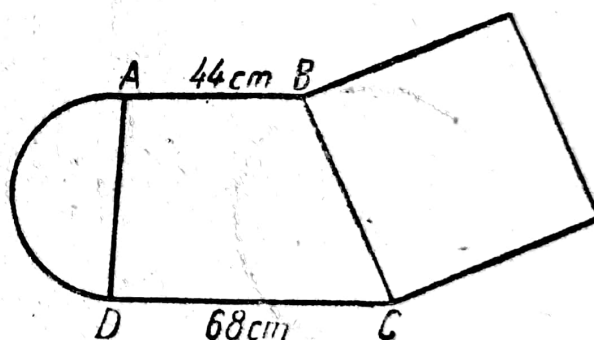


Fig. 62.

48. Drumul parcurs de un grup de cicliști este în formă de triunghi. Desenat pe o hartă la scara de 1 : 500 000, acest triunghi are laturile $AB = 82$ mm; $BC = 105$ mm și $AC = 118$ mm. Care este distanța parcursă de acești cicliști? În cît timp au parcurs cicliștii acest drum, dacă au alergat cu viteza medie de 36 km pe oră?
49. Pe o hartă la scara 1 : 10 000, un lot de pămînt este desenat sub formă de dreptunghi cu lungimea de 12 cm și lățimea de 5 cm. Pe o altă hartă același loc este desenat tot ca un dreptunghi cu baza de 50 cm. Care este lățimea acestui dreptunghi? Dar scara hărții?
50. Un loc în formă de paralelogram are perimetrul de 384,2 dm, iar una din laturi de 14,25 hm. Care este lungimea celeilalte laturi?

51. Un teren de sport de formă dreptunghiulară are lățimea cu 12 m mai mică decît lungimea. Suma celor două dimensiuni este de 106 m. Să se afle dimensiunile acestui teren.
52. Un loc în formă de dreptunghi cu lungimea de 357,40 m și lățimea cu 242,20 m mai mică este împrejmuît cu scinduri late de 20 cm. Cît vor costa scindurile, dacă una costă 2 lei? Scrieți formula numerică a problemei.
53. Un strat de flori este format dintr-un dreptunghi terminat la capete cu două semicercuri egale. Fiecare semicerc are lungimea de 1,57 m, iar lungimea dreptunghiului este egală cu $\frac{6}{5}$ din lățime. Cît timp îi trebuie unui melc ca să înconjoare această grădină, dacă el merge cîte 8 mm pe minut?
54. Un lot de pămînt are forma din figura 63. Cîți salcîmi se pot planta pe marginile acestui lot, dacă distanța dintre arbori este de 2m?

3. Arit

55. O plăcuță de zinc are forma de pătrat cu latura de 15 cm. S-au făcut 17 rinduri de cîte 26 de plăcuțe (fig. 64). Ce arie are figura geometrică formată?

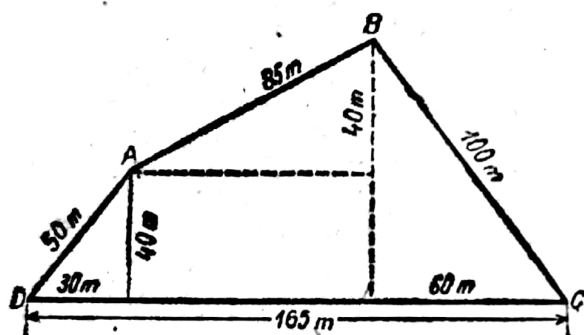


Fig. 63.

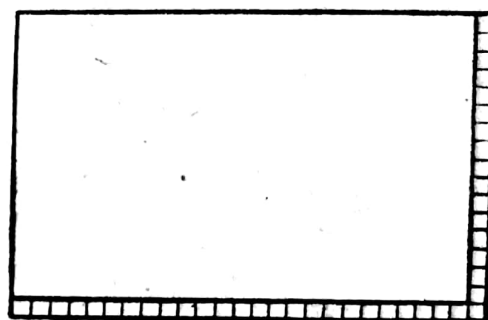


Fig. 64

56. Un pătrat are perimetrul de 36 cm. Cîți centimetri pătrați are aria acestui pătrat?
57. Un pătrat are aria de 144 cm². Cîți centimetri are perimetrul acestui pătrat?
58. Un dreptunghi are dimensiunile 18 m și 8 m. Aria acestui dreptunghi este egală cu aria unui pătrat. Cîți centimetri are latura acestui pătrat?
59. Un dreptunghi are dimensiunile 18 m și 8 m. Un alt dreptunghi care are aria egală cu a acestui dreptunghi are lungimea de 4 ori mai mare decît lățimea. Să se afle dimensiunile celui de-al doilea dreptunghi.
60. Un gospodar a cultivat zarzavaturi în grădina sa, care are dimensiunile de 72 m și 24 m. O treime din teren a fost cultivată cu cartofi, cu o producție de 30 t la hectar, altă treime cu fasole, avînd o producție de 26 t la hectar și o ultimă treime cu roșii, cu o producție de 26 t la hectar. Ce sumă a realizat gospodarul din grădina sa, dacă roșiile se vind cu 1 leu kilogramul, cartofii cu 1 leu și fasolea cu 2,70 lei.

61. Care este aria unui teren dreptunghiular care are lungimea de două ori cît lăţimea şi perimetrul cît al unui pătrat cu latura de 36 m?

62. Pe două margini alăturate ale unei curţi dreptunghiulare cu dimensiunile de 50 m şi 36 m s-a făcut un trotuar cu lăţimea de 1,5 m. Care este aria trotuarului? Dar aria de curte rămasă?

Rezolvare

Calculul se poate face în 3 feluri (fig. 65): Aria trotuarului:

$$\begin{array}{r} 50 \cdot 1,5 = 75 \text{ m}^2 \\ 34,5 \cdot 1,5 = 51,75 \text{ m}^2 \\ \hline 126,75 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \cdot 1,5 = 54 \text{ m}^2 \\ 48,5 \cdot 1,5 = 72,75 \text{ m}^2 \\ \hline 126,75 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \cdot 1,5 = 75 \text{ m}^2 \\ 36 \cdot 1,5 = 54 \text{ m}^2 \\ 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ m}^2 \\ 75 + 54 - 2,25 = 126,75 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \cdot 36 = 1\,800 \text{ m}^2 - \\ 48,5 \cdot 34,5 = 1\,673,25 \text{ m}^2 \\ \hline = 126,75 \text{ m}^2 \end{array}$$

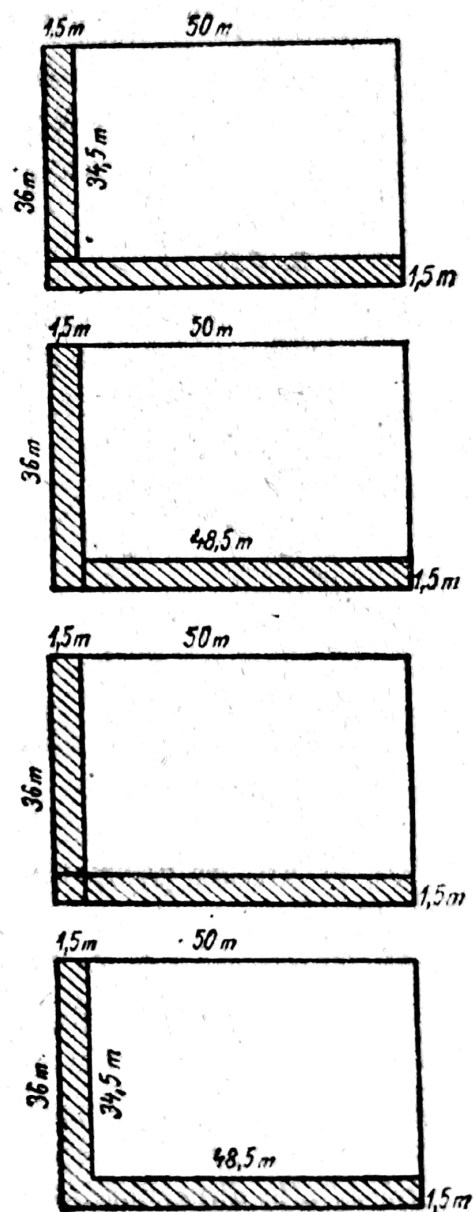


Fig. 65.

Aceste trotuare se numesc trotuare în unghi drept.

63. Dintr-o placă de fontă cu lungimea de 80 cm şi lăţimea de 65 cm se taie pe două margini consecutive benzi cu lăţimea de 5 cm. Ce suprafaţă s-a tăiat? Ce suprafaţă a mai rămas?

64. Un teren dreptunghiular (fig. 66) este străbătut în lung și în lat de două alei perpendiculare.

Aleile au lățimea de 2 m. Dimensiunile terenului sînt de 180 m și 100 m. Ce suprafață ocupă aleile? Ce suprafață rămîne pentru culturi?

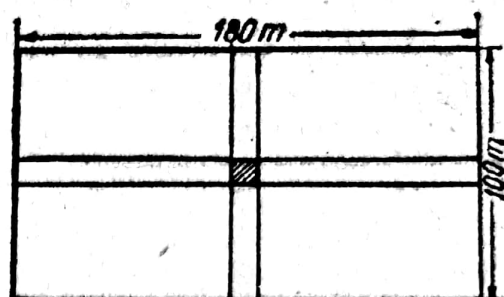


Fig. 66.

65. În curtea unei fabrici de formă dreptunghiulară, cu dimensiunile de 400 m și 288 m, s-au făcut două alei perpendiculare de câte 8 m lățime. Ce suprafață ocupă aleile și ce suprafață ocupă restul curții?

66. O grădină are forma unui pătrat. Pe marginile ei sînt alei late de câte 2 m; alte două alei, perpendiculare între ele, de aceeași lățime cu primele, străbat grădina prin mijloc în lung și în lat. Ultimele două alei împart grădina în 4 pătrate egale cu latura de câte 20 m, care se seamănă cu flori. Să se afle aria întregii grădini, aria aleilor și aria suprafeței semănate cu flori.

67. Un teren în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 120 m și 80 m a fost împărțit în 3 părți egale (prin două linii paralele cu lățimea) pentru a fi cultivate cu roșii, varză și ardei. Ce recoltă s-a obținut din fiecare dacă în acel an recolta de roșii a fost de 128,3 q la hectar, cea de varză 159,9 q, iar cea de ardei 70,4 q la hectar?

68. O grădină are forma de dreptunghi cu lățimea de 40 m și lungimea de trei ori mai mare. În mijlocul grădinii se află un bazin în formă de pătrat cu perimetrul de 48. De la bazin spre fiecare latură pleacă o alee lată de 1,20 m. Într-un colț al grădinii se află un chioșc triunghiular cu baza cît latura bazinului și cu înălțimea cît $\frac{3}{2}$ din baza lui. Să se afle aria grădinii pe care se pot semăna flori (fig. 67).

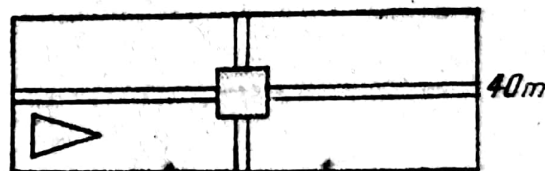


Fig. 67.

69. O placă de metal are forma de dreptunghi cu dimensiunile de 4,25 m și 2,75 m. În mijlocul plăcii se află o gaură în formă de cerc cu raza egală cu o cincime din lungimea plăcii, iar în fiecare colț există alte 4 găuri, în formă de pătrat cu latura egală cu o cincime din lățimea plăcii. Pe această piesă se așază un strat de crom. Ce cantitate de crom se va folosi, dacă la 1 dm² din aria piesei se folosesc 5 g de crom?

70. Un lot de pămînt cu forma și dimensiunile din figura 68 a fost însămînțat cu sfeclă. Ce cantitate de sfeclă s-a produs pe acest lot, dacă de pe un hectar s-au recoltat 138,500 q?

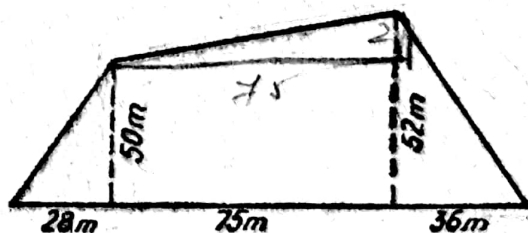


Fig. 68.

71. O pădure are dimensiunile și forma din figura 69. Să se afle aria pădurii în realitate și pe planul cu scara 1 : 2 500.

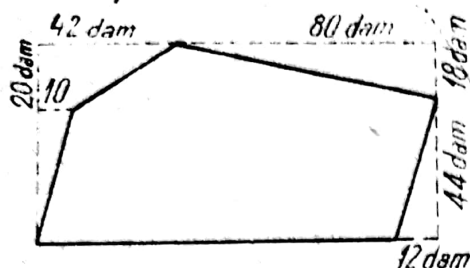


Fig. 69.

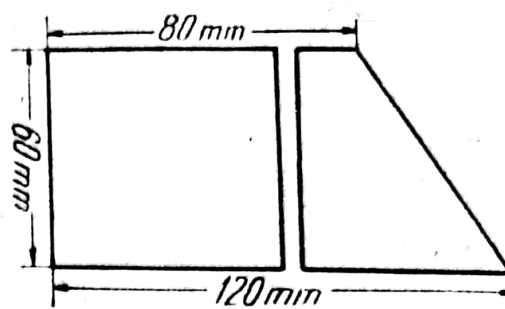


Fig. 70.

72. Un lot de pământ are pe un plan (fig. 70) cu scara de 1 : 2 500 forma unui trapez dreptunghic cu baza mare de 120 mm, baza mică 80 mm și înălțimea de 60 mm. S-a construit un drum lat de 12 m, care împarte lotul într-un pătrat și un nou trapez dreptunghic. Lotul a fost însămînțat cu trifoi, obținându-se 27 q la hectar. Ce cantitate de trifoi s-a strîns?

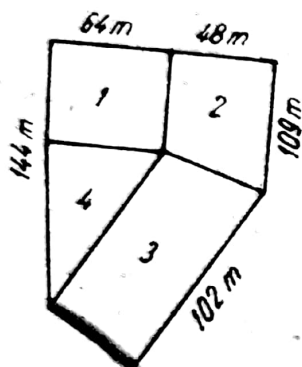


Fig. 71.

73. Pentru construcția unui grup școlar s-au folosit 4 loturi de pământ cu forma și dimensiunile din figura 71 și cu aria totală de 1 ha 68 a 8 ca.

— Să se calculeze aria fiecărui lot, știind că primul este pătrat, al doilea trapez dreptunghic, al treilea dreptunghi și al patrulea triunghi dreptunghic.

— Să se calculeze lățimea lotului al treilea.

74. Acoperișul unui hambar este format din două triunghiuri egale cu bazele de 6,25 m și înălțimile de câte 5,10 m și două trapeze cu bazele mari de 16,20 m și bazele mici de 12,40 m, iar înălțimile egale cu ale triunghiurilor. Pe acoperiș trebuie puse țigle, folosindu-se câte o țiglă pentru

2,5 dm². Cîte țigle trebuie comandate, dacă 15% se sparg în timpul lucrului?

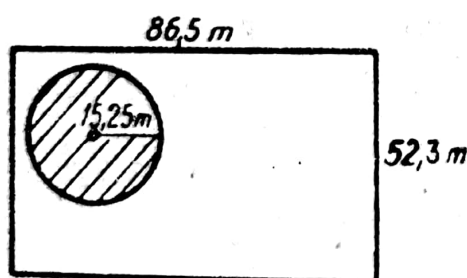


Fig. 72.

75. O fineață de formă dreptunghiulară are dimensiunile de 86,50 m și 52,30 m (fig. 72). Într-un punct din interiorul fineței, la o distanță de 20 m de fiecare margine, este priponit un cal cu o funie lungă de 15,25 m. Calul a păscut toată iarba din jurul stîlpului pe care e priponit. Care este aria suprafeței ce a rămas de cosit pe fineață?

76. Pe un teren dreptunghiular cu lungimea de 7,75 dam și lățimea mai mică cu 22,5 m s-au

semănat cartofi în cuiburi; fiecare cuib ocupă 125 dm². Din fiecare cuib s-au recoltat în medie 25 kg de cartofi, care s-au vîndut cu 1 leu kilogramul. Ce sumă s-a încasat pe recolta de cartofi?

77. Un teren de sport are forma unui dreptunghi terminat la capete cu cîte o jumătate de cerc. Lungimea dreptunghiului este de 86 m, iar lungimea unui semicerc este de 164,85 m. Cîtă sămînță de iarbă este necesară pentru a însămînța acest teren, dacă la 1 m² se folosesc 10 g de sămînță?

78. Un lot de pământ în formă de trapez (fig. 73) cu baza mare de 240 m și baza mică egală cu o treime din baza mare, iar înălțimea cu 15 m mai mare ca baza mică a fost împărțit în două părți prin diagonala BD , pentru a experimenta îngrășămintele. Pe suprafața ABD s-a pus superfosfat cite 400 kg la hectar, iar pe restul cite 150 kg de nitrat la hectar. Ce cantitate de îngrășăminte s-a folosit?

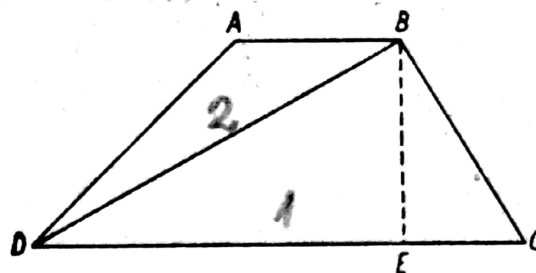


Fig. 73.

79. Pentru a face o față de masă, la o bucată de pinză dreptunghiulară cu perimetrul de 3,20 m s-au adăugat 4 jumătăți de cerc egale, ca în figura 74. $BC = DF = 15$ cm, iar $AB = LK$ este o treime din BC . Pe toată marginea feței de masă s-a cusut o dantelă care costă 5,50 lei metrul; lungimea dantelei este cu 10% mai mare ca marginea. Cât costă dantela? Care este aria feței de masă?

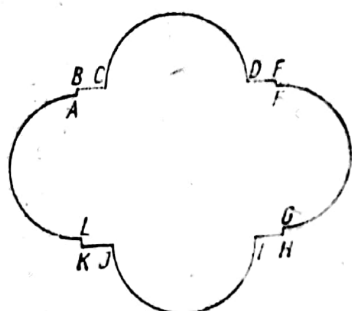


Fig. 74.

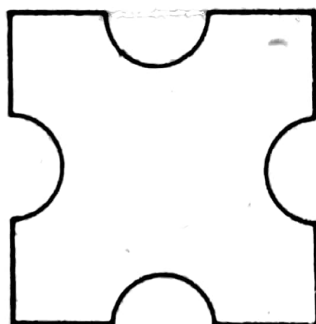


Fig. 75.

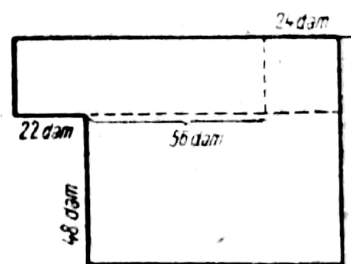


Fig. 76.

81. O tarla are forma și dimensiunile din figura 76. Dacă se seamănă grîul cu mina se folosesc 200 l la hectar, iar cu semănătoarea mecanică 1,5 hl la hectar. Pe această tarla s-a semănat mecanic grîul, care cîntărea 75 kg la hectolitru. Să se calculeze ce sumă s-a economisit, dacă 1 kg de grîu costă 1,10 lei.

82. O bucătărie în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 4,80 m și 3,60 m trebuie pardosită cu plăci pătrate cu latura de 20 cm (fig. 77). Cît va costa materialul, dacă 1 placă se vinde cu 1,25 lei?

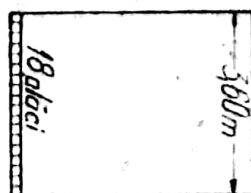
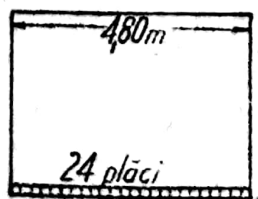
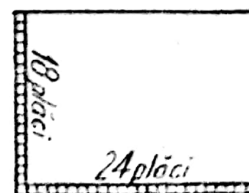


Fig. 77.



83. Dintr-o bucată de tablă lungă de 3 m și lată de 2 m se taie dreptunghiuri cu dimensiunile de 20 cm și 15 cm. Câte dreptunghiuri se vor obține?
84. Pe un zid lung de 2,10 m și lat de 1,40 m trebuie puse dale de piatră de formă pătrată cu latura de 14 cm. Câte dale se vor folosi?
85. O sală în formă de dreptunghi cu lungimea de 5 m și lățimea de 4,50 m trebuie pardosită cu scinduri lungi de 2,5 m și late de 15 cm. Câte scinduri sînt necesare?
86. O cameră are dimensiunile de 6 m și 4,80 m. Pentru pardosirea ei se folosesc scinduri lungi de 3 m și late de 25 cm. Aceste scinduri au grosimea de 25 mm. 1 m³ de lemn costă 124 de lei. Cît vor costa scindurile pentru această cameră?
87. O față de plapumă lungă de 3 m și lată de 2,50 este dublată cu un material lat de 60 cm. Cum trebuie pus materialul de dublat ca să nu avem pierderi? Cît va costa dublarea plăpumii dacă 1 m din material costă 12 lei?
88. Să se arate cu ajutorul figurii 78 că aria pătratului este egală cu jumătatea ariei pătratului construit pe diagonala lui. Un pătrat are latura de 12 m. Care este lungimea diagonalei lui?
89. Un loc în formă de dreptunghi cu lungimea de 70 m și lățimea egală cu $\frac{3}{5}$ din lungime are aria egală cu a altui loc, în formă de paralelogram, care are lungimea cu 7 m mai mică decît suma dintre lungimea și lățimea primului loc. Să se afle înălțimea paralelogramului.

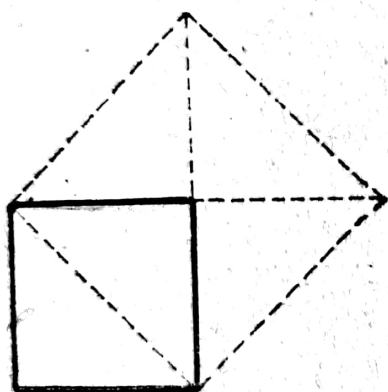


Fig. 78.

90. Pentru a face un cearșaf de plapumă putem cumpăra pînză lată de 2,20 m sau de 0,80 m. Primul fel de pînză costă 36 de lei metrul, iar cel de-al doilea 14 lei metrul. Plapuma are lungimea de 2,80 m și lățimea de 2,20 m, iar cearșaful trebuie să fie la capete cu 60 cm mai lung și în părți cu 30 cm mai lat. Din care pînză este mai economic să cumpărăm?

91. În sala de clasă, pentru fiecare elev se socotește cîte 1,50 m². Într-o clasă sînt 40 de elevi. Lungimea clasei este de 12 m. Care este lățimea acestei clase?

92. Un teren în formă de romb are o diagonală de 80 m și cealaltă egală cu $\frac{3}{4}$ din prima. Care este aria rombului?
93. Un loc în formă de trapez cu baza mică de 20 m, baza mare cu 10 m mai mare decît dublul bazei mici, iar înălțimea cu 10 m mai mică decît baza mare este îngrășat cu gunoi de grajd, folosindu-se cîte 30 t la hectar. Ce cantitate de gunoi de grajd s-a întrebuintat?
94. Folosindu-se cîte 1,5 q de superfosfat la un hectar de pămînt, pentru îngrășarea unui loc s-au folosit 21 kg de superfosfat. Acest loc are forma de trapez cu înălțimea de 40 m și una din baze egală cu jumătatea înălțimii. Să se afle cealaltă bază a trapezului.
95. Dintr-o foaie de tablă lungă de 2,50 m și lată de 1,5 m se taie funduri de cutii de conserve cu diametrul de 12 cm. Cîte funduri se vor tăia dintr-o foaie? Dar din 100 de foi?

83. Dintr-o bucată de tablă lungă de 3 m și lată de 2 m se taie dreptunghiuri cu dimensiunile de 20 cm și 15 cm. Câte dreptunghiuri se vor obține?
84. Pe un zid lung de 2,10 m și lat de 1,40 m trebuie puse dale de piatră de formă pătrată cu latura de 14 cm. Câte dale se vor folosi?
85. O sală în formă de dreptunghi cu lungimea de 5 m și lățimea de 4,50 m trebuie pardosită cu scinduri lungi de 2,5 m și late de 15 cm. Câte scinduri sînt necesare?
86. O cameră are dimensiunile de 6 m și 4,80 m. Pentru pardosirea ei se folosesc scinduri lungi de 3 m și late de 25 cm. Aceste scinduri au grosimea de 25 mm. 1 m³ de lemn costă 124 de lei. Cît vor costa scindurile pentru această cameră?
87. O față de plapumă lungă de 3 m și lată de 2,50 este dublată cu un material lat de 60 cm. Cum trebuie pus materialul de dublat ca să nu avem pierderi? Cît va costa dublarea plăpumii dacă 1 m din material costă 12 lei?
88. Să se arate cu ajutorul figurii 78 că aria pătratului este egală cu jumătatea ariei pătratului construit pe diagonala lui. Un pătrat are latura de 12 m. Care este lungimea diagonalei lui?
89. Un loc în formă de dreptunghi cu lungimea de 70 m și lățimea egală cu $\frac{3}{5}$ din lungime are aria egală cu a altui loc, în formă de paralelogram, care are lungimea cu 7 m mai mică decît suma dintre lungimea și lățimea primului loc. Să se afle înălțimea paralelogramului.

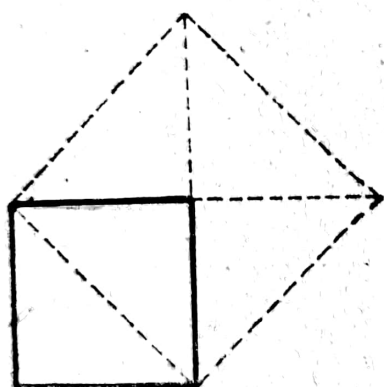


Fig. 78.

90. Pentru a face un cearșaf de plapumă putem cumpăra pinză lată de 2,20 m sau de 0,80 m. Primul fel de pinză costă 36 de lei metrul, iar cel de-al doilea 14 lei metrul. Plapuma are lungimea de 2,80 m și lățimea de 2,20 m, iar cearșaful trebuie să fie la capete cu 60 cm mai lung și în părți cu 30 cm mai lat. Din care pinză este mai economic să cumpărăm?
91. În sala de clasă, pentru fiecare elev se socotește cîte 1,50 m². Într-o clasă sînt 40 de elevi. Lungimea clasei este de 12 m. Care este lățimea acestei clase?
92. Un teren în formă de romb are o diagonală de 80 m și cealaltă egală cu $\frac{3}{4}$ din prima. Care este aria rombului?
93. Un loc în formă de trapez cu baza mică de 20 m, baza mare cu 10 m mai mare decît dublul bazei mici, iar înălțimea cu 10 m mai mică decît baza mare este îngrășat cu gunoi de grajd, folosindu-se cîte 30 t la hectar. Ce cantitate de gunoi de grajd s-a întrebuintat?
94. Folosindu-se cîte 1,5 q de superfosfat la un hectar de pămînt, pentru îngrășarea unui loc s-au folosit 21 kg de superfosfat. Acest loc are forma de trapez cu înălțimea de 40 m și una din baze egală cu jumătatea înălțimii. Să se afle cealaltă bază a trapezului.
95. Dintr-o foaie de tablă lungă de 2,50 m și lată de 1,5 m se taie funduri de cutii de conserve cu diametrul de 12 cm. Cîte funduri se vor tăia dintr-o foaie? Dar din 100 de foi?

96. Un geamgiu taie geamuri pătrate cu latura de 30 cm dintr-o foaie de sticlă dreptunghiulară lată de 160 cm și lungă de 3,10 m. Cite geamuri va tăia și care este aria suprafeței de sticlă nefolosită?
97. Ce cantitate de grâu este necesară pentru însămînțarea terenului din figura 79, dacă la 1 ha este necesară o cantitate de 150 kg de grâu?
98. Folosindu-se îngrășăminte naturale și îngrășăminte chimice, s-a obținut un spor de recoltă de 400 kg de porumb la hectar. Care este sporul de recoltă de porumb care s-a obținut pe tarlăua cu forma și dimensiunile din figura 80?

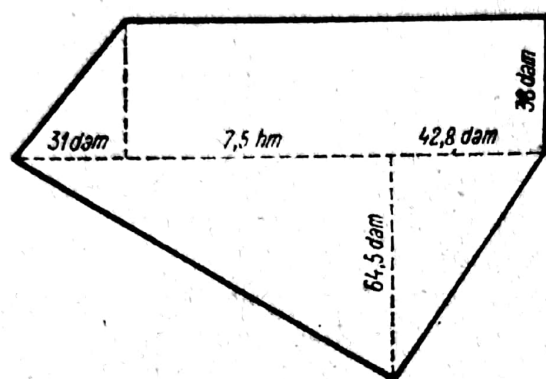


Fig. 79.

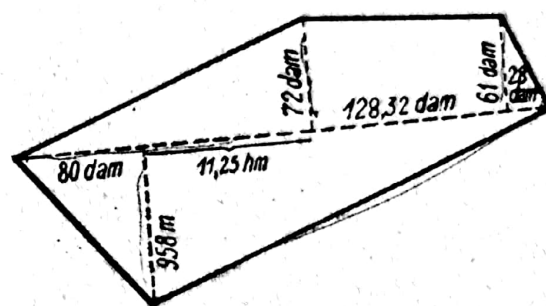


Fig. 80.

99. La o fermă zootehnică, curtea găștelor are forma și dimensiunile din figura 81. Pentru fiecare găscă este socotită o porțiune de păscut de 2 m². Cite găște pot păște în această curte?

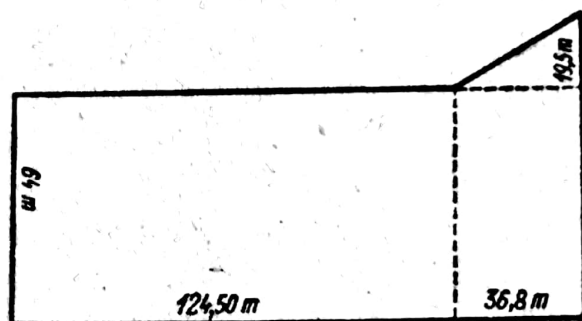


Fig. 81.

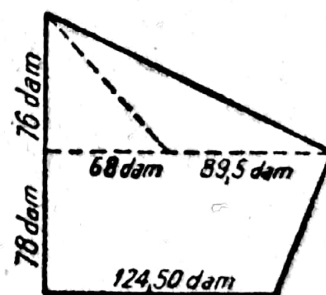


Fig. 82.

100. S-a însămînțat cu ovăz un teren cu forma și dimensiunile din figura 82. Fiecare hectar de pământ a produs 16 q de ovăz. Care este cantitatea de ovăz produsă pe acest loc?
101. La 1 ha de pământ este necesară o cantitate de 1 500 kg de cartofi pentru sămînță. Ce cantitate de cartofi este necesară pentru însămînțarea unui teren cu forma și dimensiunile din figura 83.
102. Cu 1 kg de vopsea de ulei se poate vopsi o suprafață de 5 m²; 1 kg de vopsea se vinde cu 18,50 lei. O sală de clasă are lungimea de 8 m, lățimea de 7,50 m și înălțimea de 4 m. Sala are o ușă înaltă de 2 m și lată de 1,60 m și 3 ferestre înalte de 1,80 m și late de 1,40 m. Cît costă vopseaua pentru această cameră?

$11,8 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$ piatră $11,8 \text{ g}$

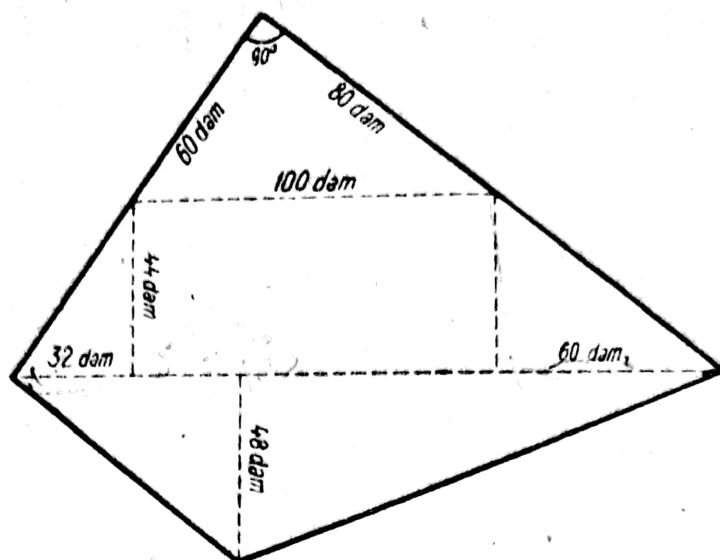


Fig. 83.

103. O cameră cu lungimea de 4,20 m, lăţimea de 3,80 m şi înălţimea de 2,90 m are o fereastră cu dimensiunile de 2 m şi 1,20 m şi o uşă cu dimensiunile de 2 m şi 1,10 m. Pe pereţi şi pe tavan se dau două rinduri de vopsea, cite 1 kg pe o arie de 6 m². Cîte kilograme de vopsea sînt necesare pentru această cameră?

4. Volume

104. Bidonul de ulei al unui automobil are forma de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 20 cm, 5 cm şi 20 cm. Cîţi litri de ulei încap în acest bidon?
105. Un bloc de piatră cubic are latura de 50 cm şi densitatea de 11,8 g/cm³. Cît cîntăreşte?
106. Dormitorul unui internat are dimensiunile de 30 m, 15 m şi 4 m. Cîţi elevi pot dormi în acest dormitor, dacă fiecăruia îi sînt necesari 15 m³?
107. Coşul unui camion are dimensiunile 4 m, 2 m şi 1 m şi este încărcat cu var. Un metru cub de var cîntăreşte 1 500 kg. Care este aria suprafeţei care se poate vărui cu varul din acest camion, dacă la o arie de 1 dm² se foloseşte 16 kg de var?
108. Bidoanele de ulei de automobil au forma de paralelipiped cu dimensiunile de 4 dm, 5 dm şi 3 dm. Cîte bidoane se pot umple cu 120 l de ulei?

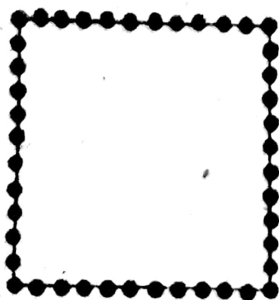


Fig. 84.

109. O placă pătrată are pe margine bătute nituri la distanţa de 3 cm unul de celălalt, în total 44 de nituri. Grosimea piesei este de 2 cm şi este făcută din fier cu densitatea de 7,8 g/cm³ (fig. 84). Aflaţi cît cîntăreşte această piesă? Scrieţi formula numerică a acestei probleme.
110. O curte în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 15 m şi 9 m trebuie asfaltată cu un strat de 4 cm. Care este volumul asfaltului?

111. O placă de zinc cu dimensiunile de 80 cm și 30 cm cântărește 3,360 kg. Densitatea zincului este 7 g/cm^3 . Care este grosimea plăcii?
112. Construcția unui zid cu lungimea de 39,25 m și înălțimea de 2,40 m a costat 4 578,12 lei, fiind socotit 162 de lei metrul cub de construcție. Care este grosimea acestui zid?
113. Un bazin care are forma de prismă pătratică regulată are o adâncime de 1,92 m. Când este plin, acest bazin conține 38,20 hl de apă. Să se afle latura bazei acestui bazin.
114. Un bazin în formă de prismă cu baza dreptunghi are dimensiunile de 2 m, 1,5 m și 1 m. Câte găleți de 15 l se pot umple din acest bazin plin? Care este înălțimea apei din bazin când el conține 9 hl de apă?
115. Un bazin în formă de prismă cu bază un pătrat cu latura de 5 m conține 40 m^3 de apă. Care este înălțimea bazinului?
116. Un paralelipiped dreptunghic are volumul de 167 m^3 ; înălțimea lui este de 6 m, iar lungimea bazei de 2,65 m. Să se calculeze lățimea bazei.
117. Dintr-un cub cu latura de 45 cm s-a turnat o foaie de tablă cu grosimea de 1,5 mm. Care este aria suprafeței de tablă și cât cântărește, știind că fierul are densitatea $7,8 \text{ g/cm}^3$.
118. Un cub de fier cu latura de 16 cm este prevăzut cu o gaură cilindrică cu diametrul de 6 cm și adâncimea egală cu $\frac{3}{4}$ din latura cubului. Cât cântărește acest cub, dacă densitatea fierului este $7,8 \text{ g/cm}^3$.
119. Pereții și podeaua unei pivnițe trebuie cimentați. Pivnița are forma de paralelipiped cu lungimea de 8 m, lățimea de 4,50 m și înălțimea de 3,80 m. Pentru 1 m^2 se folosesc 3 kg de ciment. Ce cantitate de ciment trebuie adusă?
120. Pe un acoperiș dreptunghiular lung de 22 m și lat de 8,25 m s-a așternut un strat de zăpadă gros de 6 cm. Care este volumul stratului de zăpadă? Câtă apă s-a obținut din topirea acestei zăpezi, dacă 9,75 l de zăpadă dau 1 l de apă?
121. Un teren de sport are forma de dreptunghi terminat la capete cu două semicercuri egale. Dreptunghiul are dimensiunile 84 m și 62 m. Pe tot terenul s-a așternut un strat de nisip de 5 cm. Care este volumul nisipului de pe tot terenul?
122. O placă de fontă cu forma și dimensiunile din figura 85 are grosimea de 5 cm. Fonta are densitatea 7. Care este masa acestei plăci?
123. O bară de fier cu secțiunea un pătrat cu latura de 36 mm și lungimea de 225 cm a fost trecută printr-un laminor și transformată într-o bară cu secțiunea

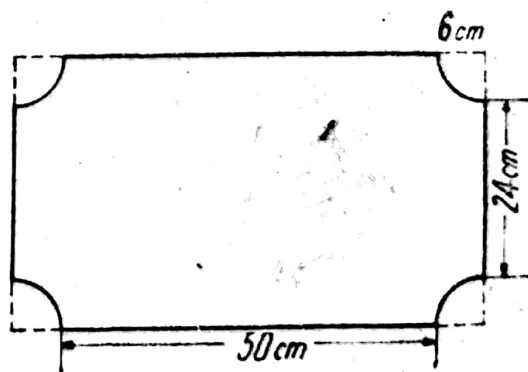


Fig. 85.



un trapez cu baza mare de 35 mm, baza mică egală cu $\frac{4}{5}$ din baza mare și înălțimea cît baza mare. Care este lungimea acestei noi bare?

124. Un stîlp de beton armat are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei de 28 cm și 16 cm, iar înălțimea de 5,20 m. Cît cîntărește acest stîlp, dacă la fiecare metru cub de ciment se pun 108 kg de fier?

• Scrieți formula numerică. $\rightarrow$ ~~224~~

125. O bară de aluminiu lungă de 0,50 m și cu baza un pătrat cu latura de 5 cm cîntărește 3,250 kg. Care este densitatea aluminiului. Care este masa unei foi de aluminiu cu aria de 1 m² și grosimea de 5 mm?

126. Pe un autocamion a cărui încărcătură nu trebuie să depășească 5 t trebuie transportate bare de fier cu dimensiunile de 4 m, 10 cm și 18 mm. Densitatea fierului este 7,8 g/cm³. Cîte bare se pot încărca pe acest autocamion?

127. Pentru udatul zilnic al unei grădini este nevoie de 24 hl de apă; pentru aceasta s-a construit un rezervor de apă în formă de paralelipiped cu dimensiunile de 10 m, 4 m și 3,20 m. Cîte zile va ajunge apa, dacă nivelul apei este la $\frac{3}{4}$ din înălțime. Ultimii 5 cm de pe fundul rezervorului nu se pot folosi.

128. La o rafinărie de petrol este un rezervor de benzină de formă paralelipipedică cu dimensiunile bazei de 4 m și 1,50 m. În acest rezervor s-au turnat 12 cisterne de cîte 22,5 hl. La ce nivel s-a ridicat benzina în rezervor?

129. Un cilindru de oțel are lungimea cercului de bază de 157 cm și înălțimea de 0,265 m. Să se calculeze masa acestui cilindru, știind că densitatea oțelului este 7,8 g/cm³.

130. O cisternă cilindrică cu înălțimea de 2,80 m are o capacitate de 75 m³. Care este lungimea cercului de bază al cisternei?

131. Un bazin are forma de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile interioare de 1,80 m, 1,30 m și 0,75 m înălțime. Care este capacitatea bazinului? Cîți l de apă conține cînd este plin cu apă pînă la $\frac{3}{5}$ din înălțime?

Pentru a-l umple s-a deschis la 9^h 50^m un robinet care dă 850 l pe minut. La ce oră va fi bazinul plin?

Cîte stropitori de 12 l se vor umple din el?

132. O clădire este susținută de 12 coloane cilindrice de beton cu înălțimea de 8 m și cu bazele cercuri cu perimetrul de 62,8 cm. În aceste coloane, 15% este oțel cu densitatea 7,8 g/cm³, iar restul beton cu densitatea de 2,5 g/cm³. Care este masa coloanelor?

133. O bucată de oțel cilindrică cu diametrul de 40 mm și cu lungimea de 75 cm se transformă într-un paralelipiped cu baza un pătrat cu latura de 32 mm și cu aceeași înălțime ca cilindrul. Cît la sută reprezintă noul volum al piesei față de volumul barei de la început?

134. La una din rafinăriile noastre de petrol este un rezervor cu diametrul de 36,80 m și înălțimea de 16 m. Rezervorul nu se umple decît pînă la 90% din înălțime. Cît cîntărește petrolul din rezervor dacă densitatea este 0,84 g/cm³?

135. Un rezervor de apă are forma de cilindru înalt de 10 m și cu diametrul de 3 m. Cite familii se pot aproviziona din acest rezervor, dacă o familie consumă zilnic 150 l?
136. Un jgheab de adăpat vitele are forma unei jumătăți de cilindru lung de 8 m și cu raza de 40 cm. Ce cantitate de apă intră în acest jgheab?
137. Un trunchi de copac are înălțimea (fig. 86) de 18 m și lungimea cercului (măsurat la mijlocul trunchiului) de 1,3816 m. Care este volumul trunchiului?

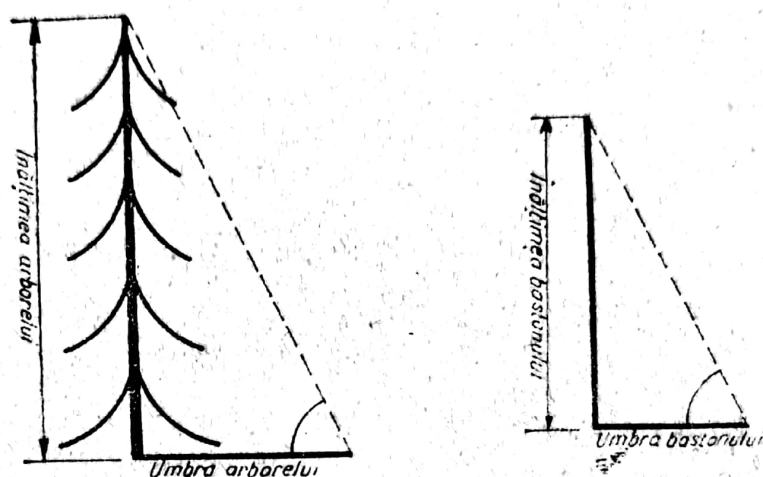


Fig. 86.

Rezolvare

În exploatarea forestieră, în calcularea volumelor se fac anumite calcule aproximative. Astfel, volumul unui trunchi de arbore doborât la pământ este egal cu aria cercului mijlociu (adică măsurat la mijlocul trunchiului) înmulțită cu lungimea arborelui.

$$\text{Vol.} = \text{aria cerc} \times \text{lung.}$$

Lungimea cercului de la mijloc = 1,3816 m.

Raza cercului de la mijloc = $1,3816 : 6,28 = 0,22$ m.

Aria cercului de la mijloc = $3,14 \cdot 0,22 \cdot 0,22 = 0,152944$ m²

Volumul trunchiului de copac = $0,152944 \cdot 18 = 2,752992$ m³.

Dacă arborele este în picioare, adică n-a fost doborât, volumul lui se calculează astfel:

Se presupune că lungimea cercului mediu este egală cu lungimea cercului la 1,20 m de sol înmulțită cu 0,90.

Înălțimea este calculată cu ajutorul unui baston, a umbrei bastonului și a umbrei arborelui, ținând seama că:

$$\frac{\text{înălțimea arborelui}}{\text{umbra arborelui}} = \frac{\text{înălțimea bastonului}}{\text{umbra bastonului}}$$

Măsurătorile se fac în același moment și pentru copac și pentru baston și mai ales când umbra bastonului este de 1 m.

138. Un arbore lasă o umbră de 6,60 m, iar un baston de 2,20 m lasă o umbră de 1 m. Care este înălțimea arborelui?

139. Un arbore are la 1,20 m de sol lungimea cercului de 1,40 m și lasă o umbră de 7,25 m, în timp ce un baston de 1,80 m lasă o umbră de 1 m. Să se afle înălțimea copacului.

Dacă trunchiul de copac este cioplit pentru grinzi, volumul acestui trunchi cioplit se calculează astfel:

$$V = \left(\frac{C}{4}\right)^2 \cdot L = \frac{C^2 \cdot L}{16},$$

unde C este lungimea cercului mijlociu. Grinzile au în general bazele în formă de pătrat și s-a observat că eroarea nu este prea mare dacă se folosește $\frac{C}{4}$ în loc de latura pătratului înscris în cerc. Să se calculeze volumul copacului.

140. Un stejar are înălțimea de 21 m și lungimea cercului mijlociu de 1,80 m. Care este volumul grinzii cioplite din acest trunchi (fig. 87)?

Dacă trunchiul este folosit pentru scînduri, atunci volumul trunchiului cioplit este calculat după formula:

$$V = \left(\frac{C}{5}\right)^2 \cdot L = \frac{C^2 \cdot L}{25}.$$

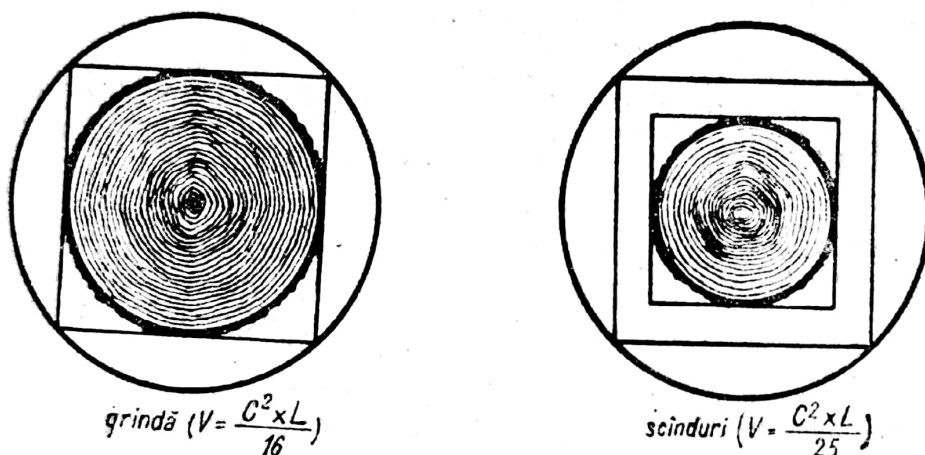


Fig. 87.

141. Un stejar doborît are lungimea de 15 m și lungimea cercului mijlociu de 1,25 m. Din el se fac scînduri. Care este volumul acestui trunchi de stejar?
142. Un copac lasă o umbră de 12,50 m, în timp ce umbra bastonului de 1,05 m este de 1 m. Lungimea cercului mijlociu este de 150 cm, iar densitatea de 800 kg/m³. Cît cîntărește masa acestui copac?
143. Dintr-o pădure s-au doborît 9 stejari, din care s-au obținut 22 t de lemn de foc și 3 trunchiuri de cîte 5 m lungime și 1,80 m lungimea cercului mijlociu, 4 trunchiuri de cîte 4 m lungime și 1,50 m lungimea cercului mijlociu și 2 trunchiuri de cîte 6 m lungime și 2,10 m lungimea cercului mijlociu. Ce cantitate de lemne s-a obținut în total?

5. Probleme diverse

144. De pe un ogor în formă de triunghi, a cărui bază este egală cu $\frac{7}{9}$ din înălțime, s-au recoltat 115,0317 hl de orz. Să se calculeze baza și înălțimea acestui ogor, dacă de pe fiecare hectar s-au recoltat 38 hl.

145. Aria unui romb este egală cu 67,5 ari. Raportul diagonalelor este $\frac{3}{5}$. Să se afle diagonalele acestui romb.

146. Un paralelogram are aria de 27,225 m²; înălțimea este egală cu $\frac{2}{5}$ din bază.

Să se calculeze baza și înălțimea acestui paralelogram.

147. Aria cercului cu diametrul D se poate citi de pe tabelul următor:

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,7854	3,142	7,069	12,57	19,63	28,27	38,48	50,27	63,62
1	78,54	95,03	113,1	132,7	153,9	176,7	201,1	227,0	254,5	283,5
2	314,2	346,4	380,1	415,5	452,5	490,9	530,9	572,6	615,6	660,5
3	706,9	754,8	804,2	855,3	907,9	962,1	1 018	1 075	1 134	1 195
4	1 257	1 320	1 385	1 452	1 521	1 590	1 662	1 735	1 810	1 886
5	1 963	2 043	2 124	2 206	2 290	2 376	2 463	2 552	2 642	2 734
6	2 827	2 922	3 019	3 117	3 217	3 318	3 421	3 526	3 632	3 739
7	3 848	3 959	4 072	4 185	4 301	4 418	4 536	4 657	4 778	4 902
8	5 027	5 153	5 281	5 411	5 542	5 675	5 809	5 945	6 082	6 221
9	6 362	6 504	6 648	6 793	6 940	7 088	7 238	7 390	7 543	7 698

Folosiți acest tabel la calcularea ariei cercului.

Astfel, dacă

$D = 20$, aria (se citește pe rîndul 2 coloana 0) = 314,2.

$D = 2$, aria = 3,142.

$D = 21$, aria = 346,4.

$D = 95$, aria = 7088.

148. Un elev din cercul de meteorologie a pus în grădină, cînd a început să plouă, un vas cilindric cu diametrul de 14 cm. Cînd a stat ploaia a găsit în vas 154 cm³ de apă.

Care este înălțimea apei din vas $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$?

Grădina lui este un pătrat cu latura de 300 m.

Care este, în m³, volumul apei căzute în grădină?

149. Un con are raza bazei egală cu 1,05 și volumul egal cu al unei piramide cu baza un pătrat cu latura de 1,5 m și înălțimea de 8,10 m. Să se calculeze înălțimea conului.

150. O coloană este formată dintr-un cilindru cu diametrul bazei de 10,40 m, terminat cu un con cu înălțimea de $5\frac{7}{10}$ m. Înălțimea totală a piesei este de 14,20 m. Să se calculeze aria totală și masa, știind că densitatea materialului din care este făcut este de 8,3 g/cm³.

151. Dintr-o suprafață s-au însămînțat 135 ha cu grâu, reprezentînd $\frac{9}{20}$ din întreaga suprafață arabilă, iar restul cu porumb. Să se afle:
a) întreaga suprafață;

- b) suprafața însămînțată cu porumb;
 c) raportul dintre suprafața însămînțată cu porumb și cea cu grâu;
 d) de cite ori este mai mare suprafața însămînțată cu porumb decît cea cu grâu.
152. a) Un cilindru are aria laterală egală cu 110 dm^2 și diametrul de 70 cm . Să se calculeze volumul și aria totală a acestui cilindru.
 b) Aria totală a unui cilindru este egală cu 187 dm^2 și raza egală cu 35 cm . Să se calculeze volumul acestui cilindru.
 c) Volumul unui cilindru este de $192,500 \text{ dm}^3$, iar înălțimea de 50 cm . Să se afle aria laterală și aria totală a acestui cilindru.
153. O cooperativă agricolă de producție are un teren de $1\,054 \text{ ha}$, din care $0,08$ este dat în folosință membrilor săi, iar restul este cultivat cu grâu, orz, porumb, sfeclă, legume.
 Raportul suprafețelor cultivate cu grâu și orz este $\frac{13}{3}$, iar al celor cultivate cu orz și porumb $\frac{5}{22}$; suprafața cultivată cu grâu este cu 116 ha mai mare decît cea cu porumb; cea cu cartofi cu 18 ha mai mică decît cea cu orz; suprafața cultivată cu sfeclă este $\frac{1}{3}$ din suprafața cultivată cu orz, iar restul cu legume. Să se afle suprafața fiecărei culturi.
154. Lungimea cercului de la roata unei trăsuri este de $2,512 \text{ m}$; lățimea lui este de 8 cm și grosimea de 12 mm . Densitatea fierului este $7,8 \text{ g/cm}^3$. Cît cîntărește cercul?
155. Un tub de beton are lungimea de $1,20 \text{ m}$, diametrul exterior de 36 cm și diametrul interior de $32,4 \text{ cm}$. Densitatea betonului este $2,2 \text{ g/cm}^3$. Cît cîntăresc 36 de tuburi?
156. O sîrmă lungă de 400 m are diametrul secțiunii egal $\frac{1}{2} \text{ mm}$. Densitatea aramei din care este făcută e de $8,93 \text{ g/cm}^3$. Care este masa sîrmei?
157. Un hambar în formă de paralelipiped cu lungimea de $6,25 \text{ m}$, lățimea de $3,45 \text{ m}$ și înălțimea de $3,30 \text{ m}$ este plin cu grâu $\frac{4}{15}$ din înălțime. În acest hambar sînt 4 stîlpi cilindrici de susținere, cu diametrul de $0,30 \text{ m}$. Cîți dubli-decalitri de grâu sînt în hambar?

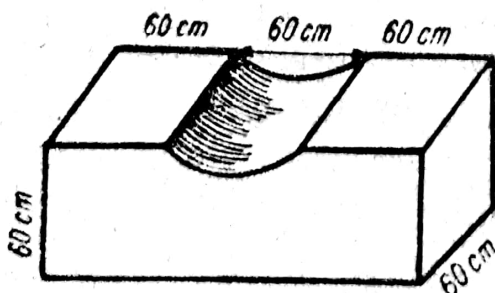


Fig. 88.

158. O piesă de fontă are forma și dimensiunile din figura 88. Care este masa acestei piese, dacă densitatea fontei este 7 g/cm^3 ?
159. Un paralelipiped de gheață ale cărui dimensiuni sînt: $10,5 \text{ m}$, $15,75 \text{ m}$ și $20,45 \text{ m}$ este scufundat în apă de mare. Densitatea gheții este $0,93 \text{ g/cm}^3$, iar a apei de mare $1,026 \text{ g/cm}^3$. Pînă la ce înălțime se va ridica paralelipipedul deasupra apei?

160. S-a săpat un șanț cu secțiunea un trapez cu bazele 60 cm, 40 cm și înălțimea egală cu semisuma bazelor; lungimea șanțului este de 50 m. Pământul scos din șanț s-a afinat, mărindu-și volumul cu 25 %. Care este volumul pământului afinat?
161. Platforma unui camion are dimensiunile: 3 m, 1,30 m și înălțimea de 0,60 m. Cu acest camion s-au făcut 8 drumuri, pentru a se transporta nisipul cu care se acoperă un teren de sport cu dimensiunile de 9,36 m și 3 m. Platforma camionului nu se poate umple decât până la $\frac{3}{4}$ din înălțime, iar densitatea nisipului este de $2,2 \text{ g/cm}^3$. Care este masa nisipului transportat și la ce înălțime a ajuns nisipul pe teren?
162. Un acoperiș format din două părți dreptunghiulare egale cu dimensiunile de 9,15 m și 6,85 m se acoperă cu foi de tablă groase de 3 mm și cu densitatea $7,8 \text{ g/cm}^3$. Care este masa acoperișului?
163. Placa de siguranță a unei mașini are formă de prismă cu baza un dreptunghi cu dimensiunile bazei de 32 cm și 24 cm și grosimea de 3 cm, fiind prevăzută cu 3 rânduri a câte 5 găuri cilindrice cu diametrul de 16 mm. Placa este făcută din plumb cu densitatea $11,4 \text{ g/cm}^3$. Care este masa acestei plăci?
164. Pe un autocamion sînt încărcate grinzi paralelipipedice de stejar cu dimensiunile bazei de 40 cm și 30 cm și înălțimea de 6 m. Densitatea stejarului este $0,9 \text{ g/cm}^3$. Încărcătura cîntărește 6,480 t. Cîte grinzi erau pe autocamion?

Răspunsuri

Cap. XIII. Probleme cu conținut geometric

1. Lungimi

a) 200 m, 120 m. b) 400 m, 240 m. 2. 5,20 m; 18,20 lei. 3. 62 km; 74 km; 174 km. 5. 496 km. 6. 72 m; 89 m. 7. 0,04 mm. 8. $60 \cdot 96 \cdot 4 = 23\,040 \text{ m}$. 9. $[(23 \cdot 10) + 8 + (9 \cdot 10) + 5] \cdot 3 = 999 \text{ m}$. 10. 1,625 mm. 11. 3 600 m; 10 m. 12. 63,60 m; 79,50 m; 32,86 m. 13. $\{[280 + (280 - 72)] \cdot 2 - 4,05\} \cdot 3 = 2\,915,85 \text{ m}$. 14. $[5,25 + (5,25 - 1,35)] \cdot 2 - (1,40 + 1,20) = 15,70 \text{ m}$. 15. $(87 + 42) \cdot 2 - (87 - 42) : 9 = 253 \text{ m}$. 16. $\{[(175 + 94) \cdot 2 - 3,20] \cdot 4\} \cdot 105 : 1\,000 = 224,616 \text{ kg}$. 17. $9(1,20 - 0,10) + 1,20 = 11,10 \text{ m}$.

2. Intervale

19. Nr. obiectelor = nr. intervalelor + 1.
 $34 = \text{nr. intervalelor} + 1$.
 Nr. intervalelor = $34 - 1 = 33$.
 Lungimea unui interval = lungimea totală: nr. intervalelor, $280,5 : 33 = 8,5 \text{ m}$.

20. 30 de nasturi. 21. Dacă din părțile laterale trebuie scăzuți câte 2 m, atunci lungimea unui rînd va fi:

$$112,6 - 4 = 108,6 \text{ m}$$

$$\text{nr. intervalelor} = 108,6 : 0,90 = 120 \text{ (rest } 0,6)$$

$$\text{nr. butucilor} = 120 + 1 = 121$$

$$\text{distanța la margini va fi} = 2 + 0,3 = 2,3 \text{ m}$$

$$\text{nr. intervalelor dintre rînduri va fi} =$$

$$89 : 1,10 = 80 \text{ rest } 1 \text{ m}$$

$$\text{nr. rîndurilor} = 80 + 1 = 81 \text{ de rînduri}$$

$$\text{nr. butucilor} = 121 \cdot 81 = 9\,801 \text{ butuci.}$$

$$\begin{aligned} 22. \quad & 81 - 4 = 77 \text{ m} \\ & 77 : 7 = 11 \text{ intervale} \\ & 11 + 1 = 12 \text{ meri într-un rînd} \\ & 12 \cdot 17 = 204 \text{ meri.} \end{aligned}$$

23. 6 720 m; 336 de stilpi. 24. 44 de rînduri; 4 840 de caiși. 26. Numărul stilpilor = $350 \cdot (90 : 2,50 + 1) = 12\,950$; 126 000 m. 27. Numărul sîrmelor așezate paralel cu lățimea = $(7,80 : 0,60) + 1 = 14$; $3,60 \cdot 14 = 50,40 \text{ m}$. Numărul sîrmelor așezate paralel cu lungimea = $(3,60 : 0,60) + 1 = 7$; $7,80 \cdot 7 = 54,60$. Deci va putea usca mai multe rufe o dată dacă sîrmele vor fi paralele cu lungimea. 28. 98 de pietre; 117,60 m.

$$31. 51. 33. \left[\left(35,70 : 4 \frac{1}{5} \right) - 0,75 \cdot 2 \right] : 4 = 1,75 \text{ m; } 1,75 + 0,75 = 2,50 \text{ m.}$$

$$34. \text{lățimea} = (286 - 36) : 4 = 62,50 \text{ m. Baza} = 62,50 + 18 = 80,50 \text{ m. Costul gardului} = [(62,50 \cdot 4) + (62,50 + 2 \cdot 18)] \cdot 49,50 = 17\,250,75 \text{ lei. } 35. 168 \text{ m.}$$

$$36. (1,20 \cdot 3,14 + 2 \cdot 0,60) : 0,70 \approx 7 \text{ persoane; } 3 \text{ plăci. } 37. 0,80 \text{ m; } 256 \text{ m; } 147,20 \text{ m.}$$

$$38. 17,64 \text{ lei. } 39. 942 \text{ de cărămizi. } 41. [(1,75 - 0,75) \cdot 2 \cdot 3,14] : 15,7 = 40.$$

$$42. a) 1 \text{ h } 50 \text{ m; } b) 33,545 \text{ km/oră. } 43. (14 \cdot 3,14 + 2) \cdot 12 \cdot \frac{4,25}{100} = 23,44 \text{ de lei.}$$

$$44. 0,53 \text{ m. } 45. 14\,977,80 \text{ lei. } 46. 260,55 \text{ m; } 47. 437,2 \text{ cm. } 48. 152,50 \text{ km;}$$

$$4 \frac{23}{100} \text{ ore. } 49. 20 \frac{5}{6} \text{ cm. } 50. 49,6 \text{ dam. } 51. 474,59 \text{ m. } 52. [357,40 + (357,40 - 242,20)] \cdot 2 : 20 \cdot 2 \cdot 100 = 945,2 \text{ lei. } 53. 11^h 32^m 30^s.$$

3. Arii

$$55. 9,9450 \text{ m}^2. 56. 81 \text{ cm}^2. 57. 48 \text{ cm. } 58. \sqrt{18 \cdot 8 \cdot 100} = 1\,200 \text{ cm.}$$

57. Rezolvarea I

$$18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

$$B \cdot I = 4I \cdot I$$

$$4 \cdot I^2 = 144$$

$$I^2 = 36; I = 6 \text{ m}$$

$$B = 24 \text{ m.}$$

Rezolvarea II. Aria primului dreptunghi = $18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$ = aria dreptunghiului al doilea. Al doilea dreptunghi se poate descompune în 4 pătrate egale. Aria unui pătrat este de $144 : 4 = 36 \text{ m}^2$, deci latura sa = $\sqrt{36} = 6 \text{ m}$ = lățimea dreptunghiului. Lungimea lui = $6 \cdot 4 = 24 \text{ m}$. 60. 4 003,20 lei. 61. 1 152 m². 63. $(80 + 60) \cdot 5 = 700 \text{ cm}^2$; $(80 \cdot 65) - (80 + 60) \cdot 5 = 4\,500 \text{ cm}^2$.



64. *Rezolvarea I.* Considerăm că partea comună face parte din aleea lungă de 180 m:

$$\begin{aligned} 180 \cdot 2 &= 360 \text{ m}^2 \\ (100 - 2) \cdot 2 &= 196 \text{ m}^2 \\ 360 + 196 &= 556 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Rezolvarea II. Calculăm ariile celor două alei și scădem aria părții comune, care a fost socotită de două ori:

$$\begin{aligned} 180 \cdot 2 &= 360 \text{ m}^2 \\ 100 \cdot 2 &= 200 \text{ m}^2 \\ 200 + 360 &= 560 \text{ m}^2 \\ 2 \cdot 2 &= 4 \text{ m}^2 \\ 560 - 4 &= 556 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Rezolvarea III. S-ar mai putea rezolva problema și presupunând că cele două alei au alunecat spre margini și s-au transformat în alei în unghi drept, ca în problema 62. 65.; 5.400 m² 107 760 m². 67. 41,06 q; 38,37 q; 22,53 q. 68. 4384,80 m². 69. $\approx 2,6$ kg. 70. 75,63485 q. 72. 99,306 q. 74. 8 364 de țigle. 75. Aria feței: $86,50 \cdot 52,30 = 4 523,95 \text{ m}^2$. Aria păscută de cal: $3,14 \cdot 15,25 = 726,5175 \text{ m}^2$; $4 523,95 - 726,5175 = 3 797,4325 \text{ m}^2$. 76. $7,75 \cdot 10(7,75 \cdot 10 - 22,5) : 125 : 100 \cdot 25 \cdot 0,65 = 8 525$ lei. 79. Raza semicercului $[3,20 \cdot 100 - 4 \cdot (15 + 5)] : 8 = 30$ cm.

Lungimea semicercurilor = $2 \cdot 3,14 \cdot 30 \cdot 2 = 376,80$ cm. Lungimea marginii $4 \cdot (15 + 5) + 376,80 = 456,80$ cm. Costul dantelei $456,80 \cdot (1 + 0,10) \times 5,50 = 27,64$ de lei. Aria feței de masă $90 \cdot 70 + 2 \times 3,14 \cdot 30 \cdot 30 = 1,1946 \text{ m}^2$.

80. Latura pătratului = $144 : 4 = 36$ cm.

Diametrul $36 : 3 = 12$ cm.

Raza $12 : 2 = 6$ cm.

Perimetrul piesei = $8 \cdot 12 + 4(3,14 \cdot 6) = 171,36$ cm.

Aria pătratului = $36 \cdot 36 = 1 296 \text{ cm}^2$.

Aria semicercurilor = $6 \cdot 6 \cdot 3,14 \cdot 2 = 226,08 \text{ cm}^2$.

Aria piesei = $1 296 - 226,08 = 1 069,92 \text{ cm}^2$.

82.

$$4,80 : 0,20 = 24 \text{ de plăci}$$

$$3,60 : 0,20 = 18 \text{ plăci}$$

$$24 \cdot 18 = 432 \text{ de plăci}$$

$$432 \cdot 1,25 = 540 \text{ lei.}$$

83. 300 este divizibil prin 20 și 15, dar 200 este divizibil prin 20 și nu este divizibil prin 15. Dreptunghiurile trebuie să aibă latura de 15 cm paralelă cu latura de 3 m a foii. $200 \cdot 300 : 12,20 = 200$ de dreptunghiuri. 84. $1,40 : 0,14 = 10$; $2,10 : 0,14 = 15$; $15 \cdot 10 = 150$. 85. 60 de scinduri. 87. 150 lei. 88. 16,92 m. 89. 28 m. 91. $(40 \cdot 1,50) : 12 = 5$ m. 92. 2 400 m². 93. 4,2 t. 94. 50 m. 95. 240; 24 000. 96. $50 : 0,46 \text{ m}^2$. 97. 147,963 q. 102. 418,99 lei. 103. 19,253 kg.

4. Volume

104. 2 l. 105. 1 475 kg. 106. 120 de elevi. 110. 5,40 m³. 111. 0,2 cm. 112. 0,30 m. 117. 6,0750 cm². 118. 31,68 kg. 120. 10,89 m³; 11,16 l. 121. 562,15 m². 122. 55,561 kg.

123.

$$\frac{36 \cdot 36 \cdot 225 \cdot 10}{\left(35 + \frac{4}{5} \cdot 35\right) \cdot 35} = 288 \text{ cm.}$$

125. 2,6; 5 kg. 128. $(22,5 \cdot 12 \cdot 100) : 4 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10 = 9$ m. 129. $3,14 \left(\frac{157}{2 \cdot 3,14} \right)^2 \cdot 0,265 \cdot 100 : 7,8$. 131. 1 755 l; 1 053 l.
 132. $3,14 \left(\frac{62,8}{2 \cdot 3,14} \right)^2 \cdot 8 \cdot 100 \cdot 12 \left(\frac{15}{100} \cdot 7,8 + \frac{85}{100} \cdot 2,5 \right)$.
 135. $10 \cdot 10(30 : 2)^2 \cdot 3,14 : 150 = 471$ fam. 136. 2 009,6 l.

5. Probleme diverse

139. Înălțimea copacului $= \frac{1,80 \cdot 7,25}{1} = 13,05$ m. Raza cercului mijlociu $= \frac{1,40 \cdot 0,90}{6,28} = 0,20$. Volumul copacului $= 3,14 \cdot 0,20 \cdot 0,20 \cdot 13,05 = 16,3908$ m³.
 140. 4,2525 m³. 141. 0,9375 m³.
 144. $I = \sqrt{115,03170 : 38 \cdot 9 \cdot 2 : 7} = 27,9$ dam; $B = 21,7$ dam. 145. 15; 9.
 146. 8,25 m; 3,30 m. 148. $i = 1$ cm; $V = 900$ m³. 150. Aria $= 2\pi RG + \pi RG' + \pi R^2 = \pi R(2G + G' + R) = 455,2072$ m²; masa $= \left(\pi R^2 I + \frac{\pi R^2 I'}{3} \right) \cdot 8,3 = \pi R^2 \left(I + \frac{I'}{3} \right) \cdot 8,3 \approx 9 995,880$ t.
 151. 1 500 ha; 825 ha.
 152. a) 192,500 dm³, 187 dm²
 b) 192 500 dm³
 c) 110 dm²; 187 dm².
 154. 18,527 kg. 155. $V = \pi R^2 I - \pi r^2 I = \pi I(R^2 - r^2) : M = 3,14 \cdot 1,20 \cdot (0,18^2 - 0,162^2) \cdot 2,2 \cdot 36$. 156. $\pi R^2 I \cdot D = 3,14 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^2 \cdot 400 \cdot 1 000 \cdot 8,93 = 7,010$ kg.
 157. $\left[\left(6,25 \cdot 3,45 \cdot 3,30 \cdot \frac{4}{15} \right) - 4 \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{0,30}{2} \right)^2 \cdot 3,30 \cdot \frac{4}{15} \right] \cdot 1 000 : 20 = 936,3156$ dal.
 160. 15,625 m³. 161. Masa nisipului $= 8 \cdot 3 \cdot 1,30 \cdot 0,60 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2,2 = 30,888$ t; grosimea nisipului $= 8 \cdot 3 \cdot 1,30 \cdot 0,60 \cdot \frac{3}{4} : 9,36 \cdot 3 = 0,5$ m. 162. $7,8 \cdot 915 \cdot 685 \cdot 0,3 \cdot 2 = 2 933 307$ g. 163. $\left[32 \cdot 24 \cdot 3 - 3 \cdot 5 \cdot 3,14 \left(\frac{16}{10} : 2 \right)^2 \cdot 3 \right] 11,4$.
 164. $\frac{6 480 000}{40 \cdot 30 \cdot 600 \cdot 0,9} = 10$.

Capitolul XIV

Exerciții și probleme recapitulative pentru clasele V-VI

I. Să se efectueze.

$$1. E = \frac{2,8 + 5 \frac{1}{2} : \left(3 + 0,2 \cdot 2 \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{7} \sqrt{\frac{63}{175}}}{\left(5 \frac{3}{7} \cdot 4 \frac{1}{5} : 8 + 2,45 : 4 \frac{2}{3}\right) \cdot 2 - \sqrt{1,5625}} : 2,8.$$

$$2. E = \frac{\frac{245}{4} \left[\left(12 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{27} - \frac{13}{5} : 13 + \sqrt{65,61} : \frac{9}{2} \right) - 1 \right]}{\sqrt{\frac{2025}{1225}} : \frac{9}{7} - 0,25 + 4 \frac{1}{3} : 1,3 \left(1 \frac{1}{2} : \frac{1 + \frac{\sqrt{441}}{12}}{\frac{42}{3}} \right)} \cdot \frac{1}{30}.$$

$$3. E = \frac{3 + \frac{\sqrt{\frac{49}{81}}}{0,(7) + \frac{2}{9}} : \left(1,(5) : 1 + \frac{1 + 0,5}{1 + \frac{1 + 0,(5)}{0,7}} \right)}{1 + \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,(3)}{\sqrt{0,25}}} : 0,0(6) - 0,(6).$$

$$4. E = \frac{\left(3,625 + 0,25 + 2 \frac{3}{4} \right) : \left((28,75 + 92 \frac{1}{4} - 15) : 0,0625 \right)}{\left(5 \frac{6}{25} - 2 \frac{1}{4} + 0,625 \right) : \left(\sqrt{0,000625} + 5,375 - 2 \frac{3}{25} \cdot \frac{656}{729} \right)}.$$

$$5. \quad \left[13,5 + 5,8(3) + 0,(6) + \frac{0,75 + 25,5}{0,5 - \frac{1}{10}} - \frac{0,(2) + 3,6(1)}{0,91(6) - 0,8(3)} \right].$$

$$\left\{ \frac{1,4 \cdot 0,15}{0,75 - 0,03 : \frac{1}{20}} - [0,0(6) + 1,1] : 1,1(6) \right\} : 0,85 =$$

$$6. E = \frac{\left(3\frac{5}{16} + 2\frac{1}{4} - \frac{4}{9} - 1\frac{1}{4}\right) : \left(\frac{3}{4} + 2\frac{1}{5} - \frac{15}{11} - 1\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8} + 4\frac{3}{5} - 3\frac{107}{120}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} - \frac{37}{60}\right)}.$$

$$7. E = \sqrt{605,16} + \frac{(0,1125 - 0,0025) \cdot 4\frac{1}{11}}{\left(0,175 + 0,25 + 1\frac{3}{4} : 4\right) : \frac{7}{20}} - \frac{1}{5}.$$

$$8. E = \frac{\frac{30}{103} \cdot \left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) - \left(2 : 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{9}{32}}{\left[3\frac{1}{4} \cdot \left(1\frac{4}{5} + \frac{4}{15}\right) - 47\right] : 5\frac{9}{10}}.$$

II.

- O cooperativă agricolă de producție are 1 890 ha semănată cu secară, porumb și grâu. Suprafața semănată cu porumb este de 2,6 ori mai mare decât cea semănată cu secară, iar cea cu grâu reprezintă 75% din primele două.
 - Să se afle suprafața fiecărei culturi.
 - Suprafața semănată cu grâu a fost arată de 6 tractoare în $4\frac{1}{2}$ zile. Să se afle câte tractoare s-au mai adus pentru a termina restul în $3\frac{3}{5}$ zile?
- În cala unui vapor s-a făcut o spărtură de formă circulară cu raza de 0,10 m. Înălțimea pină la nivelul apei este de 3,03 m. Apa mării are densitatea 1,03. Pe spărtură s-a pus un tampon de 1,6 kg. Ce greutate trebuie pusă deasupra tamponului pentru a salva vaporul?
- Dintr-un covor pătrat cu latura de 2,75 m, trei țesătoare au lucrat: prima $\frac{1}{2}$, a doua $\frac{1}{4}$ și a treia $\frac{1}{8}$. Metrul pătrat de țesătură se plătește 65 de lei. Cît va încasa fiecare țesătoare și cît se va încasa pentru restul covorului?
- Un hectar de pămînt are nevoie de 125 kg de potasiu, care i se poate da prin două feluri de îngrășăminte: unul care conține 48% potasiu și costă 9,6 lei/kg și altul care conține 18% potasiu și costă 5,4 lei/kg. Care dintre îngrășăminte trebuie folosit pentru ca îngrășarea unui hectar să coste mai puțin?
- Roata unei mașini face 345 de învîrtituri în $6\frac{3}{4}$ minute și pune în mișcare o altă mașină care face 240 m de sîrmă de fier în $1\frac{1}{2}$ ore. În cît timp se vor face 640 m de sîrmă, dacă roata mașinii face 275 de învîrtituri în $4\frac{1}{2}$ minute?
- Trei sate de pe malul Dunării au făcut un rezervor de apă pentru irigarea ogoarelor și au plătit 37 362,50 de lei. Această sumă trebuie plătită proporțional

cu ariile de irigat. Ariile ogoarelor celui de-al doilea sat reprezintă $\frac{5}{8}$ din ale celui dintâi, iar cel de-al treilea are $\frac{4}{9}$ din cît are al doilea. Pentru 1 ha s-a socotit 200 de lei. Cît trebuie să plătească fiecare sat? Care este aria ogoarelor fiecărui sat?

7. O placă de fontă în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile: lungimea 80 cm, lăţimea 65 cm şi grosimea 6 cm. Din fiecare colţ se scoate cîte un sfert de cerc cu raza de 10 cm.
 - 1) Care este aria plăcii astfel modificate?
 - 2) Care este masa plăcii modificate, densitatea fontei fiind $7,8 \text{ g/cm}^3$?
8. Într-un bloc de piatră paralelipipedic, cu dimensiunile 1,20 m lungime, 0,80 m lăţime şi 40 cm adîncime se sapă un jgheab lung de 1 m, lat de 60 cm şi adînc de 30 cm. Să se calculeze:
 - 1) volumul blocului;
 - 2) capacitatea jgheabului;
 - 3) masa blocului cu jgheab, densitatea pietrei fiind $2,6 \text{ g/cm}^3$;
 - 4) grosimea stratului de apă cînd în jgheab sînt 120 l de apă.
9. O placă în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 26 cm, 14 cm şi 1 mm, iar densitatea materialului este $7,5 \text{ g/cm}^3$. O altă placă tot în formă de paralelipiped dreptunghic din acelaşi material, cu aceeaşi lungime şi lăţime, cîntăreşte 81,9 g. Care este masa primei plăci? Care este grosimea celei de-a doua plăci? Comparaţi grosimile şi masele celor două plăci.
10. a) Un avion cu reacţie a parcurs 1 913 km în 3 ore. Cîţi kilometri va parcurge în 9 ore?
 b) O combină a strîns în 4 zile recolta de pe 351 ha. Cîte hectare de cereale pot stringe 3 combine în 12 zile?
 c) 72 de vaci au consumat într-un an 1 905 kg nutreţ murat. Cît nutreţ vor consuma 288 de vaci?
 Explicaţi de ce aceste probleme nu se rezolvă prin metoda reducerii la unitate.
11. 1 dm^3 de plumb cîntăreşte 11,4 kg. Dintr-un cub de plumb cu latura de 30 cm s-a făcut o foaie cu grosimea de 1 mm. Care este aria acestei foi? Care este masa unui metru pătrat din această foaie?
12. Doi ciclişti aleargă pe o pistă circulară cu raza de 150 m. Ei pleacă din acelaşi loc în acelaşi timp şi aleargă primul cu viteza de 36 km pe oră, celălalt cu viteza de 33 km pe oră.
 - 1) După cît timp primul va alerga din nou alături de celălalt pentru prima oară?
 - 2) Ce distanţă îi va despărţi pe cei doi ciclişti pe pistă la sfîrşitul primei ore?
13. La o raboteză lungimea cursei de tăiere de 800 mm este străbătută de cuţit în 5 s. Viteza de revenire este de două ori mai mare ca viteza de tăiere. Să se afle viteza de tăiere şi numărul curselor duble pe minut.

14. Viteza sub apă a unui submarin este de 24 km pe oră, iar la suprafața apei cu 8 km mai mare. Dacă submarinul ar merge tot timpul la suprafața apei, ar străbate distanța dintre două porturi în 62 de ore. Dar el n-a putut merge decât 28 de ore la suprafață, iar restul sub apă. În câte ore a parcurs distanța dintre cele două porturi?
15. Trei băieți aveau prune: primul 17, al doilea 14 și al treilea 13. Ei au mâncat aceste prune împreună cu un coleg de-al lor care le-a dat în schimb 22 de nuci, pe care cei trei le-au împărțit potrivit cu numărul prunelor pe care i le dăduseră. Câte nuci a luat fiecare copil?
16. Un autocamion are lungimea de 5,25 m, remorca lui de 4,10 m, iar între camion și remorcă sînt 1,30 m. Să se afle lungimea unui convoi de 7 camioane, știind că între două camioane este o distanță de 15 m.
17. 4 kg de făină de cîmp dau tot atîtea materii nutritive cît 2,5 kg de trifoi. Cît trifoi este necesar ca să înlocuiască rația zilnică de 16 kg de făină pe timp de 90 de zile?
18. Ca să se tipărească o carte conținînd 32 de rînduri pe pagină și în medie 30 de litere pe rînd, s-au consumat 24 de coli de hîrtie pentru un exemplar. La ediția a doua s-a hotărît să se retipărească cartea astfel ca în fiecare rînd să fie 36 de litere și în fiecare exemplar să intre 18 coli de hîrtie. Aceasta este posibil?
19. Care este masa fontei necesară pentru turnarea a 10 discuri, dacă modelul de aceeași dimensiune, confecționat din lemn de mesteacăn, cîntărește 3,6 kg? Masa unui decimetru cub de mesteacăn este 0,6 kg, iar a unui decimetru cub de fontă este 7,8 kg. Se pierde 0,05 din fonta pusă la topit.
20. Într-un atelier se află o bucată de fier, una de cupru și una de plumb, egale ca volum. Toate la un loc cîntăresc 69 kg. Să se determine masa fiecărei bucăți, știind că fierul este mai greu decît apa de 7,8 ori, cuprul de 8,5 ori, iar plumbul de 11,3 ori.
21. a) Un teren în formă de trapez cu bazele de 420 m și 310 m și înălțimea de 120 m a fost împărțit printr-o diagonală în două triunghiuri. Aflați aria fiecăruia din triunghiuri.
b) Un teren în formă de trapez are aria 6 592 m², baza mare de 124 m și înălțimea de 64 m. Să se afle baza mică.
Verificați că ați lucrat corect prin aflarea ariei trapezului.
22. Aria unui trapez este de 5 076 m². Baza mare este egală cu dublul bazei mici, iar înălțimea de 42,30 m. Să se afle baza mare și baza mică.
23. Pentru prepararea alamei se topește aramă, zinc, cositor și plumb. Masa aramei reprezintă 0,6 din masa totală a aliajului, cantitatea de zinc reprezintă $53\frac{1}{3}\%$ din aceea a aramei, iar cositorul și plumbul se iau în cantități egale. În ce cantitate intră fiecare din aceste metale, dacă intră mai mult zinc decît plumb cu $1\frac{3}{4}$ kg?

24. Roata din spate a unei trăsură are circumferința de 3 m, iar cea din față de 2 m. Pe o distanță oarecare, roata din față s-a învîrțit cu 200 de învîrțituri mai mult decît cea din spate. Cîte învîrțituri a făcut fiecare roată?
25. O echipă de muncitori curăță zăpada pe trei porțiuni de pe străzi diferite. Lungimea porțiunii de pe o stradă este de trei ori mai mare decît lungimea porțiunii de pe a doua stradă și de două ori mai mică decît lungimea porțiunii de pe a treia; lățimea aceleiași străzi este de două ori mai mică decît lățimea celei de-a doua și reprezintă $\frac{3}{4}$ din lățimea străzii a treia. Pentru curățitul zăpezii de pe cele trei porțiuni de străzi s-au plătit 520 de lei. Cît s-a plătit pentru fiecare porțiune în parte?
26. Să se împartă numărul 28 500 proporțional cu numerele 40, 20 și 30 și invers proporțional cu numerele $1\frac{1}{2}$, 3 și 1.
27. Un tractorist a arat un ogor de 318 ha, consumînd 6 360 l de combustibil. Un alt tractorist a consumat 6 764 l la 356 ha. Care dintre ei a consumat mai mult la hectar și cu cît față de consumul normal de combustibil, dacă acesta este de 21 l la hectar?
28. Într-un atelier sînt trei bucăți de argint; prima cîntărește de 8 ori mai puțin decît a doua și a treia împreună; a doua cîntărește de două ori mai puțin decît prima și a treia împreună, iar a treia cîntărește cu 0,2 kg mai mult decît celelalte două împreună. Cît cîntăresc cele trei bucăți împreună?
29. Un bloc de locuințe are 31 de apartamente cu 2, 3 sau 4 camere. Numărul apartamentelor de 2 camere este de trei ori mai mic decît al celor cu 4 camere, iar numărul total de camere este egal cu 105. Să se afle numărul de apartamente de fiecare fel.
30. Pentru a ajunge în tabără, un grup de pionieri a parcurs distanța de 124,76 km în $2\frac{1}{2}$ h cu trenul, cu autocarul și pe jos. Distanța parcursă cu autocarul este de 5 ori mai mică decît distanța parcursă cu trenul și de 9,2 ori mai mare ca distanța parcursă pe jos.
- a) cîți kilometri au parcurs cu trenul, cu autobuzul și pe jos?
- b) să se calculeze vitezele celor 3 feluri de transport dacă s-a mers pe jos $22\frac{1}{2}$ minute și viteza autobuzului este de trei ori mai mare decît a mersului pe jos.
31. Un ogor dreptunghiular cu dimensiunile de 150 m și 110 m s-a împărțit în două printr-o paralelă cu lungimea astfel încît una din părți să aibă aria de 24 ari. Care este lățimea celei de-a doua părți? Această parte din urmă s-a îngrădit cu 3 rînduri de sîrmă. Care este lungimea sîrmei?
32. Pe un plan-hartă cu scara $\frac{1}{200\ 000}$ distanța dintre satele Vișoara și Băbeni este de 135 mm. Care este distanța reală dintre aceste sate? Cît timp îi trebuie unui ciclist care aleargă cu viteza de 15 km pe oră să ajungă de la Vișoara la Băbeni? La ce oră trebuie să plece din Vișoara ca să ajungă la ora 14 la Băbeni? Se presupune că cele două sate sînt unite printr-o șosea în linie dreaptă.

33. Un teren are forma de trapez (fig. 89) cu baza mare $CD = 124$ m, baza mică $AB = 72$ m și înălțimea de 32 m.

Terenul este împărțit în două părți neegale: una egală cu un sfert din arie, iar cealaltă cu trei sferturi din arie. 1°. Să se afle aria fiecărei părți.

2°. Dacă pe CD punctul de hotar este marcat de un pom care se află la distanța de 31 m de C , la ce distanță de A se va afla piatra de hotar dintre terenuri situată pe AB , astfel ca terenul din stînga pomului să fie cel mai mic?

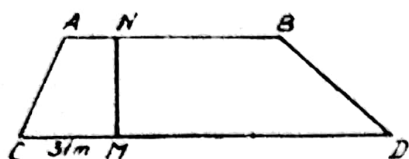


Fig. 89.

34. O cameră cu lungimea de 4,20 m, lățimea de 3,60 m și înălțimea de 2,90 m are două uși

de cîte 1,80 m înălțime și 1,20 m lățime și două ferestre de 1,40 m lățime și 1,70 m înălțime. Această cameră, inclusiv plafonul, se vîruieste de două ori, folosindu-se cîte $\frac{1}{2}$ kg de var pentru 3 m². Cîte kilograme de var sînt necesare?

35. Un țaran cooperator a primit 12 saci de cîte 100 kg de grîu. Cu acest grîu el umple o ladă înaltă de 80 cm, cu lungimea de 2 ori mai mare ca înălțimea. Un hectolitru de grîu cîntărește 75 kg. Care este lățimea lăzii?

36. În mijlocul unei grădini pătrate cu perimetrul de 120 m s-a făcut un bazin cu diametrul de 18 m. Care este aria pătratului? Care este aria bazinului? Care este aria de semănat? Ce cantitate de sămință de iarbă este necesară pentru semănat, dacă pentru 12 m² se folosesc 8 g de sămință?

37. O grădină dreptunghiulară cu dimensiunile de 58 m și 45 m este împărțită în 4 părți egale de două alei late de cîte 1,80 m. Pe aceste alei se împrăștie 5 m³ de nisip. Care va fi grosimea stratului de nisip?

38. De la o întreprindere agricolă de stat s-au expediat într-o zi 120,5 t de struguri: în 19 camioane cîte 2,7 t, în 21 de camioane cîte 3,2 t și restul în 5 camioane. Cîte tone de struguri s-au încărcat în fiecare din ultimele 5 camioane, dacă s-au încărcat cu cantități egale? Scrieți formula numerică.

39. Cu maculatura strînsă de cei 1 269 de elevi ai unei școli s-au făcut 951 750 de caiete. Ce cantitate de maculatură a strîns fiecare elev, dacă un caiet cîntărește 0,03 kg și din 100 kg de maculatură se obțin 75 kg de hîrtie?

40. La o cramă erau 30 de butoaie de 24 dal și de 200 l. Dacă se pune vinul în butoaie de cîte 24 dal, încapă tot vinul în aceste butoaie; dacă se pune în butoaie de 200 l, mai sînt necesare încă 3 butoaie de acest fel. Cîte butoaie erau de fiecare fel? Din ce cantitate de struguri s-a obținut acest vin, dacă din 100 kg de struguri ies 60 l de vin?

41. În mijlocul unei piețe este o grădiniță în formă de cerc, porțiunea de piață aflată în jurul ei fiind în formă de coroană circulară. Raza cercului interior al acestei coroane este de 5 m și aria coroanei este de 3 ori mai mare ca a grădiniței. Să se afle raza cercului exterior al coroanei.

42. Masa unui corp care plutește pe un lichid este egală cu masa lichidului pe care-l dezlocuiește. Care este masa și densitatea unui trunchi de plop lung de 3,20 m, cu diametrul de 30 cm, care este scufundat în apă 0,12 m?
43. Un paratrăsnet apără un spațiu circular cu o rază egală cu dublul înălțimii lui. O clădire are lungimea de 140 m; cite paratrăsnete de cite 5 m trebuie să aibă și la ce distanță unele de altele?
44. O locomotivă consuma 358 t de combustibil în 30 de zile, dar în urma unei inovații făcute de mecanic a consumat 350 t în 35 de zile. Cite tone de combustibil s-au economisit într-un an?
45. Un teren care are forma de dreptunghi, cu lungimea de 115,50 m și lățimea cu 0,345 hm mai mică decît lungimea, a fost cultivat cu varză, cartofi și sfeclă. Varza a fost cultivată pe $\frac{5}{9}$ din întreaga suprafață, cartofii pe $\frac{3}{4}$ din rest, iar sfecla pe restul locului. Să se afle pe cîți metri pătrați s-a cultivat sfeclă?
46. 4 kg de struguri și 5 kg de portocale conțin împreună 5 100 de calorii, iar 6 kg de struguri și 5 kg de portocale conțin împreună 6 900 de calorii. De cite ori este mai mare numărul kaloriilor strugurilor decît al portocalelor?
47. Dacă se seamănă griul cu mina, se folosesc 220 l de sămință la 1 ha iar dacă se seamănă cu semănătoarea mecanică nu sînt necesari decît $1\frac{1}{2}$ hl la hectar. O fermă agricolă de stat a semănat mecanic un ogor în formă de dreptunghi cu lungimea de 858 m și lățimea cu 243 m mai mică. Sămința de griu folosită a costat 1,10 lei kilogramul și are masa hectolitrică de 80 kg. Ce economie s-a făcut la acest ogor folosind semănătoarea mecanică?
48. Un siloz avînd forma de cilindru cu diametrul interior de 5,60 m și înălțimea de 12 m este plin cu griu cu masa hectolitrică de 76 kg. Cît cîntărește griul din siloz? Care va fi masa acestui griu peste 6 luni, cînd prin uscarea își va pierde 15% din masa inițială? ($\pi = \frac{22}{7}$).
49. Țăranii unei cooperative agricole de producție au transportat griul de la arie cu 35 de autocamioane. Fiecare camion conținea 20 de saci de cite 0,8 q și 12 saci mai mici. Un sac mic cîntărește 0,90 din cît cîntărește sacul mare. Cîte tone de griu au transportat acești țărani?
Scrieți formula numerică.
50. Grajdul unei cooperative agricole de producție trebuie mărit pentru a primi încă 12 vaci. Pentru fiecare vacă sînt necesari 20 m³. Vacile stau în boxe lungi de 2,70 m și late de 1,60 m. În spatele vacilor este necesară o alee de 2 m lățime. Toate boxele vor fi pe același rînd. Ce înălțime va avea această parte a grajdului?

51. O fermă zootehnică trebuie să construiască un grajd pentru 36 de cai. Fiecare animal trebuie să aibă o boxă de 3 m lungime și 1,70 m lățime, iar în spatele cailor trebuie un drum lat de 2 m pentru a putea servi caii care sînt așezați pe un singur rînd (fig. 90).

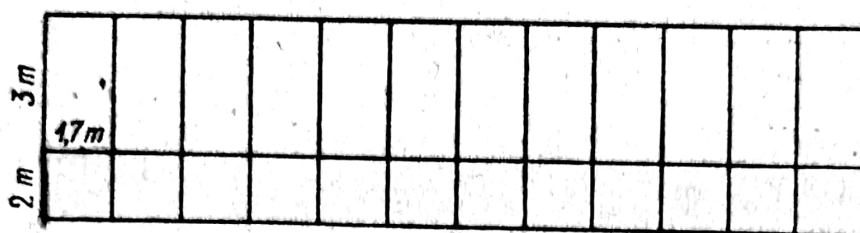


Fig. 90.

- a) Ce lungime și lățime trebuie să aibă interiorul grajdului?
 b) Ce înălțime trebuie să aibă grajdul dacă fiecare animal are nevoie de cel puțin 25 m^3 de aer?
 c) Aerisirea trebuie să se facă prin 16 ferestre late de cîte 90 cm. Ce înălțime vor avea aceste ferestre dacă pentru fiecare cal se socotesc $0,40 \text{ m}^2$?
52. O fermă zootehnică are o maternitate de porci cu 2 rînduri de boxe despărțite printr-un drum lat de 1 m. Boxele au dimensiunile de 2 m și 2 m, sînt așezate 6 pe un rînd și 6 pe celălalt și în fiecare stau 2 animale (fig. 91).

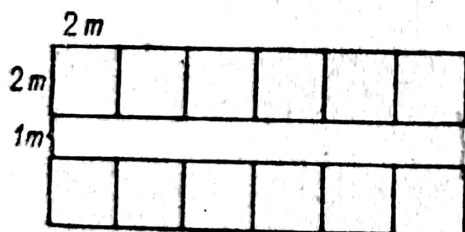


Fig. 91.

- a) Care este suprafața maternității?
 b) Ferestrele au dimensiunile de 0,90 m și 0,50 m. Cîte ferestre are maternitatea, dacă pentru fiecare animal trebuie $0,15 \text{ m}^2$?
 c) Fiecare animal trebuie să aibă 6 m^3 de aer. Care este înălțimea maternității?
53. a) S-a amestecat cacao de 96 de lei kilogramul și cacao de 120 lei kilogramul. Cît costă 1 kg de amestec, dacă se iau 2 părți din primul fel și restul din al doilea fel? Cîte părți se vor lua ca 1 kg de amestec să coste 102 lei?
 b) S-au amestecat două calități de cafea de 96 lei kilogramul și de 64 lei kilogramul. Cîte părți se vor lua din fiecare dacă 1 kg de amestec trebuie să se vîndă cu 88 de lei?
54. Țăranii dintr-o cooperativă agricolă de producție au transportat parazăpezele în căruțe, așezînd cîte 35 într-o căruță. Cîte transporturi au făcut cu căruțele, dacă s-au apărat cu parazăpezi 78 ha de grîu, folosindu-se cîte 70 de parazăpezi pentru un hectar?
55. O brigadă de 64 de muncitori ar fi terminat o lucrare în 39 de zile. După 9 zile de la începerea lucrului le-a venit în ajutor o altă brigadă și astfel s-a

putut termina lucrul cu 14 zile înainte de termen. Câți muncitori avea brigada a doua (fig. 92)?

56. Un teren este format dintr-un dreptunghi cu lungimea de $440 \frac{1}{2}$ m și lățimea cu $148 \frac{3}{4}$ m mai mică și un triunghi cu baza lipită de lungime, având înălțimea egală cu lățimea dreptunghiului. Acest teren a fost îngrășat cu următoarele cantități la

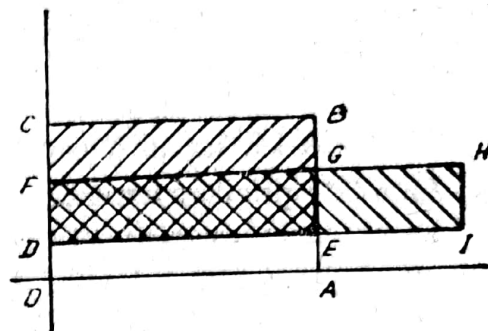


Fig. 92.

- hectar: 30 t îngrășămint natural, 400 kg de superfosfat și 250 kg de clorat de potasiu. Câte kilograme s-au pus din fiecare fel de îngrășămint?
57. Pe un ogor în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 870 m și 598 m s-au așezat grămezi de îngrășămint natural pe rinduri, după lungime. Primele rinduri sint la cîte 2 m de margini, iar celelalte la cîte 6 m unul de altul. În fiecare rind, prima și ultima grămadă sint la 3 m de margini, iar între două grămezi distanța este de 6 m. Cite grămezi de îngrășămint sint pe ogor? Ce cantitate de îngrășămint s-a depus pe acest ogor, știind că 8 grămezi cîntăresc 900 kg?
58. Cantitatea de lemne necesară pentru încălzirea unei case în ultimele 3 luni ale anului precedent este egală cu cantitatea consumului în primele 3 luni ale acestui an. Știind că în luna octombrie a anului trecut s-a consumat $\frac{1}{8}$ din întreaga cantitate, în luna noiembrie $\frac{2}{3}$ din cantitatea rămasă și cu 4 t 5 q mai puțin ca în decembrie, să se calculeze:
- a) cantitatea de lemne consumată în fiecare din primele luni ale acestui an acestea fiind proporționale cu $2 \frac{5}{6}$; 2,(3); 1,5;
- b) costul combustibilului consumat în ianuarie, februarie și martie dacă 1 kg de lemne costă 0,40 lei.
59. Un tractorist a arat un ogor cu o viteză de 7,6 km pe oră în 24 de ore. În cîte ore ar fi arat acest ogor dacă tractoristul ar fi avut o viteză de $6 \frac{1}{3}$ km pe oră?
60. 35 de tractoriști constituiți în 2 brigăzi au arat 6 004 ha în 19 zile. Fiecare tractorist din prima brigadă a arat 8 ha pe zi, iar din cealaltă cîte 10 ha pe zi. Câți tractoriști erau în fiecare brigadă?
61. O brigadă ar fi strîns recolta de pe $\frac{2}{5}$ dintr-un ogor în 3 zile, iar altă brigadă ar fi strîns recolta de pe jumătate din acest ogor în 4 zile. În cîte zile ar fi strîns recolta dacă ar fi lucrat ambele brigăzi împreună?
62. Din școala noastră au plecat în excursie 195 de pionieri cu 2 autobuze și cu trenul. În primul autobuz erau cu 15 pionieri mai mult ca în al doilea, iar



- în tren cu 5 pionieri mai mult ca în cele două autobuze. Câți pionieri erau în fiecare autobuz și în tren?
63. 200 lei se împart la trei persoane. Cît va primi fiecare dacă primele două primesc 143 lei, iar ultimele două 115 lei?
64. La o întreprindere agricolă de stat s-au recoltat 2 800 q de grîu de pe 100 ha. De pe unele hectare s-au recoltat 30 q, iar de pe altele 20 q. De pe cîte hectare s-au recoltat cele 30 q și de pe cîte 20 q la hectar?
65. Într-o cooperativă agricolă de producție două brigăzi lucrează la recoltarea sfecelei-de-zahăr. Dacă prima lucrează 18 zile, iar a doua 16 zile, termină toată recolta; dar recolta o termină și dacă lucrează prima 21 de zile și a doua 12 zile. În cîte zile ar termina recolta fiecare brigadă?
66. Să se afle două numere știind că raportul lor este $\frac{2}{3}$ iar c.m.m.d.c. = 24.
67. O cooperativă agricolă de producție a destinat grădinii de legume $\frac{7}{20}$ din suprafața pămîntului arabil, iar restul suprafeței l-a însămînțat cu grîu. Diferența dintre suprafețe este de 150 ha. Să se afle aria fiecărei suprafețe.
68. Numerele 3 625; 4 287; 7 924 împărțite la același număr dau resturile 25, 3, 4. Să se afle numărul la care au fost împărțite.
69. 18 muncitori pot culege strugurii dintr-o vie în 12 zile. După 5 zile de lucru, 4 muncitori au fost repartizați la alte munci. În cîte zile vor termina cei rămași culesul viei?
70. Suma a 4 numere este egală cu 90. Să se afle aceste numere, știind că obținem numere egale dacă la primul adăugăm 5, din al doilea scădem 4, îl înmulțim cu 3 pe al treilea și-l reducem la jumătate pe al patrulea?
71. Pentru 20 kg de tăiței, 10 kg de zahăr și 5 kg de unt s-au plătit 360 lei. Cît costă 1 kg din fiecare produs dacă 2 kg de tăiței costă cît 1 kg de zahăr și 1 kg de unt costă cît 4 kg de zahăr?
72. Pentru 3 curci, 3 găște, și 3 găini s-au plătit 270 lei. Cît costă fiecare pasăre dacă 2 curci costă cît 3 găște și 1 gîscă costă cît 2 găini?
73. Cu 6 720 kg de fin se pot hrăni 7 vaci timp de 120 de zile. După 15 zile s-au mai adus încă 3 vaci. Ce cantitate de fin mai trebuie primită pentru a putea hrăni toate vacile?
74. Două brigăzi cu un efectiv de 25 de tractoriști ară 2 040 ha în 12 zile. Un tractorist din prima brigadă ară 6 ha pe zi, iar din a doua 8 ha pe zi. Se cere: câți tractoriști sînt în fiecare brigadă? Ce economie au realizat cele 2 brigăzi dacă prima economisește 2 l de combustibil la ha, iar a doua 1,5 dl la hectar și dacă litrul de combustibil este 2 lei?
75. Se dau expresiile:

$$a = \left[1,1 + 7 : \left(3 \frac{1}{12} - 1,625 \right) \right] \cdot 1 \frac{1}{59};$$

$$b = \left[3,25 \cdot \left(14,8 + \frac{4}{15} \right) - 47 \right] : 5 \frac{9}{10};$$

$$c = 2 \frac{3}{4} : \left(1 \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) + 0,75 + \frac{5}{6} : \sqrt{10 \frac{1}{36}}.$$

- 1) Să se calculeze a , b , c .
 - 2) Să se împartă numărul 756 în părți direct proporționale cu numerele a , b , c .
 - 3) Să se împartă numărul 1 666 în părți invers proporționale cu numerele a , b , c .
76. 15 muncitori dintr-o echipă pot termina un tunel în 18 zile, altă echipă de 20 de muncitori îl pot termina în 12 zile, iar 30 de muncitori dintr-o altă echipă îl pot termina în tot atâtea zile cît l-ar fi terminat 3 muncitori din prima echipă și 24 de muncitori din a doua echipă.
Pentru construcția tunelului s-au adus 12 muncitori din prima echipă, 16 din a doua și 15 din a treia, care au terminat lucrarea. Pentru această muncă, muncitorilor li s-a dat un premiu, care dacă era depus la C.E.C. cu 5 % pe an, peste doi ani devenea 5 362,60 lei.
- 1) În cîte zile s-a terminat tunelul?
 - 2) Ce sumă a primit fiecare muncitor?
77. Trei muncitori au săpat un șanț. Primul a lucrat 161 m de șanț în 4 zile cîte 7 ore pe zi.
Al doilea a săpat în 5 zile cîte 6 ore — 165 m și al treilea 3 zile cîte 8 ore pe zi și a realizat 150 m de șanț. Ce lungime s-a realizat, în medie, pe oră?
78. Un lot de pămînt în formă de trapez dreptunghic cu baza mare 258 m, $b=176$ m și $i=36$ m are aceeași arie cu un dreptunghi cu lungimea de 124 m. Acest dreptunghi este împrejmuit cu 3 rinduri de sîrmă de 1,45 lei m. Poarta are 3 m. Cît costă sîrma?
79. Pentru 15 pui și 8 rațe s-au încasat 425 lei. 5 pui valorează cît 3 rațe. Cît costă fiecare pasăre?
80. La casa de bilete a unui teatru s-au vîndut 282 de bilete de loji și 282 de bilete de stal, încasîndu-se 4 230 lei. Altă dată s-au vîndut 320 de bilete de loji și 141 de bilete de stal și s-au încasat 3 905 lei. Cît costă un bilet de fiecare fel?
81. Un țăran are nevoie pentru gospodăria sa de 150 l de apă pe zi. Apa se scoate dintr-un puț cu găleată cu lanț (fig. 93). Lanțul se desfășoară de pe sul de 18 ori pentru a ajunge la nivelul apei din puț. Grosimea sulului pe care se înfășoară lanțul este de 35 cm. Să se afle adîncimea puțului pînă la nivelul apei.
Găleata este un cilindru cu diametrul 0,28 m și cu înălțimea de 0,50 m. Care este capacitatea unei găleți? Cîte găleți se scot zilnic?
82. Două brigăzi pot termina o lucrare împreună în 8 zile. După ce lucrează amîndouă 5 zile, brigada a doua pleacă la altă lucrare, urmînd ca

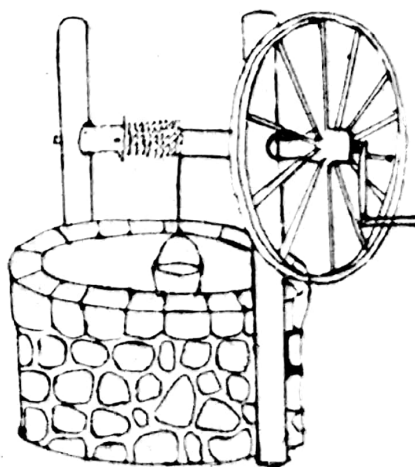


Fig. 93.

- brigada întâi să termine restul lucrării în 9 zile. Să se afle în câte zile poate efectua lucrarea fiecare brigadă lucrând singură.
83. O brigadă de 6 tractoare ară în 7 zile o suprafață de 420 ha. O altă brigadă de 9 tractoare trebuie să are un teren dreptunghiular cu dimensiunile de 4 500 m și 500 m (în aceleași condiții de lucru). Să se afle:
- În câte zile va termina de arat a doua brigadă?
 - Câte ha ară un tractor pe zi?
 - Care este lungimea laturii unui teren în formă de pătrat care are aceeași arie cu al doilea teren?
84. Suma a patru numere este 1 375. Să se afle cele 4 numere știind că raportul dintre primul și al doilea este $\frac{2}{3}$, dintre al doilea și al treilea $\frac{4}{5}$ și dintre al treilea și al patrulea $\frac{3}{4}$.
85. Într-o cooperativă agricolă de producție s-au strins de pe un lot $103\frac{11}{12}$ t de fin, de pe al doilea 93,350 t și de pe al treilea $215\frac{5}{6}$ t. O parte din fin a fost depus pe o arie pe care ar fi încăput $\frac{7}{10}$ din tot finul, dar pe arie se mai găseau 15,4 t de fin. Restul de fin a fost adunat în clăi care cuprindeau cantități proporționale cu numerele 2, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{7}$ și $1\frac{1}{2}$. Cât fin se găsește în fiecare din cele 4 clăi?
86. Pentru pietruirea unui drum s-au angajat 5 căruțași care pot căra pietrișul necesar în 20 de zile. După patru zile de lucru s-au mai angajat încă 3 căruțe. Cu câte zile mai înainte de termen s-a cărat pietrișul necesar și câți lei primește fiecare din ultimii 3 căruțași dacă împreună au primit 4 200 lei și dacă primul a făcut 85 de transporturi pe distanța de 4 km, al doilea a făcut 72 de transporturi pe distanța de 5 km și al treilea 100 de transporturi pe distanța de 3,5 km?
87. Trei elevi au depus la C.E.C. suma de 600 lei. Raportul dintre suma depusă de al treilea și primul este $\frac{1}{3}$, iar diferența dintre aceste sume este 200 lei. Cât a depus fiecare elev?
88. Un excursionist, după ce a parcurs $\frac{5}{18}$ din întreg traseul, a constatat că mai are de mers până la $\frac{1}{3}$ din drumul său încă 10 km. Să se afle lungimea întregului drum.
89. Într-un magazin s-au adus 420 de uniforme școlare pentru fete și băieți. Raportul lor este $\frac{3}{4}$. Câte s-au adus din fiecare fel?
90. Perimetrul unui trapez isoscel este egal cu 86 cm. Laturile neparalele și bazele trapezului sînt proporționale cu numerele 3,25; 6,25; 8,75. Să se afle laturile trapezului.

91. Dintr-o bară metalică lungă de 11,9 m s-au tăiat 3 bucăți de lungimi proporționale cu numerele 2; 2,(6); $3\frac{1}{2}$; partea rămasă reprezentind $\frac{3}{17}$ din lungimea barei întregi. Din cele 3 bucăți tăiate, un muncitor produce la strung piese de același fel. Să se calculeze:
- a) lungimea fiecărei bucăți; b) numărul de piese rezultat din fiecare bucată, știind că din a treia s-au produs cu 36 de piese mai mult ca din prima.
92. Un elev a dat $\frac{8}{45}$ din banii ce-i avea pe creioane, $\frac{2}{5}$ din ei pe caiete, pe un diafilm o sumă egală cu media proporțională a primelor două sume, iar pentru a cumpăra un stilou, care costă a patra proporțională a sumelor anterioare s-a mai împrumutat cu 12 lei de la un coleg. Câți lei avea când a intrat în librărie și cât a cheltuit pe fiecare cumpărătură?
93. O brigadă își ia angajamentul să termine culesul unei vii într-o săptămână. Lucrind câte 6 ore pe zi, după 3 zile observă că au cules $\frac{4}{9}$ din vie. Cu cât trebuie să prelungească ziua de lucru pentru a termina la timp culesul?
94. 54 muncitori, lucrind câte $6\frac{2}{3}$ ore pe zi, ar putea executa în 11 zile 0,3(6) dintr-un tunel. Dar numărul muncitorilor s-a mărit și ei au reușit ca în 15 zile, lucrind câte 6 ore pe zi, să termine tunelul. Cu cât s-a mărit numărul muncitorilor?
95. Pentru construirea unui dig lung de 56 m, lat de 1,2 m și înalt de 1,5 m au lucrat 16 muncitori, $4\frac{1}{2}$ zile câte 7 ore pe zi.
- O altă echipă, care lucrează câte 8 ore pe zi, construiește un alt dig ale cărui dimensiuni sînt invers proporționale cu numerele 3, 60 și 100, iar suma dintre lățime și înălțime este egală cu 3,2 m. Norma de lucru este aceeași. Să se afle:
- a) dimensiunile celui de-al doilea dig;
- b) în câte zile a fost construit al doilea dig;
- c) câți metri cubi de zid poate construi un muncitor pe oră.
96. Într-o regiune s-au plantat 600 000 de meri, peri, cireși și alte specii. Știind că 45% din total sînt meri, 16% alte specii și că numărul celor de păr este cu 12 000 mai mic decît al celor de cireș, să se calculeze câți puieti s-au plantat din fiecare fel.
97. Trei detașamente de pionieri au colectat maculatură. $\frac{2}{3}$ din cantitatea colectată de primul detașament este egală cu $\frac{4}{9}$ din cantitatea strînsă de-al doilea, iar $\frac{3}{5}$ din cantitatea strînsă de-al doilea fac cît $\frac{9}{25}$ din cantitatea celui de-al treilea. Cît la sută reprezintă cantitatea strînsă de fiecare detașament?

98. Raportul a două numere este $\frac{1}{4}$, iar suma lor tot $\frac{1}{4}$
- să se afle cele două numere;
 - să se afle media lor geometrică;
 - să se împartă numărul $\frac{1}{4}$ în părți invers proporționale cu 1, 2, 4.
99. Reparația unei șosele a costat 9 650 lei și a fost suportată proporțional cu numărul locuitorilor din 4 comune care aveau: 1 120 de locuitori, 1 108 locuitori, 954 de locuitori și 687 de locuitori. Cât a plătit fiecare comună?
100. Elevii a două clase dintr-o școală și cu părinții au făcut o excursie cu autocarul care a costat 345 lei. Din prima clasă au participat 16 elevi și 9 părinți și din a doua 12 elevi și 7 părinți.
Care este suma plătită de fiecare clasă, dacă se știe că părinții au plătit de două ori mai mult decât elevii?
101. O tabără de elevi a primit 25 200 lei pentru întreținerea a 96 de elevi timp de 21 de zile. Au venit însă 20 de elevi în plus.
Câte zile pot fi întreținuți toți acești elevi în tabără?
Ce sumă mai trebuie dată în plus pentru a sta toți elevii 21 de zile?
102. Un lot are forma de dreptunghi, cu perimetrul de 8,4 km, iar lățimea egală cu $13\frac{19}{37}$ din lungime. Acest lot a fost semănat cu grâu, secară și orz. Ariile respective ale acestor culturi sînt proporționale cu numerele 0,(4); 0,(5) și 0,(6). Care este aria fiecărei parcele?
103. Media aritmetică a patru numere direct proporționale cu numerele 0,0(3); 0,(5); $\frac{1}{3}$ și 1 este egală cu 112. Care sînt cele 4 numere?
104. O cooperativă agricolă de producție a cultivat cu porumb 340 ha pe trei loturi și a obținut următoarele producții pe primul lot 40 q la hectar, pe al doilea 45 q la hectar, iar pe al treilea lot 55 q la hectar. Să se afle aria fiecărui lot știind că primul lot este de trei ori mai mare decât al treilea și că de pe toate loturile s-au recoltat 15 000 q de porumb.

Rezolvare

Primul și al treilea lot reprezintă o suprafață de 4 ori mai mare ca suprafața primului lot. Producția medie pe aceste două loturi este

$$(40 \times 3 + 55) : 4 = 43,75 \text{ q/ha.}$$

Dacă de pe toate loturile s-ar fi recoltat 45 q la hectar producția totală ar fi fost

$$340 \times 45 = 15\,300 \text{ q.}$$

Dar s-au recoltat numai 15 000 q, deci

$$15\,300 - 15\,000 = 300 \text{ q}$$

$$45 - 43,75 = 1,25 \text{ q}$$

$$300 : 1,25 = 240 \text{ ha}$$

240 hectare reprezintă suprafața primului și celui de-al treilea lot; deci primul va avea suprafața de 180 ha, iar ultimul de 60 hectare. Lotul al doilea va avea suprafața $340 - 240 = 100$ hectare.

105. 9,9(9) % din membrii unei C.A.P. sînt organizați în trei brigăzi astfel încît diferența numărului de oameni din brigada a treia și a doua este 19,(9) % din numărul de oameni din brigada întii, iar dacă brigada a treia dă brigăzii a doua doi oameni, atunci toate brigăzile au același număr de oameni. Cîți membri are cooperativa agricolă de producție?

Rezolvare:

Dacă brigada a treia dă 2 oameni brigăzii a doua, atunci ele au număr egal de oameni.

Brigada a treia are cu 4 oameni mai mult ca a doua deci cei 4 oameni reprezintă 19,9(9) % deci $\frac{1}{5}$ din numărul de oameni din brigada întii. Deci brigada întii are $5 \cdot 4 = 20$ oameni. Schimbarea numărului de oameni dintre brigada a treia și a doua nu afectează numărul de oameni din brigada întii. Brigăzile au deci cîte 20 oameni. Trebuie să cercetăm perechile (11,7); (12,8); (13,9); (14,10); (15,11) ... (20,16); (21,17); (22,18); (23,19); (24,20). Dar convine condițiilor numai perechea (22, 18).

Deci C.A.P. are 60 oameni.

106. O cooperativă agricolă de producție a experimentat trei loturi de pămînt cultivate cu grîu, dintre care un lot semincer. Se cere:

- Ce suprafață a avut fiecare lot știind că suprafața lotului semincer a fost de $\frac{5}{7}$ din al doilea, iar al doilea $0,(7)$ din al treilea și ultimele două la un loc au avut o suprafață de trei ori mai mare decît a lotului semincer și încă 10 ha.
- Care a fost producția medie la hectar a fiecărui lot, dacă producția lotului semincer a fost de $0,8(6)$ din producția celui de-al treilea, producția celui de-al doilea a fost de $\frac{21}{25}$ din producția celui de-al treilea și diferența dintre producțiile primelor două loturi a fost de 6 t.

Răspunsuri

Cap. XIV. Exerciții și probleme recapitulative pentru clasele V—VI

II

1. a) 300 ha; 780 ha; 810 ha. b) 6 tractoare. 2. *Indicație.* Presiunea apei de jos în sus este egală cu masa unei coloane cilindrice cu raza $= 0,10$ și înălțimea 3,03. $R \approx 98,4$ kg. 3. 245,78; 122,89; 61,44. 4. $\frac{125 \times 100}{48} \times \frac{96}{10} = 2500$ de lei; $\frac{125 \times 100}{18} \times \frac{54}{10} = 3750$ de lei. 5. Timpul necesar pentru

a face 640 m este: *a*) direct proporțional cu lungimile și *b*) invers proporțional cu numărul învîrtiturilor pe minut ale celor două roți: $\frac{345}{6 \cdot \frac{3}{4}}$;

$$\frac{375}{4 \cdot \frac{1}{2}}; 90' \cdot \frac{640}{240} \cdot \frac{4}{375} = \frac{90' \cdot 640 \cdot 345 \cdot 9 \cdot 4}{240 \cdot 375 \cdot 2 \cdot 27} = 2^h 27^m 12^s.$$

6. Primul sat are o suprafață de ogor pe care o socotim unitate de arie. Al doilea $\frac{5}{8}$ din unitate. Al treilea $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$.
În total au: $1 + \frac{5}{8} + \frac{5}{18} = \frac{137}{72}$. Cheltuiala totală se împarte proporțional cu 1, $\frac{5}{8}$ și $\frac{5}{18}$.

$$\frac{37\,362,5 \cdot 72}{137} = 19\,635,76 \text{ lei.}$$

$$\frac{37\,362,5 \cdot 45}{137} = 12\,272,35 \text{ lei.}$$

Ariile ogoarelor: 98,1788 ha; 61,3617 ha; 27,2718 ha. 8. 384 dm³; 180; 530,4 kg; 20 cm. 9. 273 g; 0,3 mm. 10. *a*) 5 739 km; *b*) 3 159 ha.;

c) 7 620 kg. 11. 2 700 dm²; 11,4 kg. 13. Viteza de tăiere = $\frac{0,800}{5} = 0,16 \text{ m/s}$.

Durata unei curse duble $t = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ s}$. Numărul curselor duble pe minut: $n = \frac{60}{7,5} = 8$. 14. $[62 \times (24 + 8) - 32 \times 28] : 24 + 28 = 73 \frac{1}{3} \text{ ore}$.

15. *Indicație.* $\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} = \frac{22}{11}$. 16. 171,55 m. 17. 900 kg. 18. Nu. 19. 492; 492,648 kg.

20. $19 \frac{1}{2} \text{ kg}$; $21 \frac{1}{4} \text{ kg}$; $28 \frac{1}{4} \text{ kg}$. 21. *a*) $\frac{420 \cdot 120}{2} + \frac{310 \cdot 120}{2} = \frac{120 \cdot (420 + 310)}{2}$;

b) Suma bazelor = aria $\times 2$: înălțime. Suma bazelor = $6\,592 \times 2 : 64 = 203 \text{ m}$. Baza mică = $206 - 124 = 82 \text{ m}$. 22. 80 m; 180 m. 23. Aramă $3 \frac{3}{4} \text{ kg}$; zinc 2 kg; plumb $\frac{1}{4} \text{ kg}$; cositor $\frac{1}{4} \text{ kg}$. 24. 600 de învîrtituri roata

din față; 400 de învîrtituri — roata din spate. 25. $L_1 = 3$ $L_2 = \frac{L_3}{2}$

$l_1 = \frac{l_2}{2} = \frac{3}{4} l_3$; $S_1 = \frac{3}{2}$ $S_2 = \frac{3}{8}$ S_3 ; $\frac{S_1}{3} = \frac{S_2}{2} = \frac{S_3}{8} = \frac{520}{13}$; $S_1 = 120$; $S_2 = 80$;

$S_3 = 320$. 26. 12 000; 3 000; 13 500. 27. $\frac{6\,360}{318} - \frac{6\,764}{356} = 20 - 19 = 1$.

Fiecare din ei a făcut economie de combustibil: primul de 1 l, iar al doilea de 2 l la hectar. 28. 1,8 kg. 29. 6 apartamente cu 2 camere, 7 apartamente cu 3 camere și 18 apartamente cu 4 camere. 30. 102,12 km; 20,42 km; 2,22 km. 31. 94 m; 1 464 m. 32. 27 km; 1 oră 48 min; 12^h 12^m. 33. 1) $(124 + 72) \cdot 32 : 2 = 3\,136$; $3\,136 : 4 = 784 \text{ m}^2$; $784 \times 3 = 2\,352 \text{ m}^2$. 2) Suma bazelor = $784 \cdot 2 : 32 = 49 \text{ m}$. Baza mică = $49 - 31 = 18 \text{ m}$. 34. 17,4 kg.

35. 125 cm. 36. 900 m²; 254,34 m²; 430,44 g. 38. $[130,50 - (19 \cdot 2,7 + 21 \cdot 3,2)] : 5 = 2,4 \text{ t}$. 39. $951\,750 \cdot 0,03 : 0,75 : 1\,269 = 3 \text{ kg}$. 40. 6 000 kg. 41. 10 m. 43. 7; 20. 45. 1 078 m². 46. De 3 ori.

$$47. \frac{858 \cdot (858 - 243)}{10\,000} \cdot \left(220 - 1 \frac{1}{2} \cdot 100\right) \cdot \frac{80}{100} \cdot 1,10 = 3\,250,45 \text{ de lei.}$$

$$48. \left(\frac{5,6}{2}\right)^2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 12 \cdot 1\,000 : 100 \cdot 76 = 224\,716,8 \text{ kg; } 224\,716,8 \cdot (100 - 15) : 100 = 191\,009,28 \text{ kg.}$$

$$49. [35(20 - 0,8 + 0,8 \cdot 0,9 \cdot 12) : 10] = 86,240 \text{ t. } 50. \text{ Aria suprafeței ocupată de vaci } = 2,70 \cdot 1,60 \cdot 12 = 51,84 \text{ m}^2; \text{ suprafața aleii } = 1,60 \cdot 2 \cdot 12 = 38,40 \text{ m}^2. \text{ Aria suprafeței grajdului } = 51,84 + 38,40 = 90,24 \text{ m}^2; \text{ volumul grajdului } = 20 \cdot 12 = 240 \text{ m}^3; \text{ înălțimea grajdului } = 240 : 90,24 = 2,66 \text{ m.}$$

$$51. 3 \cdot 1,70 \cdot 36 = 183,60 \text{ m}^2; 1,70 \cdot 2 \cdot 36 = 122,40 \text{ m}^2; 183,60 + 122,40 = 306 \text{ m}^2 \text{ sau } (3 + 2) \cdot 1,70 \cdot 36 = 306 \text{ m}^2. a) \text{ Lungimea } = 61,20 \text{ m; lățimea } = 5 \text{ m. } b) 25 \cdot 36 = 900 \text{ m}^2; 900 : 306 = 2,94 \text{ m. } c) (0,40 \cdot 36) : (16 \cdot 0,90) = 1 \text{ m.}$$

$$52. 60 \text{ m}^2; 8; 2,4 \text{ m. } 54. 78 \cdot 70 : 35 = 156 \text{ de transporturi. } 55. \text{ În general, munca, efectuată de un număr de muncitori este produsul a 3 factori: numărul muncitorilor, numărul zilelor și norma zilnică.}$$

Deoarece în ambele brigăzi norma zilnică este socotită aceeași, vom considera lucrul efectuat ca produsul dintre numărul muncitorilor și numărul zilelor. Pe axa orizontală vom însemna numărul muncitorilor, iar pe cea verticală numărul zilelor (fig. 92). Lucrul care trebuie efectuat ar fi atunci produsul $OA (64) \times AB(39)$.

După 9 zile, lucrul efectuat este egal cu $OA \times OD$, iar cel rămas pentru a fi efectuat este $DC \times DE$.

Dreptunghiurile $BCDE$ și $DFHI$ sînt echivalente; cum ele au o parte comună, $DEGF$ rezultă că dreptunghiurile $FGBC$ și $GHIE$ sînt echivalente, deci:

$$64 \cdot 14 = x \cdot 16$$

$$x = \frac{64 \times 14}{16} = 56.$$

Deci brigada a doua a avut 56 de muncitori.

$$57. 870 - 2 \cdot 3 = 864; 864 : 6 = 144; 144 + 1 = 145 \text{ de grămezi pe rînd; } 598 - 4 = 594; 594 : 6 = 99; 99 + 1 = 100 \text{ de rînduri; } 144 \cdot 100 = 14\,400; 14\,400 : 8 \cdot 900 = 1\,620\,000 \text{ kg.}$$

$$59. \quad 7,6 \text{ km} \dots\dots\dots 24 \text{ ore}$$

$$6 \frac{1}{3} \text{ km} \dots\dots\dots x$$

$$\frac{7,6}{6 \frac{1}{3}} = \frac{x}{24}; x = 28 \frac{4}{5} \text{ ore.}$$

$$60. 6\,004 : 19 = 316 \text{ ha pe zi; } 35 \cdot 10 = 350 \text{ ha pe zi; } 350 - 316 = 34 \text{ ha; } 10 - 8 = 2 \text{ ha; } 34 : 2 = 17 \text{ tractoriști în prima brigadă; } 35 - 17 = 18 \text{ tractoriști în a doua brigadă. } 61. 3 \frac{27}{31} \text{ zile.}$$

$$62. 40,55, 100. 63. 85, 57, 58. 64. 80 \text{ ha; } 20 \text{ ha. } 65. 30 \text{ zile; } 40 \text{ zile. } 66. 48; 72. 67. 175 \text{ ha; } 325 \text{ ha. } 68. 3\,625 - 25 = 3\,600; 4\,287 - 3 = 4\,284; 7\,924 - 4 = 7\,920. \text{ C.m.m.d.c. al numerelor } 3\,600, 4\,284, 7\,920 \text{ este } 36.$$

$$69. 9 \text{ zile. } 70. 16, 25, 7. 42. 71. 20 \text{ kg tălței valorează cît 10 kg zahăr; } 5 \text{ kg unt valorează cît 20 kg zahăr.}$$

Cu 380 lei s-ar fi cumpărat:

$$10 + 10 + 20 = 40 \text{ kg zahăr}$$

$$360 : 40 = 9$$

$$9 : 2 = 4,50 \text{ lei } 1 \text{ kg tăitei}$$

$$9 \times 4 = 36 \text{ lei } 1 \text{ kg unt.}$$

73. $6\,720 : (7 \times 120) = 8 \text{ kg pe zi pentru fiecare vacă, } 6\,720 - (7 \times 8 \times 15) = 5\,880 \text{ kg; } 8 \times 10 \times 105 = 8\,400 \text{ kg; } 8\,400 - 5\,880 = 2\,520 \text{ kg.}$

74. 15 tractoriști, 10 tractoriști, 4 320 lei; 2 880 lei. Se rezolvă prin metoda ipotezelor.

75. $6, \frac{1}{3}, 3 \frac{39}{76}$. 76. 6 zile. 4 864 lei. 77. 5,8 m/oră. 78. $\left[\frac{(258 + 176) \cdot 36}{2} \right] : 124 = 63 \text{ m.}$

$$\text{Perimetrul} = (124 + 63) \times 2; 800,40 \text{ lei.}$$

79. 15 pui = 3×3 rațe.

$$425 : (9 + 8) = 25 \text{ lei; } 15 \text{ lei.}$$

80. Problema se rezolvă prin metoda comparației 10 lei; 5 lei.

81. 19,782 m; 30,772 l.

82. $\frac{3}{8}$ din lucrare în 9 zile, deci toată lucrarea ar fi executată de prima brigadă în 24 zile.

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{12}. \text{ Deci a doua termină lucrarea în 12 zile.}$$

83. $2 \frac{1}{2}$ zile, 10 ha, 1 500 m.

84. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}; \frac{y}{z} = \frac{4}{5}; \frac{z}{t} = \frac{3}{4}; z = \frac{3}{4}t; y = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}t = \frac{3}{5}t; x = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}t = \frac{2}{5}t;$
 $\frac{2}{5}t; \frac{2}{5}t + \frac{3}{5}t + \frac{3}{4}t + t = \frac{11}{4}t$

$$t = \frac{1\,375 \cdot 4}{11} = 500; y = 300; z = 375; x = 200.$$

85. $103 \frac{11}{12} + 93,350 + 215 \frac{5}{6} = 413 \frac{1}{10}t; 413 \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{10} = 289 \frac{17}{100}t$

$$289 \frac{17}{100} - 15,40 = 273 \frac{77}{100}t; 413 \frac{1}{10} - 273 \frac{77}{100} = 139 \frac{24}{100}t$$

$$139 \frac{6}{25}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2 \frac{1}{2}} = \frac{z}{3 \frac{1}{7}} = \frac{t}{1 \frac{1}{2}} = \frac{139 \frac{6}{25}}{2 + \frac{5}{2} + \frac{22}{7} + \frac{3}{2}}$$

86.

$$5 \quad 1 \quad 20 \text{ zile}$$

$$8 \quad \frac{4}{5} \quad x \quad x = 10 \text{ zile}$$

$$\text{cu } 6 \text{ zile înainte.}$$

$$\frac{x}{85 \cdot 4} = \frac{y}{72 \cdot 5} = \frac{z}{100 \cdot 3,5} = \frac{4\,200}{85 \cdot 4 + 72 \cdot 5 + 100 \cdot 3,5}$$

87. $a + b + c = 600 \text{ lei}$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{3}; \frac{a}{a-c} = \frac{1}{3-1}; \frac{a}{200} = \frac{1}{2}; a = 100; c = 300; b = 200.$$

88. $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}; \frac{1}{18}$ din întreg = 10 km. Tot drumul = $18 \cdot 10 \text{ km} = 180 \text{ km.}$

89. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}; a + b = 420; \frac{a+b}{b} = \frac{3+4}{4}; \frac{420}{b} = \frac{7}{4}; b = \frac{4 \cdot 420}{7} = 240$

$$a = 180 \text{ uniforme.}$$



$$90. \frac{x}{3,25} = \frac{t}{6,25} = \frac{z}{8,75} = \frac{t}{6,25} = \frac{86}{24,50}.$$

$$91. \frac{14}{17} \cdot 11,9 \text{ m} = 9,8 \text{ m}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2,6} = \frac{z}{3 \frac{1}{2}} = \frac{9,8}{\frac{49}{6}}$$

$$x = 2,4 \text{ m}; y = 3,2 \text{ m}; z = 4,2 \text{ m}$$

$$4,2 - 2,4 = 1,8 \text{ m}; 1,8 : 36 = 5 \text{ cm}$$

$$240 : 5 = 48; 320 : 5 = 64; 420 : 5 = 84.$$

$$92. \frac{8}{45} \text{ din sumă creioane}$$

$$\frac{2}{5} \text{ din sumă caiete}$$

$$\sqrt{\frac{8}{45} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{4}{15} \text{ din sumă diafilm}$$

$$\frac{\frac{8}{45}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{4}{15}}{x}; x = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{45}{8} = \frac{3}{5} \text{ din sumă}$$

$$\frac{8}{45} + \frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{3}{5} = \frac{65}{45}; 65 - 45 = 20$$

$$\frac{20}{45} \text{ din întreg} = 12 \text{ suma} = \frac{9 \cdot 3}{45 \cdot 12} = 27 \text{ lei.}$$

A intrat în librărie cu 27 lei.

$$\frac{8}{45} \cdot 27 = \frac{24}{5} = 4,80 \text{ lei}; \frac{2}{5} 27 = 10,80 \text{ lei}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 27 = \frac{81}{5} = 16,20 \text{ lei}$$

$$\frac{4}{15} \cdot 27 = \frac{36}{5} = 7,20; 4,80 + 10,80 + 16,20 + 7,20 = 39 \text{ lei}; 27 + 12 = 39 \text{ lei}$$

$$93. \frac{4}{9} \dots\dots\dots 18 \text{ ore}$$

$$\frac{5}{9} \dots\dots\dots x \quad x = 18 \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{2} = \frac{45}{2};$$

$$\frac{45}{2} : 3 = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{3} = 7 \frac{1}{2}; 7 \frac{1}{2} - 6 = 1 \frac{1}{2} \text{ ore.}$$

$$94. 54 \text{ de muncitori ar fi terminat } \frac{11}{30} \text{ din tunel în } \frac{220}{3} \text{ ore;}$$

54 de muncitori ar fi terminat tot tunelul în 200 ore.

În 90 de ore (6 · 15) ar fi terminat tot tunelul 120 muncitori.

$$95. \frac{L}{1} = \frac{l}{1} = \frac{i}{1} \quad \frac{l}{1} = \frac{i}{1} = \frac{l+i}{1} \\ \frac{1}{3} \quad \frac{1}{60} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{60} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{60} + \frac{1}{100}$$

$$L = 40; l = 2; i = 1,2.$$

$$\frac{4,5 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 40 \cdot 2 \cdot 1,2}{56 \cdot 1,2 \cdot 1,5 \cdot 12} = 40 \text{ ore.}$$

$$40 \text{ ore} = 5 \text{ zile.}$$

$$96. \text{ meri} = 600\,000 \frac{45}{100} = 270\,000$$

$$\text{alte specii } 600\,000 \frac{16}{100} = 96\,000.$$

Problemă în care se dă suma și diferența

$$C + p = 234\,000$$

$$C - p = 12\,000, \text{ deci } 123\,000 \text{ cireși, } 110\,000 \text{ peri.}$$

$$97. 20\%, 30\%, 50\%.$$

$$98. a) \frac{1}{20}, \frac{1}{5}; \quad b) \frac{1}{10}; \quad c) \frac{1}{7}, \frac{1}{14}, \frac{1}{28}.$$

$$99. \frac{x}{1\,120} = \frac{y}{1\,108} = \frac{z}{954} = \frac{t}{687} = \frac{9\,650}{3\,869}$$

$$100. 16 + 2 \cdot 9 = 34; \quad 12 + 2 \cdot 7 = 26;$$

$$\frac{x}{34} = \frac{y}{26} = \frac{345}{60}.$$

$$101. \begin{array}{l} 96 \dots\dots\dots 21 \dots\dots\dots 25\,200 \\ 116 \dots\dots\dots 21 \dots\dots\dots x. \end{array}$$

$$\approx 17 \text{ zile; } 5\,250 \text{ lei}$$

Capitolul XV

Exerciții și probleme recapitulative pentru clasa a VII-a

Să se calculeze valorile lui x din egalitățile următoare, folosind proprietățile operațiilor aritmetice.

$$1. [8,4 - (22,5 - 32,4) : 3] \cdot 2x = 69 + (15 - 18) \cdot 3.$$

$$2. \frac{3}{(12,9 - x) \cdot \frac{4}{5}} = \frac{2,7 - 1,7 : (1 \frac{2}{85} - \frac{1}{51} + \frac{2,2}{17})}{0,45 : 1 \frac{1}{8}}.$$

$$3. \frac{1}{10} \left\{ \frac{1}{9} \left[\frac{1}{8} \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{6}x \right) + \frac{1}{5} \right] + \frac{1}{4} \right\} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}.$$

$$4. \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} : \left[\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \right] = \frac{19x}{150} : 0,25(3).$$

$$5. \frac{5 \frac{2}{3}}{\left(\frac{1}{4x} + \frac{1}{361}\right) : \frac{5}{19^3}} = \frac{2,8(3)}{\left(5 + \sqrt[3]{91 \frac{1}{8}}\right)^3}.$$

$$6. \frac{1,7}{x} + \frac{1}{1,(2)} + \frac{1}{1,(5)} \cdot 7 \frac{7}{10} = 0,01(6) \cdot 301003_4.$$

Rezolvare:

$$301\,003_4 = 3 \cdot 4^5 + 0 \cdot 4^4 + 1 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4 + 3 = \\ = 3\,072 + 64 + 3 = 3\,139$$

$$1,7 = 1 \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$$

$$1,(2) = 1 \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$$

$$1,(5) = 1 \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$$

$$\frac{16}{9} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{1} \cdot \frac{9}{11} + \frac{1}{1} \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{77}{10} = \frac{1}{60} \cdot 3\,139$$

$$\frac{16}{9x} + \frac{9}{11} + \frac{9}{14} \cdot \frac{77}{10} = \frac{1}{60} \cdot 3\,139 \dots$$

$$7. \left\{ \left[\left(\frac{2x-3}{5} - 0, (3) \right) \cdot 3\frac{1}{2} - 3 - 4, (3) \right] : \frac{1}{5} + 5 \right\} : 0, (5) = 27.$$

Soluție

$$\left\{ \left[\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) \frac{7}{2} - \frac{22}{3} \right] \cdot \frac{5}{1} + 5 \right\} \cdot \frac{9}{5} = 27,$$

$$\left[\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) \frac{7}{2} - \frac{22}{3} \right] \cdot \frac{5}{1} + 5 = 15,$$

$$\left[\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) \frac{7}{2} - \frac{22}{3} \right] \frac{5}{1} = 10,$$

$$\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) \frac{7}{2} - \frac{22}{3} = 2,$$

$$\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) \frac{7}{2} = \frac{28}{3},$$

$$\left(\frac{2x-3}{5} - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3},$$

$$\frac{2x-3}{5} = 3, \quad 2x-3 = 15, \quad 2x = 18, \quad x = 9.$$

8. Urmăriți înmulțirea următoare și arătați ce proprietăți ale înmulțirii s-au folosit.

$$64 \times 13 = 32 \times 26 = 16 \times 52 = 8 \times 104 = 4 \times 208 = \\ = 2 \times 416 = 1 \times 832 = 832$$

9. Se dau fracțiile: $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$; $\frac{f}{g}$; $\frac{p}{q}$ care verifică egalitatea

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{g} \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}.$$

1) Ce valoare are produsul $\frac{c}{d} \cdot \frac{f}{g}$?

2) Ce fel de numere sînt $\frac{c}{d}$ și $\frac{f}{g}$?

3) Pot fi egale $\frac{c}{d}$ și $\frac{f}{g}$? Dar echivalente?

10. Dîndu-se raportul a două numere reale a și b

$$\frac{a}{b} = 0,6. \text{ Să se calculeze } \frac{3b}{2a+3b}.$$

11. Să se afle valorile lui x și y din următoarea proporție $\frac{6x+5y+2}{15x+15y+12} =$

$$= \frac{x+y+5}{6x+3y+9}, \text{ știind că } x+y=5.$$

12. Numerele 9 679; 6 575; 3 495 împărțite la același număr dau resturile: 159; 135; 115. Să se afle numărul la care au fost împărțite.

13. Diferența a două numere este 9, iar suma lor este un număr de două cifre al căror produs este tot 9.

Să se găsească toate perechile de numere care indeplinesc aceste condiții.

14. Găsiți mulțimea numerelor naturale cuprinse între cel mai mare număr de 2 cifre și cel mai mic număr de trei cifre.
15. Găsiți mulțimea numerelor de două cifre care are cifra unităților 1.
16. Găsiți mulțimea numerelor de 2 cifre cu cifra zecilor 3.
17. Scrieți un număr de trei cifre și găsiți mulțimea numerelor ce se obțin permutându-i cifrele.
18. Să se determine x , astfel ca numărul $2850x$ să fie divizibil
- | | | |
|----------|------------|------------|
| 1) cu 2; | 4) cu 5; | 7) cu 3; |
| 2) cu 4; | 5) cu 25; | 8) cu 9; |
| 3) cu 8; | 6) cu 125; | 9) cu 6; |
| | | 10) cu 15. |

19. Fie mulțimile:

$$A = \{a, b, c, d\}; \quad B = \{a, b, 4\}; \quad C = \{4, 2, c\};$$

$$D = \{a, b, 3\}; \quad E = \{1, b\}.$$

Să se determine a, b, c, d știind că:

$$B \subset A, \quad C \subset A, \quad D \subset A, \quad E \subset B.$$

20. Sint corect scrise mulțimile A și B ?

a) $A = \{1010_2, 20_5, 22_4, 13_7, 11_9\};$

b) $A = \{400_5, 1210_4, 202_7\}.$

c) Se dau mulțimile

$$A = \{1010_2, 200_5, 1210_4\}; \quad B = \{1300_5, 302_4\};$$

$$C = \{13_7, 121_9, 242_8\}.$$

să se transcrie în baza 10 și să se efectueze operațiile:

$$A \cup B, \quad A \cup C, \quad A \cup B \cup C,$$

$$A \cap B, \quad A \cap C, \quad (A \cup B) \cap C.$$

Să se arate că $A \cup B = B \cup A$; $(A \cup B) \cup C = (A \cup C) \cup B$; $A \cap B = B \cap A$.

21. Care dintre mulțimile următoare sînt egale?

1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ divizibil cu } 2\},$

$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ se termină cu } 0 \text{ sau } 5\},$

$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ divizibil cu } 5\},$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ se termină cu } 0, 2, 4, 6, 8\}.$

22. Ce relații există între mulțimile.

$A = \{x \mid x \text{ triunghi cu un unghi drept}\},$

$B = \{x \mid x \text{ triunghi în care pătratul unei laturi este egal cu suma pătratelor celorlalte două laturi}\}.$

23. Scrieți relațiile de incluziune dintre mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 17\};$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 15\};$$

$$C = \{3, 7, 9\};$$

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 8\};$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 0\};$$

$$F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > -2\}.$$

24. Să se efectueze operațiile:

$$1) A = \{a, b, c, f, k, m, n\};$$

$$B = \{b, d, f, g, n, r, z\};$$

$$A \cap B; A \cup B; A - B; B - A.$$

$$2) A = \{x/x \in N, x < 124\};$$

$$B = \{x/x \in N, 38 < x < 100\};$$

$$A \cap B; A \cup B; A - B; B - A.$$

25. Să se efectueze operațiile:

$$M(4) \cap M(6);$$

$$M(2) \cap M(3);$$

$$M(5) \cap M(6);$$

$$M(3) \cap M(4);$$

$$M(4) \cap M(5);$$

$$M(8) \cap M(20);$$

$$M(3) \cap M(7);$$

$$M(3) \cap M(5);$$

$$M(2) \cap M(3) \cap M(5);$$

$$M(2) \cap M(4) \cap M(8) \cap M(16).$$

26. Calculați valorile necunoscute din diagramele date în figurile 94, 95, 96 și 97.

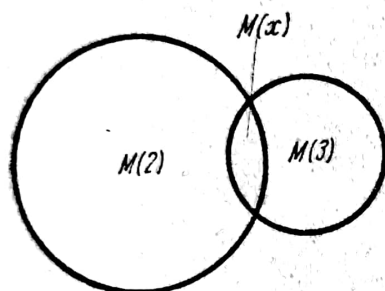


Fig. 94

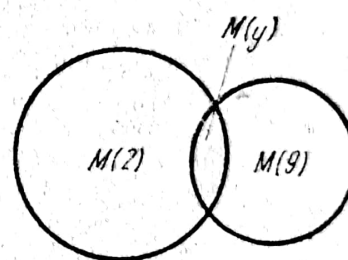


Fig. 95

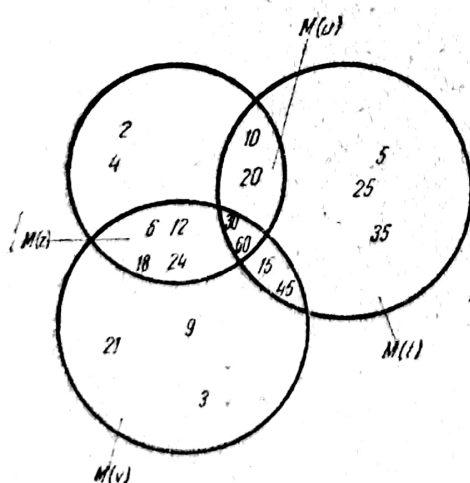


Fig. 96

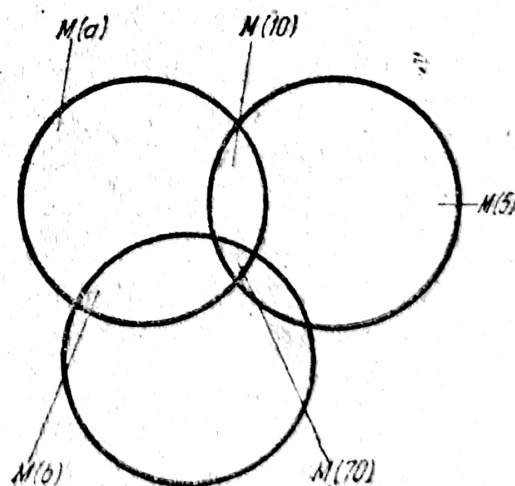


Fig. 97

27. Să se arate că:

- Mulțimea divizorilor celui mai mare divizor comun al numerelor 24 și 36 este egală cu mulțimea divizorilor comuni ai acestor numere.
- Afirmația precedentă rămâne valabilă pentru orice numere naturale?

c) Orice multiplu al celui mai mic multiplu comun al numerelor 3 și 6 este multiplu comun al numerelor 3 și 6?

d) Notind cu D_a mulțimea divizorilor lui a , să se arate că

$$(D_{24} \cap D_{36}) \subset D_{24}; \quad (D_{24} \cap D_{36}) \subset D_{36};$$

$$(D_{24} \cap D_{36}) \cup D_{36} = D_{36}.$$

28. a) Să se înlocuiască literele din diagramele următoare prin valorile numerice corespunzătoare (fig. 98);

b) care este c.m.m.m.c. al numerelor $M(x)$, $M(y)$ (fig. 99). Dar cel mai mare?

c) $D(a) \cap D(b) = ?$ Care este c.m.m.c.d. al numerelor a și b ?

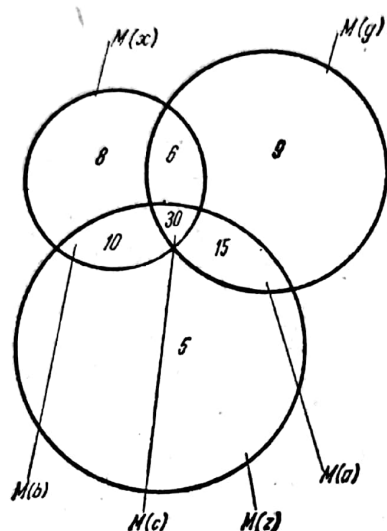


Fig. 98

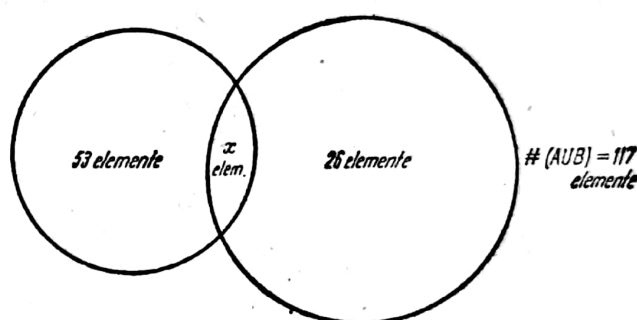


Fig. 99

29. Ținind seama că: — numărul elementelor unei mulțimi se numește cardinal; — cardinalul unei mulțimi se notează astfel: dacă mulțimea este A , atunci cardinalul ei este $\bar{A}$.

Arătați cu ajutorul mulțimilor A și B respectiv C și D proprietățile

$$(\overline{A \cup B}) = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\text{dacă } A \cap B = \emptyset$$

și

$$(\overline{A \cup B}) = \bar{A} + \bar{B} - (\overline{A \cap B})$$

cînd A și B nu sînt disjuncte

$$A = \{1, 2, 3, 4\}; \quad B = \{a, b, c, d\} \quad \text{și}$$

$$C = \{m, n, p\}; \quad D = \{m, n, 5\}$$

30. Ce relație există între mulțimile A și B dacă

$$1) \bar{A} = 27; \quad \bar{B} = 46; \quad (\overline{A \cup B}) = 73;$$

$$2) \bar{A} = 36; \quad \bar{B} = 59; \quad (\overline{A \cup B}) = 85.$$

Să se determine valorile numerice ale necunoscutelor din diagramele următoare :

3) $(\overline{A \cup B}) = 117$; (fig. 100)

4) $\overline{C} = 208$ elemente; (fig. 101)

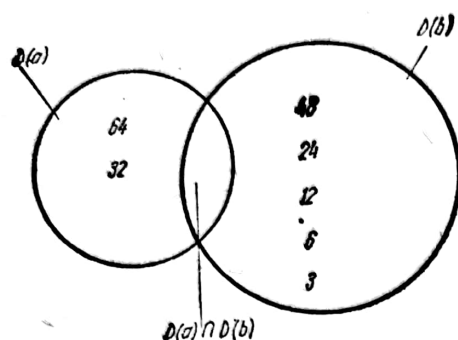


Fig. 100

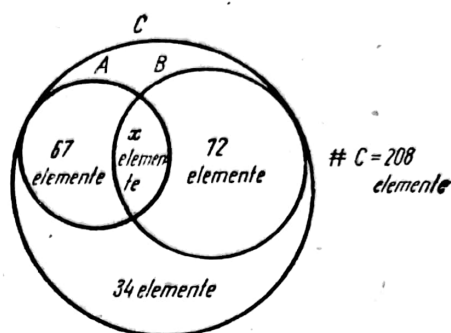


Fig. 101

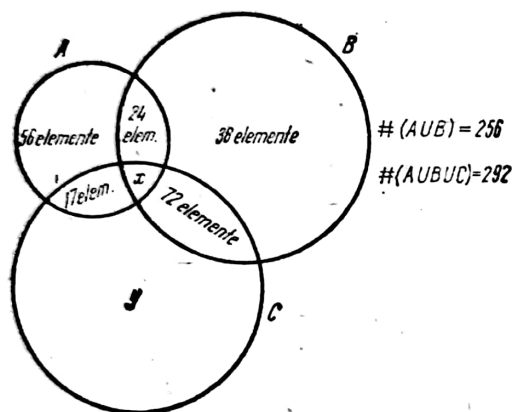


Fig. 102

5) $(\overline{A \cup B}) = 256$ elemente;

6) $(\overline{A \cup B \cup C}) = 292$ elemente.

31. Se dau mulțimile:

$E = \{x \mid x = \text{număr natural și } x \in [50, 80]\};$

$A = \{x \mid x = \text{număr natural impar și } A \subset E\}.$

$B = \{x \mid x = \text{număr par și } B \subset E\}.$

$C = \{x \mid x = \text{multiplu de 3 și } C \subset E\}.$

$D = \{x \mid x = \text{multiplu de 4 și } D \subset E\};$

Să se determine:

1) Fiecare din mulțimile A , B , C și D și

2) $A \cup B$ și $A \cap B$; 3) $(A \cap C) \cup (A \cap D)$;

4) $(B \cap C) \cup (B \cap D)$; 5) $C \cup D$ și $C \cap D$.

32. Se consideră $a, b, c \in N$ și

$$m = b + c,$$

$$n = c + a,$$

$$p = a + b.$$

Să se compare

$$(m + a);$$

$$(n + b);$$

$$(p + c).$$

33. Să se elimine operațiile fără sens:

1) în mulțimea N

a) $124 + 256 + 58;$

b) $43 + 86 - 200.$

c) $(5^2 + 2^4 + 3^2) : (6 + 12 + 9);$

d) $(10^2 + 10^3 + 10^4) : (10^3 + 10^4 + 10^5);$

$a \in N$

- e) $(a^5 + a^6 + a^7) : (a^8 + a^9 + a^{10})$;
 f) $(a^3 + a^2 \cdot a + a^4 \cdot a^7) : (a^{11} + 2a^3)$
 g) $(2a^4 - a^2 \cdot a^2 + 3a \cdot a^3 - 4a^3 \cdot a) : (a^8 - a^6 a^2)$
 h) $(3a^5 + a^7 - 9a^8) : (3a^4 - a^2 \cdot a^2 - 2a^3 a)$

2) în mulțimea Z

- a) $(60 + 20 - 30) - (40 + 25 + 5 - 120)$
 b) $(240 + 80) : (30 + 40)$
 c) $(156 - 30 - 120) : (24 + 6)$
 d) $(2^3 + 3^2 - 9^4) : (2 \cdot 3^2 - 16 - 2)$

$x \in Z$

- e) $(x^3 + x^2 + x + 1) : (x^4 + x^3 + x^2 + x)$
 f) $(x^4 + 1) : (x^2 \cdot x^2 + x^3 - x^4 - x \cdot x^2)$

3) în mulțimea Q

- a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) : \left(5 - \frac{3}{4} - \frac{17}{4}\right)$
 b) $(25 - 75 + 100) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)$
 c) $(2^3 - 3^2 + 5) : \left(\sqrt[3]{\frac{625}{576}} - 1\frac{1}{24}\right)$

34. Sînt corecte afirmațiile?

- | | |
|--|---|
| a) $(-8)^2 = -8^2$ | h) $\left(-\frac{3}{2}\right)^0 = 1$ |
| b) $(-2)^3 = -2^3$ | i) $\frac{0}{136^2} = 0$ |
| c) $-(-2)^3 = -(-2^3)$ | j) $\frac{2^3 \cdot 3^5}{0} = 0$ |
| d) $(-1)^5 = 1^5$ | k) $\frac{-87}{1} = -2$ |
| e) $(20)^0 = 1$ | l) $\frac{2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3}{4^2 \cdot 5^2 \cdot (-1)^3} = 5$ |
| f) $(30)^0 = \frac{1}{2}$ | |
| g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{2}$ | |

35. Să se efectueze:

- a) $(-3)^4$; $(0,1)^2$; $(-0,01)^3$.
 b) $(-3\sqrt[3]{6})^2$.
 c) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}\right)^3$.
 d) $\left(\frac{1}{4}\sqrt[4]{2}\right)^4$.
 e) $(5 - \sqrt{2})^2 = (5 - \sqrt{2})(5 - \sqrt{2})$
 f) $(\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{3})^2$.

36. Pătratul unui număr este 12321, cubul aceluiași număr este 1367631. Care este acest număr?

Rezolvare: $a^2 = 12321$

$$a^3 = 1367631$$

$$a^3 = a^2 \cdot a$$

$$1367631 = 12321 \cdot a$$

$$a = \frac{1\ 367\ 631}{12\ 321}$$

$$a = 111$$

37. Să se calculeze:

a) $(-2)^3; \left(-\frac{1}{2}\right)^5$.

b) $(-3)^3(+3)^2; [(-2)^3]^2$

c) $[(-3)^2]^3$.

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$.

e) $((2^3)^2)^3; (2^{3^2})$.

f) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^0$.

g) $\left(\frac{4}{11}\right)^{10} : \left(\frac{4}{11}\right)^3 : \left(\frac{4}{11}\right)^2$.

h) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0}{\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4}$.

38. Folosind proprietățile:

$$\sqrt[a^x]{a^x} = |a^x| \text{ și } \sqrt[A \cdot B \cdot C]{A \cdot B \cdot C} = \sqrt[A]{A} \sqrt[B]{B} \sqrt[C]{C}. \quad a > 0; A > 0; B > 0, C > 0.$$

Să se calculeze

$$\sqrt[a^{124}]{a^{62}}; \sqrt{x^{42}}; \sqrt[a^4]{a^4}; \sqrt[y^{288}]{y}; \sqrt[z^{600}]{z}.$$

$$\sqrt{24}; \sqrt{108}; \sqrt{48}; \sqrt{1000}; \sqrt{500}; \sqrt{ab^2}; \sqrt{a^3};$$

$$\sqrt{a^4b^4}; \sqrt{12a^9}; \sqrt{16a^7b^4c^2}. \quad a, b, c, \in N$$

39. Să se calculeze:

a) $\left(\frac{22-2}{2}\right)^{2+2^2} =$

b) $\left(3 \times 3 + \frac{3}{3}\right)^{3+3} =$

c) $(\sqrt{4} + 4\sqrt{4})^{4+\sqrt{4}} =$

d) $(5+5)^{5+\frac{5}{5}} =$

e) $\left(\frac{66-6}{6}\right)^6 =$

$$f) \left(\frac{77-7}{7} \right)^{7+\frac{7}{7}} =$$

$$g) \left(8 + \sqrt{\sqrt{8+8}} \right)^{8-\sqrt{\sqrt{8+8}}} =$$

$$h) \left(9 + \frac{9}{9} \right)^{\sqrt{9} + \sqrt{9}} =$$

$$e) 80 \times 625 \times [7 + 9 + \sqrt{(1+3) \times 4}] =$$

40. Observînd că $22^2 = 484$ și $202^2 = 40804$.

Să se calculeze puterile

$$2002^2 =$$

$$20002^2 =$$

$$200002^2 =$$

41. Să se verifice că

$$\begin{array}{ll} 1^2 = & 1 \\ 11^2 = & 121 \\ 111^2 = & 12321 \\ 1111^2 = & 1234321 \\ 11111^2 = & 123454321 \\ 111111^2 = & 12345654321 \\ 1111111^2 = & 1234567654321 \\ 11111111^2 = & 123456787654321 \\ 111111111^2 = & 12345678987654321 \end{array}$$

42. Folosind proprietatea că pătratul unui număr natural n este egal cu suma a n numere impare consecutive luate din șirul numerelor naturale, pornind de la 1, să se completeze exercițiul:

$$\begin{array}{ll} 1^2 = 1 & 8^2 = \\ 2^2 = 1 + 3 & 9^2 = \\ 3^2 = 1 + 3 + 5 & 10^2 = \\ 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7 = & 11^2 = \\ 5^2 = & 12^2 = \\ 6^2 = & 13^2 = \\ 7^2 = & \end{array}$$

43. Să se afle mulțimea numerelor de 4 cifre care sînt divizibile simultan cu 2,3, 4,5,6 și 7.

Rezolvare

Un număr divizibil simultan cu 2,3,4,5,6 și 7 este de forma $3 \times 4 \times 5 \times 7 \times k = 420 k$, $k \in \mathbb{Z}$.



Dacă are 4 cifre trebuie să îndeplinească și condiția

$$10^3 < 420k < 10^4$$

$$\frac{1000}{420} < k < \frac{10000}{420}$$

$$2 < k < 24$$

$$R. \{420 \times 3, 420 \times 4, 420 \times 5, \dots, 420 \times 23\}.$$

44. Să se calculeze:

$$a) \frac{(-5)^0 + 3 + \frac{4}{3} - (1)^{205}}{(-1)^{343} + 3 - \frac{4}{3} - \left(+\frac{3}{2}\right)^0} : \frac{2\frac{1}{7} - (3)^0 - 2 + 1^{256}}{\frac{15}{7} + (51)^0 + 2 - 1^4}$$

$$b) \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{(5-4-1)^3}{3} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{(8-2^3)^5}{91}} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{6}{6}}{2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$$

45. a) Suma a două fracții ireductibile este o fracție ireductibilă?

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

R. Da, fiind numitorii celor două fracții sînt numere prime între ele.

b) Diferența a două fracții ireductibile este o fracție ireductibilă?

R. Numitorii numere prime.

c) Cîmul a două fracții ireductibile este o fracție ireductibilă?

R. Dacă cei doi numărători și cei doi numitori sînt numere prime între ele.

d) Cîmul a două fracții ireductibile este un număr întreg?

$$R. \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \text{ dacă } d \cdot b \text{ și } a \cdot c$$

46. Sînt ireductibile fracțiile:

$$\frac{n}{n+1}; \quad \frac{n}{2n+1}; \quad \frac{n}{n+2}; \quad \frac{2n+1}{n(n+1)}?$$

Indicație. Dacă ar fi reductibile, același divizor d l-ar avea n , $n+1$ și diferența lor

$$n+1 - n = 1. \quad \text{Deci } \frac{n}{n+1} \text{ ireductibil.}$$

47. Să se găsească numerele x și y astfel încît

$$\frac{3+x}{4+y} = \frac{3}{4}, \text{ iar } x+y = 343.$$

48. Să se determine un număr $\overline{abc}$ de trei cifre dacă:

- $a = c$ și numărul este divizibil cu 5 și 3;
- $a = c$ și numărul este divizibil cu 3 și 11;
- numărul este divizibil cu 3,5 și 11;
- numărul este pătrat perfect divizibil prin 3 și 5.

49. Să se determine $n \in N$ astfel ca fracția $\frac{n+11}{n-1}$ să fie reductibilă.

Indicație. $\frac{n+11}{n-1} = \frac{n-1+12}{n-1} = 1 + \frac{12}{n-1}$

$$n-1 \in \{\text{divizorilor lui } 12\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

50. a) Cunoscând cel mai mare divizor comun d a lui a și b , calculați c.m.m.d.c. al expresiilor

1) a și $a+b$

2) $15a+4b$ și $11a+3b$.

b) Care sînt valorile întregi ale lui a astfel încît fracțiile să fie numere întregi?

1) $\frac{a-1}{2}$; $\frac{a}{8}$; $\frac{a+2}{3}$; $\frac{5a+1}{6}$

2) $\frac{3}{a}$; $\frac{4}{a-1}$; $\frac{12}{a+2}$

3) $\frac{a+8}{a}$; $\frac{a+11}{a-1}$; $\frac{a+3}{a-2}$; $\frac{2a+1}{a-1}$.

Indicații.

1) $\frac{a-1}{2} = k$; $a = 2k+1$; $k \in Z$

2) $\frac{4}{a-1} = k$; $a-1$ trebuie să aparțină mulțimii divizorilor lui 4 deci

$$(a-1) \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}, \quad a-1 = 1; \quad a-1 = -1;$$

$$\frac{a+11}{a-1} = \frac{a-1+12}{a-1} = 1 + \frac{12}{a-1}$$

$$a-1 = -1,$$

$$(a-1) \in \{\text{divizorilor lui } 12\}; \quad a-1 = +1;$$

$$a-2 = 2.$$

3) $\frac{2a+1}{a-1} = 2 + \frac{3}{a-1}$; $(a-1) \in \{\text{mulțimii divizorilor lui } 3\}.$

51. Să se verifice prin calcule numerice:

1) dacă două numere sînt de forma $a = pn$ și $b = p(n-1)$ atunci c.m.m.d.c. = diferența lor.

2) reciproc dacă două numere au ca c.m.m.d.c. diferența lor, atunci ele sînt de forma

$$a = pn \quad \text{și} \quad b = p(n-1)$$

unde

$$p \quad \text{și} \quad n \in N \quad \text{și} \quad n \neq 1.$$

Două numere au ca c.m.m.d.c. diferența lor și c.m.m.m.c. = 30. Să se găsească aceste numere.

Rezolvare:

$$\text{c.m.m.d.c.} = a - b$$

$$\text{c.m.m.m.c.} = pn(n - 1),$$

$$a = pn, \quad b = p(n - 1),$$

$$p \cdot n(n - 1) = 30,$$

$$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30.$$

$$a = 15.$$

$$b = 10.$$

52. 1) Să se arate că dacă $(a, b) = d$ atunci

$$(a + bc, a + b(c - 1)) = d.$$

2) Să se arate că sumele

$$11a + 2b \text{ și } 18a + 5b$$

nu au alți divizori decât pe 19 și 1.

Rezolvare:

$$\begin{array}{rcl} 11a + 2b & 5 & \text{diferența} = 19a \text{ sau } 19b. \\ 18a + 5b & 2 & \end{array}$$

53. Ținând seamă că $|a|$ modul de a este valoarea absolută a lui a și deci

$$a = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0. \end{cases}$$

Să se calculeze valorile numerice ale expresiilor

$$A = a + b - 3 - (a - |b|) + 2$$

$$B = |a + b| - 3 - |a - b| + 2$$

pentru $a = 1 \quad b = -2 \quad a = 3 \quad b = 6.$

54. a) Numerele întregi a și b ($\neq 0$) sînt legate prin relația

$$\frac{a}{3} - \frac{b}{6} = \frac{1}{2}$$

1) Să se calculeze $2a - b$;

2) $b \in 2\mathbb{Z}$?

3) Care este cea mai mică valoare a lui $b \in \mathbb{N}$ și cit este a în acest caz?

b) Să se afle două numere știind că:

1) diferența lor este 538, citul împărțirii este 13, iar restul 22.

2) suma a două numere este 2096. Citul împărțirii lor este 5 și restul 206.

Rezolvare:

$$1) a = bq + r$$

$$a = 13b + 22$$

$$a - b = 13b + 22 - b$$

$$538 = 12b + 22$$

$$538 - 22 = 12b;$$

$$a - 43 = 538.$$

$$b = 43$$

$$a = 581.$$

2)

$$a = bq + r$$

$$a + b = b \cdot 5 + 206 + b$$

$$2096 - 206 = 6b$$

$$b = 315;$$

$$\frac{1890}{6} = 315;$$

$$a = 1781.$$

55. Să se afle numărul $N = \overline{abba}$ care se divide cu 11, 13 și 14

Soluție:

$$2002 = 11 \times 13 \times 14$$

$$4004$$

$$6006$$

$$8008$$

56. Un număr natural de două cifre este egal cu $\frac{2}{9}$ din numărul obținut prin permutarea cifrelor.

Care este numărul?

Soluție:

Numărul trebuie să fie de două cifre, întreg și divizibil cu 9:

18, 27, 36, 45 81, 90, 99.....

Singura soluție

18 și 81

57. Expresia $E = \frac{a+17}{a-4}$ poate fi egală cu un număr întreg?

58. Să se găsească 2 numere naturale x și y care satisfac egalitatea:

Rezolvare:

$$4231 = 713x + y$$

$$4231 : 713 = 5 \text{ rest } y$$

$$713 \times 5 = 3565$$

$$x = 5, y = 666.$$

59. Să se găsească un număr de două cifre știind că suma cifrelor lui este egală cu 13 și că dacă cifrele se permută, numărul se micșorează cu 45.

Rezolvare:

$$10a + b = 10b + a + 45$$

$$9a - 9b = 45$$

$$a - b = 5$$

$$a + b = 13$$

$$a = 9$$

$$b = 4$$

R. 94

60. Cum trebuie alese două numere de două cifre astfel ca cel mai mic să devină cel mai mare când se permută cele două cifre ale fiecăruia.

Rezolvare: Dacă cele două numere sînt $\overline{ab} < \overline{cd}$, $b > d$.

61. a) Ce devine un produs dacă se mărește unul dintre factori cu un număr p ?

Rezolvare: xy

$$(x + p)y = xy + py$$

Se mărește cu py .

b) Produsul a două numere este 360; dacă se mărește de înmulțitul cu 5, produsul devine 460. Să se afle cele două numere.

Rezolvare:

$$x \cdot y = 360,$$

$$(x + 5)y = 460,$$

$$5y = 100,$$

$$y = 20.$$

62. a) Pentru ce valori reale ale lui x expresia $-4x$ este un număr pozitiv, un număr negativ, egal cu zero și egală cu 8?

b) Pentru ce valori reale ale lui a fracția $\frac{a-3}{2}$ este un număr pozitiv, un număr negativ, un număr întreg, egal cu zero?

c) Pentru ce valori ale lui x și y sînt adevărate relațiile

$$x + y = 0; \quad xy = 0$$

d) Pentru ce valori ale lui x sînt adevărate relațiile

$$x < 2x; \quad x = 2x; \quad x > 2x.$$

e) Să se arate pentru ce valori ale lui x și y

$$x + y = x; \quad x + y = y$$

$$x + y > x; \quad x + y > y$$

63. Ce valori pot avea numerele reale a și b astfel încît fracția $\frac{a}{b}$ să fie:

a) un număr pozitiv,

b) un număr negativ,

c) egală cu 0.

64. Pentru ce valori ale lui x , fracțiile următoare sînt pozitive, negative, fără sens:

$$\frac{3}{x-1}; \quad \frac{8}{x-3}; \quad \frac{3}{3x-8}; \quad \frac{1}{x+5}.$$

65. Arătați că suma a 5 numere naturale consecutive este divizibilă cu 5.

Găsiți 5 numere consecutive a căror sumă să fie egală cu 25.

Găsiți 4 numere consecutive a căror sumă să fie egală cu 450.

66. Descăzutul unei scăderi se mărește cu 20, iar scăzătorul se micșorează cu 8. Ce se întîmplă cu diferența?

Rezolvare:

$$a - b$$

$$(a + 20) - (b - 8) = a + 20 - b + 8 = a - b + 8.$$

67. Împărțind un număr prin 3,2 l-am micșorat cu 99.

Care este numărul?

68. Împărțind un număr prin 0,32 l-am mărit cu 153. Care este numărul?

69. Înmulțind un număr cu 0,75 l-am micșorat cu 0,25. Care este numărul?



70. Înmulțind un număr cu 1,25, el se mărește cu 4. Care este numărul?
 71. Înmulțind un număr cu 9,75 l-am mărit cu 280. Care este numărul?
 72. Înmulțind un număr cu 0,75 l-am micșorat cu 8. Care este numărul?
 73. Produsul a două numere se mărește cu 152 dacă fiecare dintre numere se mărește cu 8.

Diferența celor două numere este 1.

Rezolvare:

$$\begin{aligned}(a + 8)(b + 8) &= ab + 8b + 8a + 64 \\ 8a + 8b + 64 &= 152 \\ a + b &= 11 \\ a - b &= 1 \\ a = 6, \quad b = 5, \quad ab &= 30.\end{aligned}$$

74. Diferența a două numere este egală cu 2, iar produsul lor se mărește cu 52 dacă primul număr se mărește cu 2 și al doilea cu 3.
Care sînt cele două numere?
75. Dacă se așază un zero la dreapta unui număr de două cifre, acest număr se mărește cu 7 sute și zecile se micșorează cu 7.
Care este numărul?
76. Dacă se așază un zero între cifra zecilor și cifra unităților unui număr, acest număr se mărește cu 5 sute și 4 zeci.
Care este numărul?
77. 1) Calculați restul împărțirii prin 9 a fiecărui din numerele 7436; 732; 2138.
2) Calculați restul împărțirii prin 9 a sumei

$$7436 + 732 + 2138$$

și comparați cu suma resturilor de la 1.

78. Care numere de 2 cifre, de 3 cifre și de 4 cifre nu-și schimbă valoarea cînd se schimbă ordinea cifrelor?
79. Scrieți numerele de două cifre cu cifrele x și $x + y$.
Faceți suma și arătați prin ce număr este divizibilă.
80. Scrieți numerele care au cifrele x, y, z . Faceți suma și dovediți că este divizibilă cu 222.

$$\overline{zxy} + \overline{xzy} + \overline{xyz}$$

$$\overline{zyx} + \overline{yzx} + \overline{yxz}$$

$$100z + 10x + y$$

$$10z + 100x + y$$

$$z + 100x + 10y$$

$$100z + x + 10y$$

$$10z + x + 100y$$

$$z + 10x + 100y$$

$$222z + 222x + 222y = 222(x + y + z).$$

81. Să se reprezinte în raport cu un sistem de axe ortogonale de coordonate punctele:

a) $A(3, 0)$; $B(5, 0)$; $C(-2, 0)$; $D(-3\frac{1}{2}, 0)$; $E(-5, 0)$;

b) $M(0, 5)$; $N(0, \frac{1}{2})$; $N(0, -3)$; $P(0, -5)$;

c) $T(2, 4)$; $U(3, 6)$; $V(-1, -2)$; $Z(-5, -10)$.

Scrieți proprietatea caracteristică a fiecărei grupe de puncte a , b , c .

$$\begin{aligned} R. \quad A &\in (x \ x') \\ M &\in (y \ y') \\ T &\in (x, \ 2x). \end{aligned}$$

82. Să se reprezinte punctele:

a) $A(3, \frac{3}{2})$; $B(1, \frac{1}{2})$; $C(-6, -3)$.

b) $A(1, 1)$; $B(3, 3)$; $C(-4, -4)$; $D(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$. $O(0, 0)$.

c) $A(-3, 9)$; $B(-1, 3)$; $C(4, -12)$

și desenați dreapta pe care se găsesc aceste puncte.

83. Să se reprezinte în raport cu un sistem de axe ortogonale de coordonate punctele:

$A(2, 2)$; $B(-5, -5)$; $C(-4, -4)$; $D(-3\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2})$.

Să se unească aceste puncte și să se observe că se găsesc pe o linie dreaptă

84. Să se contruiască:

a) segmentele care unesc punctele:

$A(3, 4)$ și $B(-5, -1)$;

$C(-4, 3)$ și $D(8, 2)$;

$E(0, 2)$ și $F(0, 3)$.

b) triunghiul care are ca vîrfuri punctele:

$A(4, 5)$, $B(6, 3)$ și $C(-4, 2)$;

$M(0, 4)$, $N(2, 0)$ și $P(-3, -3)$.

c) patrulaterul care are ca vîrfuri punctele:

$A(1, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(2, 5)$ și $D(6, -5)$;

$M(3, 4)$, $N(-2, -2)$, $P(1, 2)$ și $Q(-2, 5)$.

85. Se consideră triunghiul cu vîrfurile $A(1, 1)$, $B(2, -3)$ și $C(4, -1)$. Să se calculeze coordonatele picioarelor medianelor.

86. Se consideră patrulaterul ale cărui vîrfuri sînt $A(1, 2)$, $B(2, 3)$, $C(5, 3)$, $D(6, 2)$. Să se figureze în plan acest patrulater. Ce formă are acest patrulater?

87. Să se reprezinte punctele:

$A(2, 3)$; $B(6, 5)$; $C(-4, 8)$; $D(4, -8)$.

a) Să se afle lungimile segmentelor: AB ; CD ; AC ; AD ; BC ; BD .

b) Să se afle coordonatele mijloacelor segmentelor: AB , CD , AC , AD , BC , BD .

88. Scrieți cu ajutorul literelor:

- suma a două numere inverse împărțită la diferența lor;
- suma a două numere pozitive este mai mare ca zero;
- suma a două numere negative este mai mică decât zero;
- suma a două numere opuse este egală cu zero;
- produsul a două numere inverse este egal cu 1.

89. Scrieți cu ajutorul literelor:

- suma unui număr, dublul altui număr și $\frac{1}{5}$ din al treilea;
- diferența dintre dublul sumei și triplul diferenței a două numere;
- dublul produsului dintre pătratul unui număr și cubul altui număr;
- cîmul dintre suma pătratelor a două numere și diferența pătratelor lor.

90. Un teren în formă de dreptunghi cu lungimea $= a$ și lățimea $= b$ se împarte în n parcele egale de arie x . Să se scrie expresia lui x și să se arate ce dependență există între x , a , b și n .

Într-un atelier sînt n războaie și în z zile s-au țesut m metri de pînză. Să se scrie expresia producției unui război pe zi. Ce relații se stabilesc între x , m , n și z ?

Să se calculeze valorile numerice ale expresiilor algebrice:

91. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

$x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

pentru $x = 2$, $x = 1$, $x = -\frac{1}{2}$.

92. $u^4 + u^3v + 6u^2v^2 + 4uv^3 + v^4$

$u = -1$;

$v = 2$

93. $2u^2 - uv - 3v^2 + 4u - v + 2$

$u = \frac{1}{2}$

$v = -\frac{1}{2}$

94. $5u^3 + 4u^2v - 7uv^2 + v^3$

$v = \frac{1}{3}$

$v = -3$

95. $a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc$

pentru $a = 3$

și

$a = -\frac{1}{2}$

$b = -2$;

$b = \frac{1}{3}$

$c = 1$

$c = -\frac{5}{6}$.

$$96. (a - 2b - 2c)^2 + (b - 2c - 2a)^2 + (c - 2a - 2b)^2$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = -3$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

$$b = -1$$

$$c = \frac{1}{4}$$

$$97. (a + b + c)^4 - (b + c)^4 + (c + a)^4 - (a + b)^4 + a^4 + b^4 + c^4$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = 2;$$

$$a = \frac{1}{2},$$

$$b = \frac{1}{3}$$

$$c = -1;$$

$$a = 3$$

$$b = -1$$

$$c = -2.$$

$$98. (x^2 + 3x - 2)^2$$

$$x = -1;$$

$$x = 2;$$

$$x = \frac{2}{3}.$$

$$99. (2x^3 - 5x^2 + 6x - 4)^2$$

$$x = 0;$$

$$x = 1;$$

$$x = -\frac{1}{2}.$$

$$100. a(b + c - a)^2 + b(c + a - b)^2 + c(a + b - c)^2 + (b + c - a)(c + a - b)(a + b - c)$$

$$a = 2,$$

$$a = 0,$$

$$a = -\frac{1}{2},$$

$$b = 1,$$

$$b = -1,$$

$$b = 2,$$

$$c = 1,$$

$$c = 1$$

$$c = -\frac{1}{3}.$$

$$101. (2a^2 + 3ab - b^2)^2 - 4(a^2 - b^2)(a^2 + 3ab + 2b^2)$$

$$a = 2;$$

$$b = -1;$$

$$a = \frac{1}{2},$$

$$b = -\frac{1}{3}.$$

$$102. (a^2 + b^2 + c^2 + bc + ca + ab)^2 - (a + b + c)^2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$a = 1,$$

$$a = 0$$

$$a = -\frac{1}{3},$$

$$b = 0,$$

$$b = \frac{1}{2},$$

$$b = -3,$$

$$c = -1,$$

$$c = -2,$$

$$c = 0.$$

103.
$$\frac{1}{(x+y)^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{2}{(x+y)^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$$

$$x = -2, \quad x = \frac{1}{6},$$

$$y = 3, \quad y = \frac{1}{2}.$$

104.
$$\frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)}$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = -\frac{1}{3}, \quad x = 3, \quad y = -1.$$

105.
$$\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{b+c} + \frac{2c}{c+a} + \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$a = 1, \quad b = -2, \quad c = 3;$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}, \quad c = -1.$$

106.
$$\left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)\left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$$

$$a = 2, \quad a = -\frac{1}{3},$$

$$b = -1, \quad b = \frac{3}{4},$$

$$c = 3, \quad c = -\frac{1}{2}.$$

107.
$$\frac{a(b-c)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b(c-a)^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c(a-b)^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$a = \frac{1}{3}, \quad b = -1, \quad c = \frac{1}{2}.$$

$$a = \frac{2}{5}, \quad b = 1, \quad c = -\frac{3}{4}.$$

Probleme date la concursurile de matematică

108. a) Să se arate că ultima cifră a unui pătrat perfect nu poate fi decât 0, 1, 4, 5, 6, 9.
 b) $E = \sqrt[5]{5n+3}$ nu poate fi număr natural.

Rezolvare

Pentru numerele de o cifră e clar căci pătrate perfecte sînt: 0, 1, 4, 9.
 Pentru numerele de două cifre $N = 10z + u$;

$$N^2 = 100z^2 + 20z + u^2 \text{ deci } u^2 = 1^2; u^2 = 2^2; u^2 = 3^2; u^2 = 4^2 \text{ etc.}$$

$$b) E = \sqrt{5n+3}, \quad E^2 = 5n+3, \\ 2E^2 = 10n+6.$$

109. Să se determine cifrele cu care se poate termina numărul $16n^4 + 1$; $n \in N$.

Rezolvare

n^2 se termină cu 0, 1, 4, 5, 6, 9.

n^4 se termină cu 0, 1, 5, 6

$6n^4$ se termină cu 0, 6

$6n^4 + 1$ se termină cu $0 + 1 = 1$ sau $6 + 1 = 7$.

110. Să se arate că numărul de forma $n = 2a^2 + 3b^2$ se poate scrie ca sumă de trei numere naturale distincte.

$$R. (a+b)^2 + (a-b)^2 + b^2.$$

111. Să se arate că a) orice număr de forma $2k+1$; $k \in N$ se poate scrie ca diferența pătratelor a două numere naturale;

b) diferența cuburilor a două numere naturale consecutive poate fi scrisă ca diferența pătratelor a două numere naturale.

Rezolvare

$$a) 2k+1 = k^2 + 2k + 1 - k^2;$$

$$2k+1 = (k+1)^2 - k^2;$$

$$b) (k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1;$$

$$(k+1)^3 - k^3 = 3k(k+1) + 1.$$

$k(k+1)$ fiind produs de numere consecutive este par, $3k(k+1) + 1$ este deci impar, deci conform rezolvării punctului a) se poate scrie ca diferență de pătrate.

112. Se consideră perechile de numere raționale

$$\frac{5}{3} \text{ și } \frac{5}{2}; \quad \frac{8}{3} \text{ și } \frac{8}{5}; \quad -\frac{1}{3} \text{ și } -\frac{1}{2}; \quad -3 \text{ și } \frac{3}{4}.$$

Numerele din fiecare pereche au proprietatea că produsul lor este egal cu suma lor.

Găsiți legea de formare a perechilor de numere raționale care au această proprietate.

$$R. a, \frac{a}{a-1}.$$

113. Să se găsească toate fracțiile ordinare ireductibile (numărătorii și numitorii numere naturale), astfel încât fiecare din ele să aibă proprietatea că mărinț numărătorul și numitorul cu 2 să obținem o fracție de două ori mai mare.

Rezolvare

Fracția este $\frac{a}{b}$; $a, b \in N$; $\frac{a+2}{b+2} = \frac{2a}{b}$: Folosind proprietățile proporțiilor derivate obținem:

$a = \frac{2b}{b+4}$, adunând și scăzând la numărător și numitor 8 obținem $a = 2 - \frac{8}{b+4}$, deci $b+4$ trebuie să fie divizorul lui 8.

Deci $b+4 = 1$; $b+4 = 2$; $b+4 = 4$, $b+4 = 8$. Numai valoarea lui b , din ultima relație este soluție a problemei deci $a = 1$; $b = 4$.

114. Să se determine x astfel ca numărul $N = \overline{1x8125}$ să se dividă cu 1975.

Rezolvare

Numărul 108125 împărțit la 1975 dă restul 1475. Deoarece x reprezintă cifra zecilor de mii, trebuie ca $10000x + 1475$ să se dividă cu 1975. Făcând abstracție de multiplul lui 1975 rezultă $125x + 1475$ să fie divizibil cu 1975, dar deoarece $1 \leq x \leq 9$ exista numai cazul $125x + 1475 = 1975$ deci $x = 4$, iar $N = 148125$.

115. Calculați

$$E = (-1)^k + (-1)^{k+2} \text{ pentru } k \in \mathbb{N}.$$

Rezolvare

$k = \text{număr par}$

$$(-1)^k = 1; (-1)^{k+2} = 1; E = 2.$$

$k = \text{număr impar}$

$$(-1)^k = -1; (-1)^{k+2} = -1;$$

$$E = -2.$$

116. Se da $a = -4$; $b - c = 2$

$$d = 64^{128} - (16^{96} + 1) \cdot (4^{96} + 1) \cdot (4^{96} - 1) + 1$$

Să se calculeze:

$$1) ab - ac; 2) \frac{1}{2}b^2 - bc + \frac{1}{2}c^2; 3) a^2 - ab + ac - ad.$$

Rezolvare

$$d = (2^6)^{128} - (2^6)^{128} + 1 + 1 = 2$$

$$ab - ac = a(b - c) = (-4)2 = -8$$

$$\frac{1}{2}b^2 - bc + \frac{1}{2}c^2 = \frac{(b - c)^2}{2} = 2$$

$$a^2 - ab + ac - ad = a^2 - ad - a(b - c) = 32.$$

117. Se dă dreapta $5x + 4y - 20 = 0$ care taie axele de coordonate în punctele $A(\text{acm}, 0)$ și $B(0, \text{bcm})$. Să se afle aria triunghiului AOB (O fiind originea axelor de coordonate).

R. 10 cm².

118. Se dau dreptele $6x + 8y - 24 = 0$ și $4x + 3y - 12 = 0$ care taie axele de coordonate în punctele $A(0, y_1\text{cm})$ și $B(x_1\text{cm}, 0)$, $C(0, y_2\text{cm})$ și $D(x_2\text{cm}, 0)$. Să se calculeze aria patrulaterului $ABCD$.

R. 18 cm²

Răspunsuri

Exerciții și probleme recapitulative pentru clasa a VII-a

1. $x = 2\frac{22}{39}$. 2. $x = 11\frac{13}{20}$. 3. $x = 601\frac{19}{35}$. 4. $x = 1$. 5. $x = 361$. 10. $\frac{5}{7}$ 11. $x = 2$, $y = 3$; $x = -37$; $y = 42$. 12. 280. 13. (5, 14); (41, 50); (12, 21). 14. $\emptyset$. 15. (11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91). 17. $\overline{abc}$ = numărul; $\{\overline{abc}, \overline{cba}, \overline{acb}, \overline{cab}, \overline{bac}, \overline{bca}\}$.
18. 1) $x \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ 2) $x \in \{0, 4, 8\}$ 10) $x \in \{0\}$. 19. $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $d = 4$.
20. a) Nu. $1010_2 = 20_5 = 22_4 = 13_7 = 11_9 = 10$; b) Nu. $A = \{100\}$. c) $A \cup B$: $\{10, 50, 100, 200\}$ $A \cap B = \{50\}$. 21. 1) $A = D$: 2) $D = X$.
23. $B \subset A$; $C \subset A$; $D \subset A \dots A, B, C, D$, $ECE \subset F$. 24. $A \cap B = \{b, f, n\}$; $A - B = \{a, c, k, n\}$; $B - A = \{d, g, r, z\}$.
30. 1) $A \cap B = \Phi$. 2) A și B au 10 elemente comune. 3) $x = 38$; 4) $x = 35$; 6) $x = 118$, $y = 85$.
32. $m + a = n + b = p + c = a + b + c$.
33. 1) Trebuie eliminate: b, c, d, e, g, h . 2) b, c, d, e, f 3) a, b, c, d . 34. Nu: a, d, f, g, j, k, l .
37. e) 2^{18} ; 2^o f) $-\left(\frac{5}{7}\right)^9$. 39. 10^6 . 40. 4008004; 40008004; 40000800004.
44. a) -377 . b) $\frac{23}{35}$. 47. $x = 147$; $y = 196$. 48. a) 525, 555, 585. b) 363, 858. c) 165, 330, 495, 660, 825, 990. d) 225, 900. 49. a) divizorii lui $12 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3 \text{ etc. } 50.\}$ 1) d. 2) d. 54. $\frac{a+17}{a-4} = 1 + \frac{21}{a-4}$ ($a-4 \in \{\text{diviz. lui } 21\}$).
62. a) $x < 0$, $x > 0, 0$. b) $x > 3$, $x = 3$, $x < 3$. d) $x > 0$, $x = 0$, $x < 0$.
63. 1) $a > 0$, $b > 0$ sau $a < 0$, $b < 0$; 2) $a > 0$, $b < 0$ sau $a < 0$, $b > 0$, 3) $a = 0$, $b \neq 0$.
64. pozitive când $x > 1$; $x > 3$; $x > \frac{8}{3}$; $x > -5$ fără sens $x = 1$; $x = 3$; $x = \frac{8}{3}$; $x = -5$.
67. 264. 68. 72. 69. 1. 70. 16. 71. 32. 72. 32. 74. 10; 8. 75. 70. 78. $\overline{aa}$; $\overline{aaa}$; $\overline{aaaa}$. 79. 11.

$$88. \frac{x + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}}; x > 0, y > 0, x + y > 0; x < 0, y < 0, x + y < 0, x + (-x) = 0;$$

$$x; \frac{1}{x} = 1.$$

$$89. x + 2y + \frac{z}{5}; 2(x + y) - 3(x - y); 2x^2y^3; \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}.$$

$$90. x = \frac{ab}{n}, x \text{ este direct proporțional cu } a \text{ și } b, \text{ invers proporțional cu } n;$$

$$x = \frac{m}{nz}. 91. 1. 81; 243.$$

$$91. 1; 16; \frac{1}{32}. 92. 7. 93. 4\frac{1}{2} 94. -49\frac{4}{27}.$$

$$95. -4; -\frac{1}{9}. 96. 126; 10\frac{9}{16}. 97. 114; \frac{11}{24}.$$

$$98. 16; 64; \frac{16}{81}; 99. 16; -1; 72\frac{1}{4}. 100. 4; -4. 102. 1; 9\frac{7}{16}.$$

$$103. -\frac{11}{36}; 180. 106. 4; 4. 107. 3\frac{3}{8}.$$

Cuprinsul

| | |
|-------------|---|
| Capitolul I | |
| Mulțimi | 3 |

Capitolul II Numerația

| | |
|---|----|
| A. Scrierea și citirea numerelor naturale | 7 |
| 1. Numerația orală | 7 |
| 2. Numerația scrisă | 8 |
| B. Scrierea și citirea numerelor zecimale | 10 |
| C. Sisteme de numeție | 13 |
| Răspunsuri | 16 |

| | |
|-----------------|----|
| Capitolul III | |
| Sistemul metric | 21 |

Capitolul IV Cele patru operații cu numere naturale și zecimale

| | |
|---|----|
| A. Cele patru operații cu numere naturale | 25 |
| 1. Adunarea | 25 |
| 2. Scăderea | 27 |
| 3. Adunarea și scăderea | 28 |
| 4. Înmulțirea | 30 |
| 5. Împărțirea | 32 |
| 6. Înmulțirea și împărțirea | 33 |
| 7. Cele patru operații cu numere naturale | 36 |
| Răspunsuri | 46 |
| B. Cele patru operații cu numere zecimale | 51 |
| 1. Adunarea | 51 |
| 2. Scăderea | 52 |
| 3. Adunarea și scăderea | 54 |
| 4. Înmulțirea | 55 |
| 5. Împărțirea | 56 |
| 6. Înmulțirea și împărțirea | 56 |
| 7. Cele patru operații cu numere zecimale | 58 |
| 8. Puteri | 66 |
| Răspunsuri | 68 |

Capitolul V Divizibilitatea numerelor

| | |
|--|----|
| A. Reguli de divizibilitate | 71 |
| B. Numere prime | 74 |
| C. Cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al mai multor numere | 75 |
| Răspunsuri | 82 |

Capitolul VI

Frații ordinare

| | |
|---|------------|
| A. Scrierea și citirea fracțiilor ordinare..... | 84 |
| 1. Adunarea | 90 |
| 2. Scăderea | 91 |
| 3. Adunarea și scăderea | 92 |
| 4. Înmulțirea | 93 |
| 5. Împărțirea..... | 95 |
| 6. Înmulțirea și împărțirea..... | 96 |
| B. Cele patru operații cu fracții ordinare | 98 |
| C. Frații periodice | 114 |
| D. Puteri și rădăcini pătrate..... | 116 |
| Răspunsuri | 118 |

Capitolul VII

Rapoarte și proporții

| | |
|---|------------|
| A. Rapoarte | 123 |
| B. Proporții | 126 |
| C. Regula de trei simplă și regula de trei compusă | 129 |
| 1. Mărimi direct proporționale..... | 129 |
| 2. Mărimi invers proporționale..... | 131 |
| 3. Împărțirea în părți proporționale | 134 |
| D. Probabilități | 138 |
| Răspunsuri | 140 |

Capitolul VIII

Procente

| | |
|---|-----|
| 1. Aflarea procentelor dintr-un număr dat..... | 146 |
| 2. Aflarea unui număr când se dă un număr de procente din el..... | 148 |
| 3. Rapoarte procentuale | 149 |
| 4. Probleme combinate | 149 |
| Răspunsuri | 152 |

Capitolul IX

Reprezentări grafice

156

Capitolul X

Diferite metode de rezolvare a problemelor de aritmetică

| | |
|---|------------|
| A. Metoda grafică | 170 |
| 1. Aflarea numerelor când se dau suma și diferența lor..... | 170 |
| 2. Aflarea a două numere când se dau suma și raportul lor | 174 |
| 3. Aflarea a două numere când se dau diferența și raportul lor..... | 176 |
| 4. Probleme diverse | 178 |
| B. Metoda comparației | 180 |
| 1. Eliminarea unei mărimi prin scădere | 180 |
| 2. Eliminarea unei necunoscute prin înlocuirea ei..... | 184 |
| C. Metoda ipotezelor | 186 |
| D. Metoda mersului invers..... | 186 |
| Răspunsuri | 190 |

Capitolul XI

Probleme de mișcare

| | |
|--|-----|
| 1. Distanță — spațiu, viteză, timp..... | 191 |
| 2. Mobile care merg în același sens..... | 192 |
| 3. Mobile care merg în sens contrar..... | 193 |
| 4. Probleme combinate | 194 |
| Răspunsuri | 196 |

Capitolul XII

Probleme de amestec și aliaj

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 1. Probleme de genul I..... | 201 |
| 2. Probleme de genul al II-lea..... | 202 |
| 3. Probleme de aliaj..... | 203 |
| Răspunsuri | 203 |

Capitolul XIII

Probleme cu conținut geometrie

| | |
|---------------------------|-----|
| 1. Lungimi | 208 |
| 2. Intervale | 210 |
| 3. Arii | 215 |
| 4. Volume | 222 |
| 5. Probleme diverse | 226 |
| Răspunsuri | 229 |

| | |
|---|-----|
| Capitolul XIV | |
| Exerciții și probleme recapitulative pentru clasele V—VI | 233 |
| Răspunsuri | 247 |

| | |
|--|------------|
| Capitolul XV | |
| Exerciții și probleme recapitulative pentru clasa a VII-a | 253 |
| <i>Probleme date la concursurile de matematică</i> | <i>271</i> |
| Răspunsuri | 274 |

Ro Raoul
 Ro Raoul
 Raoul

16
 Raoul
 17 +
 7
 24 +
 5
 129

Nr. colilor de tipar : 17,5

Tiraj : 452 065 ex.

Bun de tipar : 10.10.1976



Com. nr. 60 375/6 152

Combinatul Poligrafic

„CASA SCÎNTEII“

București — R.S.R.